



全国高等农林院校“十一五”规划教材

线性代数学习指导

王章雄 李任波 主编

 中国农业出版社

图书在版编目 (CIP) 数据

线性代数学习指导 / 王章雄, 李任波主编. —北京: 中国农业出版社, 2010. 7
全国高等农林院校“十一五”规划教材
ISBN 978-7-109-14557-3

I. ①线… II. ①王…②李… III. ①线性代数-高等学校-教学参考资料 IV. ①O151.2

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2010) 第 078244 号

中国农业出版社出版
(北京市朝阳区农展馆北路 2 号)
(邮政编码 100125)

策划编辑 朱 雷
文字编辑 魏明龙 朱建宝

北京机工印刷厂印刷 新华书店北京发行所发行
2010 年 7 月第 1 版 2010 年 7 月北京第 1 次印刷

开本: 720mm×960mm 1/16 印张: 11.75

字数: 202 千字

定价: 19.00 元

(凡本版图书出现印刷、装订错误, 请向出版社发行部调换)

内 容 简 介

本书为《线性代数》(王章雄,李任波主编)的配套辅导用书,包含了矩阵、行列式、向量空间、线性方程组、特征值与特征向量、二次型等教学内容的学习指导,旨在帮助读者更好地理解教材的基本概念、掌握线性代数的基本计算与方法、提高线性代数基本问题的解题和逻辑推理能力。可供高等学校各非数学专业学生作为辅助教材使用,也可供有关专业技术人员参考。

编写人员

主 编 王章雄 李任波

副主编 徐光辉 张 健

编写人员 (按姓氏笔画排序)

王章雄 (浙江农林大学)

刘 琳 (西南林业大学)

任丽洁 (西南林业大学)

张 健 (西南林业大学)

李春艳 (重庆科技学院)

李任波 (西南林业大学)

胡慧兰 (浙江农林大学)

徐光辉 (浙江农林大学)

前 言

本书是全国高等农林院校“十一五”规划教材《线性代数》(王章雄、李任波主编)的配套指导书,包括矩阵、行列式、向量空间、线性方程组、特征值与特征向量、二次型等教学内容的学习指导。旨在帮助学生更好地理解教材中的基本概念,掌握线性代数的基本计算与方法,提高线性代数基本问题的解题和逻辑推理能力。

本指导书的章节与原教材相对应,每章均按以下层次安排编写内容:

1. 总结该章的基本内容和知识点,综合归纳基本概念和主要定理。
2. 典型例题按题型精选例题,分类介绍该章节的基本题型和基本解法。大部分例题除了解题过程外,题前有思路分析,题后有评述,便于读者举一反三,提高解题能力。
3. 有教材中大部分习题的详细解答过程,帮助学生克服解题的难点并从中体会到解题思路。
4. 结合教材,每章都给出一些与相关概念有关的客观题和思考题,留给学生思考和练习。

需要指出的是,复习、解题的过程,应该是独立思考和学习、模仿相结合,从而总结提高的过程。我们强烈建议读者在做课后习题时,先复习概念,再看例题,然后尽量通过自己思考独立完成。练习时,即使是感到不知所措、一时难以独立完成的题目也不要马上就看习题解答,要先认真思考、分析题目,从不同路径尝试,结合教科书和本指导书的典型例题,得出解决方法。然后再与本书的解答对照,从中受到启发。当然,对于思路不清、实在难以解出的问题,参阅本指导书也不失为一个给自己快速打开思路的解决之道。

本书的编写工作由浙江农林大学、西南林业大学和重庆科技学院三

所院校的下列老师完成：王章雄、李任波、徐光辉、张健、刘琳、胡慧兰、任丽洁、李春艳。全书由王章雄和李任波老师负责统稿。

本书在编写过程中，参考了众多的相关教材和文献资料，在此一并表示感谢。

对于书中不妥甚至错误之处，希望各位读者不吝指正。

编 者

2010 年 4 月

目 录

前言

第一章 矩阵的初等变换与方程组的消元法	1
一、内容提要	1
二、典型例题解析	3
三、习题选解	9
四、思考练习题	14
第二章 方阵的行列式及其性质	17
一、内容提要	17
二、典型例题解析	19
三、习题选解	27
四、思考练习题	34
第三章 n 维向量与向量空间	37
一、内容提要	37
二、典型例题解析	42
三、习题选解	51
四、思考练习题	62
第四章 矩阵的运算与秩	65
一、内容提要	65
二、典型例题解析	70
三、习题选解	81
四、思考练习题	96
第五章 线性方程组	98
一、内容提要	98
二、典型例题解析	99

三、习题选解	110
四、思考练习题	117
第六章 特征值与特征向量	120
一、内容提要	120
二、典型例题解析	123
三、习题选解	133
四、思考练习题	152
第七章 二次型	155
一、内容提要	155
二、典型例题解析	158
三、习题选解	167
四、思考练习题	174
参考文献	177

第一章 矩阵的初等变换与方程组的消元法

一、内容提要

1. 基本概念

(1) 矩阵的定义：由 $m \times n$ 个数 a_{ij} ($i=1, 2, \dots, m; j=1, 2, \dots, n$) 排成的 m 行 n 列的数表

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix}$$

称为 m 行 n 列矩阵，简称 $m \times n$ 矩阵。

(2) 方阵：行数与列数都等于 n 的矩阵称为 n 阶矩阵或 n 阶方阵， n 阶矩阵 A 也记作 A_n 。

(3) 对角矩阵：主对角线元素不为零，其余元素全为零的方阵称为对角矩阵，简称对角阵。如：

$$A = \begin{pmatrix} \lambda_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \lambda_2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \lambda_n \end{pmatrix},$$

也记为 $A = \text{diag}(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n)$ 。

(4) 单位矩阵：主对角线上的所有元素全为 1 的对角阵，称为单位阵，记作 E 。

(5) 矩阵的初等变换：

矩阵的下列三种变换称为矩阵的初等行(列)变换：

(I) 交换矩阵的两行(列) ($r_i \leftrightarrow r_j$ ($c_i \leftrightarrow c_j$))；

(II) 以一个非零实数 k 乘矩阵的某一行(列) ($r_i \times k$ ($c_i \times k$))；

(III) 把矩阵的某一行(列)的 k 倍加到另一行(列) ($r_i + kr_j$ ($c_i + kc_j$))。

矩阵的初等行变换和初等列变换统称为矩阵的初等变换。

(6) 矩阵等价: 若矩阵 A 经过有限次初等变换变成矩阵 B , 则称矩阵 A 与 B 等价, 记为: $A \rightarrow B$.

(7) 行阶梯形矩阵: 从矩阵每一行的第一个非零元(称为主元)开始, 可画一条阶梯线, 线下方全为 0, 上方不全为零. 每个台阶只一行, 台阶数即非零行的行数. 如:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & -2 & 5 \\ 0 & -2 & 3 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & -3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

(8) 行最简形矩阵: 满足下列条件的行阶梯形矩阵称为行最简形矩阵:

(I) 非零行在零行的上方;

(II) 主元都为 1;

(Ⅲ) 主元所在列的其他元素都为零.

如：

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \frac{1}{2} & 0 & \frac{7}{2} \\ 0 & 1 & -\frac{3}{4} & 0 & -\frac{1}{4} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

(9) 矩阵的标准形: 矩阵 A 的标准形如 $F = \begin{bmatrix} E_r & O \\ O & O \end{bmatrix}_{m \times n}$, 其中 r 就是行阶梯形矩阵中非零行的行数.

(10) 线性方程组及其矩阵：线性方程组的一般形式为

[illegible]

也可简记为

$$\sum_{j=1}^n a_{ij}x_j = b_i \quad (i = 1, 2, \dots, m),$$

其中由方程组的系数 a_{ij} 组成的矩阵

$$\mathbf{A} = (a_{ij})_{m \times n} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix}$$

称为线性方程组 (1) 的系数矩阵.

由方程组的常数项 b_j 组成列矩阵

$$\mathbf{b} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_m \end{pmatrix}.$$

由线性方程组的系数矩阵 $\mathbf{A}$ 与 $\mathbf{b}$ 组成的矩阵 $\tilde{\mathbf{A}}$ 为线性方程组 (1) 的增广矩阵:

$$\tilde{\mathbf{A}} = (\mathbf{A}, \mathbf{b}) = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} & b_1 \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} & b_2 \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} & b_m \end{pmatrix}.$$

一个线性方程组与它的增广矩阵是一一对应的.

2. 主要定理

(1) 矩阵等价关系的性质:

- 自反性: $\mathbf{A} \rightarrow \mathbf{A}$.
- 对称性: 若 $\mathbf{A} \rightarrow \mathbf{B}$, 则 $\mathbf{B} \rightarrow \mathbf{A}$.
- 传递性: 若 $\mathbf{A} \rightarrow \mathbf{B}$, $\mathbf{B} \rightarrow \mathbf{C}$, 则 $\mathbf{A} \rightarrow \mathbf{C}$.

行等价与列等价也具有上述性质.

(2) 初等变换:

• 任何一个 $m \times n$ 的矩阵 $\mathbf{A}$ 都可利用初等变换变成行阶梯形、行最简形和标准形.

• 矩阵 $\mathbf{A}$ 与它的行阶梯形、行最简形、标准形等价.

• 矩阵 $\mathbf{A}$ 可以只通过初等行变换化为行阶梯形和行最简形. 其中行阶梯形是不唯一的. 行阶梯形矩阵、行最简形矩阵与原矩阵行等价, 行最简形矩阵是所有与原矩阵行等价的矩阵中形状最简单的矩阵.

(3) 初等变换与消元法:

• 用消元法解线性方程组的过程就是把方程组的增广矩阵用初等行变换化为行最简形矩阵的过程.

二、典型例题解析

1. 矩阵与表格

例 1 某企业生产 A、B、C、D 4 种产品, 各个季度的季度产值(单位:

万元)见表 1-1:

表 1-1 季度产值

产品 季度	A	B	C	D
1	80	75	75	78
2	98	70	85	84
3	90	75	90	90
4	88	70	82	80

请用矩阵表示上述数据.

分析 用一个 4 行 4 列的方阵表示 4 种产品分别在 4 个季度的产量, 其中行代表季度, 列代表不同的产品.

$$\text{解} \quad \begin{pmatrix} 80 & 75 & 75 & 78 \\ 98 & 70 & 85 & 84 \\ 90 & 75 & 90 & 90 \\ 88 & 70 & 82 & 80 \end{pmatrix}.$$

也可用列代表季度, 行代表不同的产品得矩阵:

$$\begin{pmatrix} 80 & 98 & 90 & 88 \\ 75 & 70 & 75 & 70 \\ 75 & 85 & 90 & 82 \\ 78 & 84 & 90 & 80 \end{pmatrix}.$$

评注 现实生活中, 我们经常可以用矩阵来表示各种实际问题. 对于每个问题对应的矩阵有不同的实际意义, 又有共同的特征. 例如, 企业上经常用到的年报表, 月报表; 林业上用到的小班调查表; 人事部门的员工信息表, 员工工资表等. 把这些表格表示成矩阵, 便于我们用线性代数的方法研究实际问题.

2. 矩阵的定义

例 2 已知矩阵 $A = (a_{ij})$, 其中 $a_{ij} = |i - j|$ ($1 \leq i, j \leq n$), 写出矩阵 A .

分析 元素 a_{ij} 的第一个下标 i 表示元素所在的行, 第二个下标 j 表示元素所在的列. 可以根据题意列出矩阵 A 的所有项.

解 $a_{11}=0, a_{12}=1, a_{13}=2, \dots, a_{1n}=n-1;$

$a_{21}=1, a_{22}=0, a_{23}=1, \dots, a_{2n}=n-2;$

.....

$a_{n1}=n-1, a_{n2}=n-2, a_{n3}=n-3, \dots, a_{nn}=0,$

所以
$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 & \cdots & n-1 \\ 1 & 0 & 1 & \cdots & n-2 \\ 2 & 1 & 0 & \cdots & n-3 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ n-1 & n-2 & n-3 & \cdots & 0 \end{pmatrix}.$$

评注 对于矩阵要知道它的行数 m , 列数 n , 以及元素 a_{ij} . 其中元素 a_{ij} 的两个下标表示了它在矩阵中的位置. 本例中 $m=n$, 说明矩阵 $\mathbf{A}$ 是一个方阵; $a_{ii} = |i-i| = 0$, 说明矩阵 $\mathbf{A}$ 的对角元素全为 0; $a_{ij} = |i-j| = a_{ji}$, 说明矩阵 $\mathbf{A}$ 的元素关于主对角线对称.

例 3 设

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} a+b & 0 & 2 & a \\ c & 1+c & -2 & 0 \\ b & b+c & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 2 & a \\ c & 4 & -2 & 0 \\ b & 5 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

已知 $\mathbf{A}=\mathbf{B}$, 求 a, b, c .

分析 两个矩阵相等, 是指对应的每一个元素相等.

解 因为

$$a+b=3,$$

$$1+c=4,$$

$$b+c=5,$$

所以

$$a=1, b=2, c=3.$$

评注 两个矩阵相等, 首先必须是同型矩阵, 并且对应的元素相等, 即

$$a_{ij} = b_{ij} (i = 1, 2, \dots, m; j = 1, 2, \dots, n).$$

3. 矩阵的初等变换

例 4 已知矩阵

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 2 & 3 & -1 & -3 & -2 \\ -1 & 2 & 3 & 1 & -3 \\ 0 & 1 & 5 & -1 & -8 \end{pmatrix},$$

对其作初等变换, 化为行阶梯形矩阵、行最简形矩阵以及标准形.

分析 先用初等行变换化为行阶梯形矩阵, 再化为行最简形矩阵, 最后再用初等列变换化为标准形. 化为行阶梯形矩阵的变换方法可以有很多, 一

般是以第一行的元素为基础，消去其他行的该列元素，再以第二行的非零首元为基础，消去其他行的该列元素，如此循环，直至化为行阶梯形矩阵。为了使计算简便，可作相应变换，使第一行元素简单，利于变换。

$$\begin{aligned} \text{解 } A &= \begin{pmatrix} 2 & 3 & -1 & -3 & -2 \\ -1 & 2 & 3 & 1 & -3 \\ 0 & 1 & 5 & -1 & -8 \end{pmatrix} \\ &\xrightarrow{r_1 \leftrightarrow r_2} \begin{pmatrix} -1 & 2 & 3 & 1 & -3 \\ 2 & 3 & -1 & -3 & -2 \\ 0 & 1 & 5 & -1 & -8 \end{pmatrix} \xrightarrow{r_2 + 2r_1} \begin{pmatrix} -1 & 2 & 3 & 1 & -3 \\ 0 & 7 & 5 & -1 & -8 \\ 0 & 1 & 5 & -1 & -8 \end{pmatrix} \\ &\xrightarrow{\substack{r_2 - r_3 \\ r_2 \times \frac{1}{6}}} \begin{pmatrix} -1 & 2 & 3 & 1 & -3 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 5 & -1 & -8 \end{pmatrix} \xrightarrow{r_3 - r_2} \begin{pmatrix} -1 & 2 & 3 & 1 & -3 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 5 & -1 & -8 \end{pmatrix} = B. \end{aligned}$$

B 为行阶梯形矩阵，继续把 B 化为行最简形矩阵：

$$\begin{aligned} B &\xrightarrow{\substack{r_1 - 2r_2 \\ r_1 \times (-1) \\ r_3 \times \frac{1}{5}}} \begin{pmatrix} 1 & 0 & -3 & -1 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{1}{5} & -\frac{8}{5} \end{pmatrix} \\ &\xrightarrow{r_1 + 3r_3} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -\frac{8}{5} & -\frac{9}{5} \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{1}{5} & -\frac{8}{5} \end{pmatrix} = C. \end{aligned}$$

C 为行最简形矩阵。继续把 C 化为标准形矩阵：

$$C \xrightarrow{\substack{c_4 + \frac{8}{5}c_1 + \frac{1}{5}c_3 \\ c_5 + \frac{9}{5}c_1 + \frac{8}{5}c_3}} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

评注 矩阵的初等变换是矩阵的一种十分重要的运算，它在整个矩阵理论中有重要作用，应该熟练掌握。在变换过程中，不一定要按部就班地变换，有些时候根据变换过程中出现元素的特点，作一些非常规变换反而更简单。

任何一个 $m \times n$ 的矩阵 A 都可以只利用初等行变换化为行最简形，而化为标准形往往需要作初等列变换。

行最简形矩阵是所有与原矩阵行等价的矩阵中形状最简单的矩阵。

标准形的形式 $F = \begin{pmatrix} E_r & O \\ O & O \end{pmatrix}_{m \times n}$ 只由 m, n, r 三个数完全确定，其中 r

就是行阶梯形矩阵中非零行的行数. 所以当得到行阶梯形矩阵时就很容易得到标准形.

4. 利用矩阵的初等变换求解线性方程组

例 5 解线性方程组

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 1, \\ 4x_1 + 2x_2 - 2x_3 + x_4 = 2, \\ 2x_1 + x_2 - x_3 - x_4 = 1. \end{cases}$$

分析 线性方程组与它的增广矩阵一一对应, 求解线性方程组只需要对它的增广矩阵施行一系列的初等行变换, 将增广矩阵化为行最简形, 从而得到最简方程组, 最终得到方程组的解.

解 原方程组的增广矩阵

$$\tilde{A} = (A, b) = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 & 1 & 1 \\ 4 & 2 & -2 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & -1 & -1 & 1 \end{pmatrix}.$$

对 $\tilde{A}$ 施行初等行变换化为行阶梯形:

$$\tilde{A} \xrightarrow[r_3 - r_1]{r_2 - 2r_1} \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -2 & 0 \end{pmatrix} \xrightarrow{r_3 - 2r_2} \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

继续施行初等行变换化为行最简形:

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \xrightarrow[r_1 \times \frac{1}{2}]{\substack{r_2 \times (-1) \\ r_1 - r_2}} \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

对应的行最简方程组为

$$\begin{cases} x_1 + \frac{1}{2}x_2 - \frac{1}{2}x_3 = \frac{1}{2}, \\ x_4 = 0. \end{cases}$$

两个方程解 4 个未知量, 令 x_2, x_3 为自由未知量, 可以取任意值, 故方程有无穷多解:

$$\begin{cases} x_1 = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}x_2 + \frac{1}{2}x_3, \\ x_4 = 0. \end{cases}$$

令 $x_2 = k_1, x_3 = k_2$, 则方程组的通解为

$$\begin{cases} x_1 = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}k_1 + \frac{1}{2}k_2, \\ x_4 = 0 \end{cases} \quad (k_1, k_2 \text{ 为任意常数}).$$

评注 将增广矩阵化为行最简形得到最简方程组后, 得到有效方程的个数少于未知量的个数, 这时方程组有自由未知量, 方程组有无穷多解.

自由未知量的选择可以不同, 一般选择增广矩阵的行最简形矩阵中主元对应的自变量为非自由未知量, 其余自变量为自由未知量, 这样最容易得到方程组的通解.

学习者在熟练后, 可不再写出最简方程组, 而直接由行最简形矩阵得到方程组的解.

例 6 解线性方程组

$$\begin{cases} 4x_1 + 2x_2 - x_3 = 2, \\ 3x_1 - x_2 + 2x_3 = 10, \\ 11x_1 + 3x_2 = 8. \end{cases}$$

分析 这是一个三元线性方程组, 3 个方程, 3 个未知量, 系数矩阵为方阵, 仍然可以用初等行变换求解方程组.

解 原方程组的增广矩阵

$$\tilde{\mathbf{A}} = (\mathbf{A}, \mathbf{b}) = \begin{bmatrix} 4 & 2 & -1 & 2 \\ 3 & -1 & 2 & 10 \\ 11 & 3 & 0 & 8 \end{bmatrix}.$$

对 $\tilde{\mathbf{A}}$ 施行初等行变换化为行阶梯形:

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{A}} &= \begin{bmatrix} 4 & 2 & -1 & 2 \\ 3 & -1 & 2 & 10 \\ 11 & 3 & 0 & 8 \end{bmatrix} \xrightarrow{r_1 - r_2} \begin{bmatrix} 1 & 3 & -3 & -8 \\ 3 & -1 & 2 & 10 \\ 11 & 3 & 0 & 8 \end{bmatrix} \\ &\xrightarrow[r_3 - 11r_1]{r_2 - 3r_1} \begin{bmatrix} 1 & 3 & -3 & -8 \\ 0 & -10 & 11 & 34 \\ 0 & -30 & 33 & 96 \end{bmatrix} \xrightarrow{r_3 - 3r_2} \begin{bmatrix} 1 & 3 & -3 & -8 \\ 0 & -10 & 11 & 34 \\ 0 & 0 & 0 & -6 \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

由行阶梯形矩阵对应的阶梯形方程组为

$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 - 3x_3 = -8, \\ -10x_2 - 11x_3 = 34, \\ 0 = -6. \end{cases}$$

方程组中的最后一个方程为矛盾方程, 故原方程组无解.

评注 将方程组的增广矩阵化为行阶梯形后, 可以看到是否有矛盾方程, 从而判断方程组是否有解. 用初等行变换解线性方程组, 对方程的个数

和未知量的个数没有限制.

三、习题选解

1. 已知甲、乙、丙、丁四人语文、数学、外语的期中、期末、平时考试成绩 (表 1-2, 表 1-3, 表 1-4).

表 1-2 期中考试成绩

	语文	数学	外语
甲	94	90	97
乙	85	85	76
丙	98	95	97
丁	60	70	72

表 1-3 期末考试成绩

	语文	数学	外语
甲	90	86	95
乙	78	80	70
丙	92	93	96
丁	66	74	75

表 1-4 平时考试成绩

	语文	数学	外语
甲	94	80	90
乙	80	80	70
丙	90	90	100
丁	70	80	80

分别写出表示甲、乙、丙、丁四人的期中、期末和平时成绩的矩阵 A , B , C .

解

$$A = \begin{pmatrix} 94 & 90 & 97 \\ 85 & 85 & 76 \\ 98 & 95 & 97 \\ 60 & 70 & 72 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 90 & 86 & 95 \\ 78 & 80 & 70 \\ 92 & 93 & 96 \\ 66 & 74 & 75 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 94 & 80 & 90 \\ 80 & 80 & 70 \\ 90 & 90 & 100 \\ 70 & 80 & 80 \end{pmatrix}.$$