一套多功能的真题复习全书，复习初期可以用它来全面了解考研，复习过程中可以将它作为知识点的命题参照标准，临考前可以将它作为检验复习效果的标准材料

FOCUS
聚焦图书

中国最值得信赖的考研品牌

2011版考研数学

十年真题全方位解码

一本根据上百万考生使用真题的经验编写而成的复习真经！
真题不只是题，它还是一个考点知识的浓缩，更是复习过程中不可不看的风向标……

（数学二）

世 华 潘正义 主编

世界图书出版公司

一套多功能的真题复习全书，复习初期可以用它来全面了解考研，复习过程中可以将它作为知识点……将它作为检验复习效果的标准材料

FOCUS
聚焦图书
中国最值得信赖的考研品牌

-65

2011版考研数学

十年真题全方位解码

一本根据上百万考生使用真题的经验编写而成的复习真经！
真题不只是题，它还是一个考点知识的浓缩，更是复习过程中不可不看的风向标……

（数学二）

世 华　潘正义　主编

013-44
5600.04
2

世界图书出版公司

图书在版编目(CIP)数据

考研数学十年真题全方位解码. 数学二 / 世华，潘正义主编. —北京：世界图书出版公司北京公司，2006.2

ISBN 978－7－5062－7922－2

Ⅰ. 考… Ⅱ. ①世…②潘… Ⅲ. 高等数学—研究生—入学考试—解题 Ⅳ. 013

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2006)第 007889 号

考研数学十年真题全方位解码

(数学二)

主　　编：世　华　　潘正义
责任编辑：王志平　　张中兴
装帧设计：余曙敏

出　　版：世界图书出版公司北京公司
发　　行：世界图书出版公司北京公司
（北京朝内大街 137 号　　电话：88861708　　邮编：100089）
销　　售：各地新华书店
印　　刷：北京忠信诚胶印厂

开　　本：787×1092 毫米　1/16
印　　张：17
字　　数：340 千字
版　　次：2010 年 2 月第 4 版　　2010 年 2 月第 1 次印刷

ISBN 978-7-5062-7922-2/O·547　　**定价：24.80 元**

服务热线：010－88861708

前　言

本书严格按照最新《数学考试大纲》的要求编写，针对十年（2001～2010）来的考研数学真题进行了题型归类，给出命题分析，真题详细解答和题型点对点演练，并且对出题规律加以预测提醒考生重点注意。

本书分为三个部分：

第一部分为2001～2010年的十年真题。目的在于让考生对近十年来的考题有一个完整的印象，从总体上了解考研数学命题的基本形式和题型规律。考生应充分利用这些真题，在自己已经复习得较有把握时进行练习，在考试规定时间内完成试卷，以达到模拟现场考试的目的。

第二部分为题型归类总结部分。我们将考研数学知识点分成了几十个不同的题型，将十年真题"打散"，"融入"到各个题型中。通过"命题目的"让考生了解考研数学命题思路；通过"思路点拨"让考生明晰考试答题脉络；通过"详细解答"让考生直观地看到每种题型的答题技巧；通过"易错辨析"让考生避免错误思路延误时间；通过"延伸拓展"让考生明了每种题型的题目变化形式。这样，考生就可以做到心中有数、知己知彼，在考研路上所向披靡。

第三部分为真题及题型演练解析部分。让考生站在高处纵观考研全局，进一步知晓知识点是通过何种题型来考查的、各个知识点考题量的分布、该知识点的命题几率有多大，让考生不但知道题目该怎么做，而且知道题目为什么这么设计，真正达到举一反三，触类旁通的目的。并且在总结的题型中出现的题目在解析中我们并没有再一次给出答案，只是标记出该题在题型中相应的页码，这样读者在做题对答案时可以相应的返回到题型，巩固对题型的记忆。我们在每套试卷后附录知识点分布表，统计了历年真题的知识点分布情况以及变化趋势，让考生可以直观地把握考试重点、了解考试特点。

本书使用建议：

在基础复习阶段，考生可以利用第二部分，体会各个知识点和题型的命题形式和特点。同时，做好"题型链接"中的相关练习，达到巩固的目的。

在模拟演练阶段，考生应在考试规定的时间内，完成第一部分的真题，锻炼和提高解题的速度和准确率。然后对照第三部分的真题解析归纳出自己的问题和错误点，并针对这些错误点和薄弱环节，进行反复训练，避免错误。最后再反过来结合第二部分的真题和题型演练题进行巩固提高。

天道酬勤，相信各位考生经过自己不懈的努力，一定会取得优异成绩，祝愿2011年各位考生金榜题名!!!

目录

第一篇 真题回顾

第二篇 题型归类与演练

第一部分 高等数学

第一章 函数、极限、连续

第二章　一元函数微分学

第三章　一元函数积分学

第四章　多元函数微积分学

第五章　常微分方程

第二部分　线性代数

第一章　行列式

第二章　矩　阵

第三章　向　　量

第四章　线性方程

第五章　矩阵的特征值和特征向量

第三篇　答案详解

第一篇　真题回顾

2010 年全国硕士研究生入学统一考试

数学(二)

一、选择题：1 ～ 8 小题，每小题 4 分，共 32 分，下列每题给出的四个选项中，只有一个选项符合题目要求，请将所选项前的字母填在答题纸指定位置上.

(1) 函数 $f(x)=\dfrac{x^2-x}{x^2-1}\sqrt{1+\dfrac{1}{x^2}}$ 的无穷间断点数为(　　)

(A) 0.　　(B) 1.　　(C) 2.　　(D) 3.

(2) 设 y_1, y_2 是一阶非齐次微分方程 $y'+p(x)y=q(x)$ 的两个特解，若常数 λ,μ 使 $\lambda y_1+\mu y_2$ 是该方程的解，$\lambda y_1-\mu y_2$ 是该方程对应的齐次方程的解，则(　　)

(A) $\lambda=\dfrac{1}{2},\mu=\dfrac{1}{2}$.　　(B) $\lambda=-\dfrac{1}{2},\mu=-\dfrac{1}{2}$.

(C) $\lambda=\dfrac{2}{3},\mu=\dfrac{1}{3}$.　　(D) $\lambda=\dfrac{2}{3},\mu=\dfrac{2}{3}$.

(3) 曲线 $y=x^2$ 与曲线 $y=a\ln x(a\neq 0)$ 相切，则 $a=$ (　　)

(A) 4e.　　(B) 3e.　　(C) 2e.　　(D) e.

(4) 设 m,n 是正整数，则反常积分 $\int_0^1 \dfrac{\sqrt[m]{\ln^2(1-x)}}{\sqrt[n]{x}}\mathrm{d}x$ 的收敛性(　　)

(A) 仅与 m 的取值有关.　　(B) 仅与 n 有关.

(C) 与 m,n 取值都有关.　　(D) 与 m,n 取值都无关.

(5) 设函数 $z=z(x,y)$，由方程 $F\left(\dfrac{y}{x},\dfrac{z}{x}\right)=0$ 确定，其中 F 为可微函数，且 $F'_2\neq 0$，则 $x\dfrac{\partial z}{\partial u}+y\dfrac{\partial z}{\partial y}=$ (　　)

(A) x.　　(B) z.　　(C) $-x$.　　(D) $-z$.

(6) $\lim\limits_{n\to\infty}\sum\limits_{i=1}^{n}\sum\limits_{j=1}^{n}\dfrac{n}{(n+i)(n^2+j^2)}=$ (　　)

(A) $\int_0^1\mathrm{d}x\int_0^x\dfrac{1}{(1+x)(1+y^2)}\mathrm{d}y$.　　(B) $\int_0^1\mathrm{d}x\int_0^x\dfrac{1}{(1+x)(1+y)}\mathrm{d}y$.

(C) $\int_0^1\mathrm{d}x\int_0^1\dfrac{1}{(1+x)(1+y)}\mathrm{d}y$.　　(D) $\int_0^1\mathrm{d}x\int_0^1\dfrac{1}{(1+x)(1+y^2)}\mathrm{d}y$.

(7) 设向量组 Ⅰ：$\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\cdots,\boldsymbol{\alpha}_r$ 可由向量组 Ⅱ：$\boldsymbol{\beta}_1,\boldsymbol{\beta}_2,\cdots,\boldsymbol{\beta}_s$ 线性表示，下列命题正确的是(　　)

(A) 若向量组 Ⅰ 线性无关，则 $r\leqslant s$.　　(B) 若向量组 Ⅰ 线性相关，则 $r>s$.

(C) 若向量组 Ⅱ 线性无关，则 $r\leqslant s$.　　(D) 若向量组 Ⅱ 线性相关，则 $r>s$.

(8) 设$\boldsymbol{A}$为4阶实对称矩阵，且$\boldsymbol{A}^2+\boldsymbol{A}=\boldsymbol{O}$，若$\boldsymbol{A}$的秩为3，则$\boldsymbol{A}$相似于(　　)

(A) $\begin{bmatrix}1&&&\\&1&&\\&&1&\\&&&0\end{bmatrix}$.　　(B) $\begin{bmatrix}1&&&\\&1&&\\&&-1&\\&&&0\end{bmatrix}$.

(C) $\begin{bmatrix}1&&&\\&-1&&\\&&-1&\\&&&0\end{bmatrix}$.　　(D) $\begin{bmatrix}-1&&&\\&-1&&\\&&-1&\\&&&0\end{bmatrix}$.

二、填空题：9－14小题，每小题4分，共24分，请将答案写在答题纸指定位置上.

(9)3阶常系数线性齐次微分方程$y'''-2y''+y'-2y=0$的通解为$y=$________.

(10) 曲线$y=\dfrac{2x^3}{x^2+1}$的渐近线方程为________.

(11) 函数$y=\ln(1-2x)$在$x=0$处的n阶导数$y^{(n)}(0)=$________.

(12) 当$0\leqslant\theta\leqslant\pi$时，对数螺线$r=\mathrm{e}^{\theta}$的弧长为________.

(13) 已知一个长方形的长l以2cm/s的速率增加，宽w以3cm/s的速率增加. 则当$l=12\mathrm{cm}$，$w=5\mathrm{cm}$时，它的对角线增加速率为________.

(14) 设$\boldsymbol{A},\boldsymbol{B}$为3阶矩阵，且$|\boldsymbol{A}|=3$，$|\boldsymbol{B}|=2$，$|\boldsymbol{A}^{-1}+\boldsymbol{B}|=2$，则$|\boldsymbol{A}+\boldsymbol{B}^{-1}|=$________.

三、解答题：15－23小题，共94分. 请将解答写在答题纸指定的位置上. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

(15)（本题满分10分）

求函数$f(x)=\displaystyle\int_1^{x^2}(x^2-t)\mathrm{e}^{-t^2}\,\mathrm{d}t$的单调区间与极值.

(16)（本题满分10分）

（Ⅰ）比较$\displaystyle\int_0^1\ln t[\ln(1+t)]^n\mathrm{d}t$与$\displaystyle\int_0^1 t^n|\ln t|\mathrm{d}t\ (n=1,2,\cdots)$的大小，说明理由；

（Ⅱ）记$u_n=\displaystyle\int_0^1|\ln t|[\ln(1+t)]^n\mathrm{d}t\ (n=1,2,\cdots)$，求极限$\lim\limits_{n\to\infty}u_n$.

(17)(本题满分 11 分)

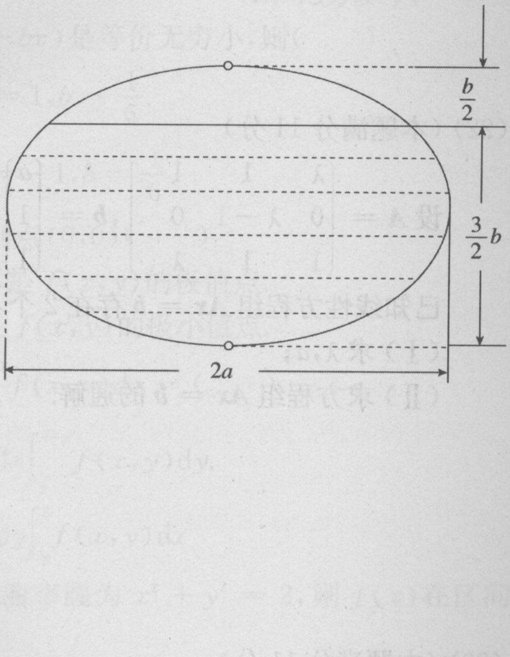
设函数 $y=f(x)$ 由参数方程 $\begin{cases} x=2t+t^2, \\ y=\psi(t). \end{cases}$ $(t>-1)$ 所确定,其中 $\psi(t)$ 具有二阶导数,

且 $\psi(1)=\dfrac{5}{2},\psi'(1)=6$,已知 $\dfrac{\mathrm{d}^2 y}{\mathrm{d}x^2}=\dfrac{3}{4(1+t)}$,求函数 $\psi(t)$.

(18)(本题满分 10 分)

一个高为 l 的 柱体形贮油罐,底面是长轴为 $2a$,短轴为 $2b$ 的椭圆,现将贮油罐平放,当油罐中油面高度为 $\dfrac{3}{2}b$ 时(如图),计算油的质量.

(长度单位为 m,质量单位为 kg,油的密度为常数 ρkg/m³)



(19)(本题满分 11 分)

设函数 $u=f(x,y)$ 具有二阶连续偏导数,且满足等式 $4\dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2}+12\dfrac{\partial^2 u}{\partial x\partial y}+5\dfrac{\partial^2 u}{\partial y^2}=0$,确定 a,b 的值,使等式在变换 $\xi=x+ay,\eta=x+by$ 下化简为 $\dfrac{\partial^2 u}{\partial\xi\partial\eta}=0$.

(20)(本题满分 10 分)

计算二重积分 $I\ =\iint\limits_D r^2\sin\theta\sqrt{1-r^2\cos 2\theta}\,\mathrm{d}r\mathrm{d}\theta$,

其中 $D=\left\{(r,\theta)\mid 0\leqslant r\leqslant \sec\theta,0\leqslant\theta\leqslant\frac{\pi}{4}\right\}$.

(21)(本题满分 10 分)

设函数 $f(x)$ 在闭区间 $[0,1]$ 上连续,在开区间 $(0,1)$ 内可导,且 $f(0)=0,f(1)=\frac{1}{3}$.

证明:存在 $\xi\in(0,\frac{1}{2}),\eta\in(\frac{1}{2},1)$,使得 $f'(\xi)+f'(\eta)=\xi^2+\eta^2$.

(22)(本题满分 11 分)

设 $\boldsymbol{A}=\begin{pmatrix}\lambda & 1 & 1\\ 0 & \lambda-1 & 0\\ 1 & 1 & \lambda\end{pmatrix},\boldsymbol{b}=\begin{pmatrix}a\\ 1\\ 1\end{pmatrix}$.

已知线性方程组 $\boldsymbol{Ax}=\boldsymbol{b}$ 存在 2 个不同的解,

(Ⅰ)求 λ,a;

(Ⅱ)求方程组 $\boldsymbol{Ax}=\boldsymbol{b}$ 的通解.

(23)(本题满分 11 分)

设 $\boldsymbol{A}=\begin{pmatrix}0 & -1 & 4\\ -1 & 3 & a\\ 4 & a & 0\end{pmatrix}$,正交矩阵 $\boldsymbol{Q}$ 使得 $\boldsymbol{Q}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{AQ}$ 为对角矩阵,若 $\boldsymbol{Q}$ 得第一列为 $\frac{1}{\sqrt{6}}(1,2,1)^{\mathrm{T}}$,

求 $a,\boldsymbol{Q}$.

2009 年全国硕士研究生入学统一考试

数学(二)

一、选择题:1 ～ 8 小题,每小题 4 分,共 32 分,下列每小题给出的四个选项中,只有一项符合题目要求,把所选项前的字母填在题后的括号内.

(1) 函数 $f(x)=\dfrac{x-x^3}{\sin n x}$ 的可去间断点的个数,则(　　)

(A)1.　　(B)2.　　(C)3.　　(D) 无穷多个.

(2) 当 $x \to 0$ 时,$f(x)=x-\sin ax$ 与 $g(x)=x^2\ln(1-bx)$ 是等价无穷小,则(　　)

(A)$a=1,b=-\dfrac{1}{6}$.　　(B)$a=1,b=\dfrac{1}{6}$.

(C)$a=-1,b=-\dfrac{1}{6}$.　　(D)$a=-1,b=\dfrac{1}{6}$.

(3) 设函数 $z=f(x,y)$ 的全微分为 $\mathrm{d}z=x\mathrm{d}x+y\mathrm{d}y$,则点 $(0,0)$(　　)

(A) 不是 $f(x,y)$ 的连续点.　　(B) 不是 $f(x,y)$ 的极值点.

(C) 是 $f(x,y)$ 的极大值点.　　(D) 是 $f(x,y)$ 的极小值点.

(4) 设函数 $f(x,y)$ 连续,则 $\int_1^2\mathrm{d}x\int_x^2 f(x,y)\mathrm{d}y+\int_1^2\mathrm{d}y\int_y^{4-y}f(x,y)\mathrm{d}x=$(　　)

(A)$\int_1^2\mathrm{d}x\int_1^{4-x}f(x,y)\mathrm{d}y$.　　(B)$\int_1^2\mathrm{d}x\int_x^{4-x}f(x,y)\mathrm{d}y$.

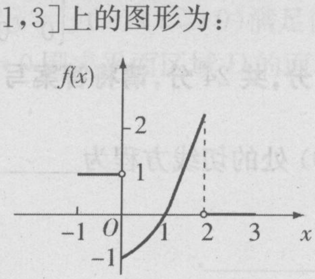
(C)$\int_1^2\mathrm{d}y\int_1^{4-y}f(x,y)\mathrm{d}x$.　　(D)$\int_1^2\mathrm{d}y\int_y^2 f(x,y)\mathrm{d}x$

(5) 若 $f''(x)$ 不变号,且曲线 $y=f(x)$ 在点 $(1,1)$ 上的曲率圆为 $x^2+y^2=2$,则 $f(x)$ 在区间 $(1,2)$ 内(　　)

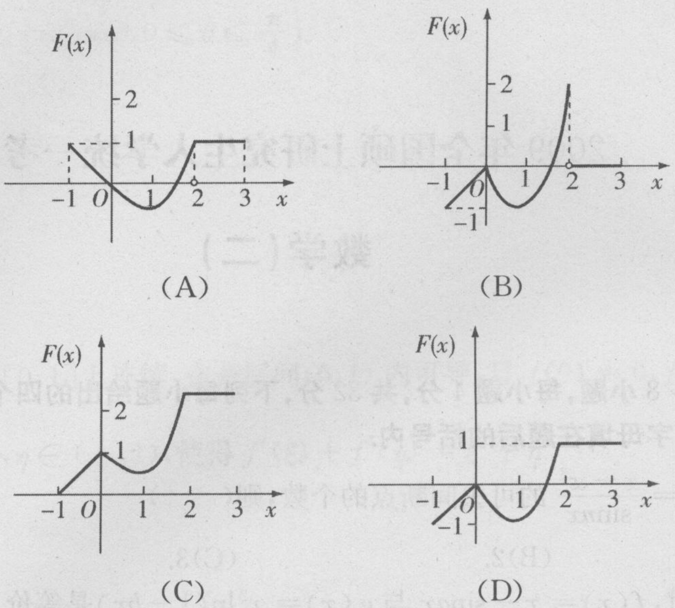
(A) 有极值点,无零点.　　(B) 无极值点,有零点.

(C) 有极值点,有零点.　　(D) 无极值点,无零点.

(6) 设函数 $y=f(x)$ 在区间 $[-1,3]$ 上的图形为:



则函数 $F(x)=\int_0^x f(t)\mathrm{d}t$ 的图形为(　　)



(7) 设 $\boldsymbol{A},\boldsymbol{B}$ 均为 2 阶矩阵，$\boldsymbol{A}^*,\boldsymbol{B}^*$ 分别为 $\boldsymbol{A},\boldsymbol{B}$ 的伴随矩阵. 若 $|\boldsymbol{A}|=2$，$|\boldsymbol{B}|=3$，则分块矩阵 $\begin{pmatrix}\boldsymbol{O} & \boldsymbol{A}\\ \boldsymbol{B} & \boldsymbol{O}\end{pmatrix}$ 的伴随矩阵为(　　)

(A) $\begin{bmatrix}\boldsymbol{O} & 3\boldsymbol{B}^*\\ 2\boldsymbol{A}^* & \boldsymbol{O}\end{bmatrix}$.　　(B) $\begin{bmatrix}\boldsymbol{O} & 2\boldsymbol{B}^*\\ 3\boldsymbol{A}^* & \boldsymbol{O}\end{bmatrix}$.

(C) $\begin{bmatrix}\boldsymbol{O} & 3\boldsymbol{A}^*\\ 2\boldsymbol{B}^* & \boldsymbol{O}\end{bmatrix}$.　　(D) $\begin{bmatrix}\boldsymbol{O} & 2\boldsymbol{A}^*\\ 3\boldsymbol{B}^* & \boldsymbol{O}\end{bmatrix}$.

(8) 设 $\boldsymbol{A},\boldsymbol{P}$ 均为 3 阶矩阵，$\boldsymbol{P}^{\mathrm{T}}$ 为 $\boldsymbol{P}$ 的转置矩阵，且 $\boldsymbol{P}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{A}\boldsymbol{P}=\begin{bmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&2\end{bmatrix}$，若 $\boldsymbol{P}=(\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\boldsymbol{\alpha}_3)$，$\boldsymbol{Q}=(\boldsymbol{\alpha}_1+\boldsymbol{\alpha}_2,\boldsymbol{\alpha}_2,\boldsymbol{\alpha}_3)$，则 $\boldsymbol{Q}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{A}\boldsymbol{Q}$ 为(　　)

(A) $\begin{bmatrix}2&1&0\\1&1&0\\0&0&2\end{bmatrix}$.　　(B) $\begin{bmatrix}1&1&0\\1&2&0\\0&0&2\end{bmatrix}$.

(C) $\begin{bmatrix}2&0&0\\0&1&0\\0&0&2\end{bmatrix}$.　　(D) $\begin{bmatrix}1&0&0\\0&2&0\\0&0&2\end{bmatrix}$.

二、填空题：9 ～ 14 小题，每小题 4 分，共 24 分，请将答案写在答题纸指定位置上.

(9) 曲线 $\begin{cases}x=\int_0^{1-t}\mathrm{e}^{-u^2}\,\mathrm{d}u\\ y=t^2\ln(2-t^2)\end{cases}$ 在(0,0)处的切线方程为________.

(10) 已知 $\int_{-\infty}^{+\infty}\mathrm{e}^{k|x|}\,\mathrm{d}x=1$，则 $k=$ ________.

(11) $\lim\limits_{n\to\infty}\int_0^1\mathrm{e}^{-x}\sin nx\,\mathrm{d}x=$ ________.

(12) 设 $y=y(x)$ 是由方程 $xy+\mathrm{e}^y=x+1$ 确定的隐函数，则 $\left.\dfrac{\mathrm{d}^2y}{\mathrm{d}x^2}\right|_{x=0}$ ________.

(13) 函数 $y=x^{2x}$ 在区间$(0,1]$上的最小值为________.

(14) 设 $\boldsymbol{\alpha},\boldsymbol{\beta}$ 为 3 维列向量,$\boldsymbol{\beta}^{\mathrm{T}}$ 为 $\boldsymbol{\beta}$ 的转置,若矩阵 $\boldsymbol{\alpha}\boldsymbol{\beta}^{\mathrm{T}}$ 相似于 $\begin{pmatrix}2&0&0\\0&0&0\\0&0&0\end{pmatrix}$,则 $\boldsymbol{\beta}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\alpha}=$ ________.

三、解答题:15 ~ 23 小题,共 94 分.请将解答写在答题纸指定的位置上.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

(15)(本题满分 9 分) 求极限 $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{(1-\cos x)[x-\ln(1+\tan x)]}{\sin^4 x}$.

(16)(本题满分 10 分)

计算不定积分 $\int\ln\left(1+\sqrt{\dfrac{1+x}{x}}\right)\mathrm{d}x\ (x>0)$.

(17)(本题满分 10 分) 设 $z=f(x+y,x-y,xy)$,其中 f 具有二阶连续偏导数,求 $\mathrm{d}z$ 与 $\dfrac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}$.

(18)(本题满分 10 分) 设非负函数 $y=y(x)\ (x\geqslant0)$ 满足微分方程 $xy''-y'+2=0$,当曲线 $y=y(x)$ 过原点时,其与直线 $x=1$ 及 $y=0$ 围成平面区域 D 的面积为 2,求 D 绕 y 轴旋转所得旋转体体积.

(19)(本题满分 10 分)

求二重积分$\iint\limits_D (x-y)\,dx\,dy$,其中$D=\{(x,y)\mid(x-1)^2+(y-1)^2\leqslant 2,y\geqslant x\}$.

(20)(本题满分 12 分)

设$y=y(x)$是区间$(-\pi,\pi)$内过$\left(-\frac{\pi}{\sqrt{2}},\frac{\pi}{\sqrt{2}}\right)$的光滑曲线,当$-\pi<x<0$时,曲线上任一点处的法线都过原点,当$0\leqslant x<\pi$时,函数$y(x)$满足$y''+y+x=0$. 求$y(x)$的表达式.

(21)(本题满分 11 分)

(Ⅰ)证明拉格朗日中值定理:若函数$f(x)$在$[a,b]$上连续,在(a,b)可导,则存在$\xi\in(a,b)$,使得$f(b)-f(a)=f'(\xi)(b-a)$

(Ⅱ)证明:若函数$f(x)$在$x=0$处连续,在$(0,\delta)\ (\delta>0)$内可导,且$\lim\limits_{x\to 0^+}f'(x)=A$,则$f'_+(0)$存在,且$f'_+(0)=A$.

(22)(本题满分 11 分)

设$\boldsymbol{A}=\begin{bmatrix}1&-1&-1\\-1&1&1\\0&-4&-2\end{bmatrix}$,$\boldsymbol{\xi}_1=\begin{bmatrix}-1\\1\\-2\end{bmatrix}$

(Ⅰ)求满足$\boldsymbol{A}\boldsymbol{\xi}_2=\boldsymbol{\xi}_1$,$\boldsymbol{A}^2\boldsymbol{\xi}_3=\boldsymbol{\xi}_1$的所有向量$\boldsymbol{\xi}_2$,$\boldsymbol{\xi}_3$;

(Ⅱ)对(Ⅰ)中的任一向量$\boldsymbol{\xi}_2$,$\boldsymbol{\xi}_3$,证明:$\boldsymbol{\xi}_1$,$\boldsymbol{\xi}_2$,$\boldsymbol{\xi}_3$线性无关.

(23)(本题满分 11 分)

设二次型$f(x_1,x_2,x_3)=ax_1^2+ax_2^2+(a-1)x_3^2+2x_1x_3-2x_2x_3$

(Ⅰ)求二次型f的矩阵的所有特征值;

(Ⅱ)若二次型f的规范形为$y_1^2+y_2^2$,求a的值.

2008 年全国硕士研究生入学统一考试

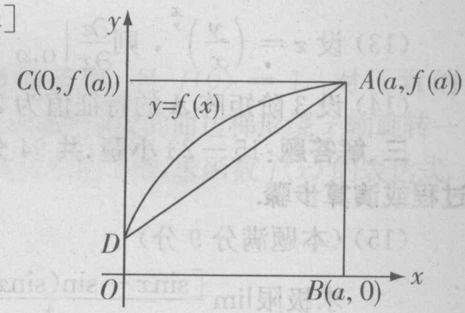
数学(二)

一、选择题(本题共 8 小题,每小题 4 分,满分 32 分,在每小题给的四个选项中,只有一项符合题目要求,把所选项前的字母填在题后括号内)

(1) 设函数 $f(x)=x^2(x-1)(x-2)$, 求 $f'(x)$ 的零点个数为(　　)

(A)0.　　(B)1.　　(C)2.　　(D)3.

(2) 如图,曲线段的方程为 $y=f(x)$, 函数 $f(x)$ 在区间 $[0,a]$ 上有连续的导数,则定积分 $\int_0^a xf'(x)\mathrm{d}x$ 等于(　　)



(A) 曲边梯形 $ABOD$ 的面积.

(B) 梯形 $ABOD$ 的面积.

(C) 曲边三角形 ACD 的面积.

(D) 三角形 ACD 的面积.

(3) 在下列微分方程中,以 $y=C_1\mathrm{e}^x+C_2\cos 2x+C_3\sin 2x$ (C_1, C_2, C_3 为任意常数) 为通解的是(　　)

(A) $y'''+y''-4y'-4y=0$.　　(B) $y'''+y''+4y'+4y=0$.

(C) $y'''-y''-4y'+4y=0$.　　(D) $y'''-y''+4y'-4y=0$.

(4) 设函数 $f(x)=\dfrac{\ln|x|}{|x-1|}\sin x$, 则 $f(x)$ 有(　　)

(A) 1 个可去间断点,1 个跳跃间断点.　　(B) 1 个可去间断点,1 个无穷间断点.

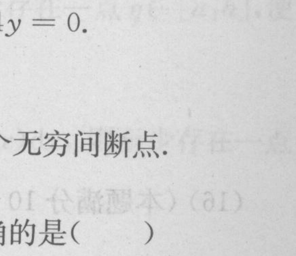
(C) 2 个跳跃间断点.　　(D) 2 个无穷间断点.

(5) 设函数 $f(x)$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 内单调有界, $\{x_n\}$ 为数列,下列命题正确的是(　　)

(A) 若 $\{x_n\}$ 收敛,则 $\{f(x_n)\}$ 收敛.　　(B) 若 $\{x_n\}$ 单调,则 $\{f(x_n)\}$ 收敛.

(C) 若 $\{f(x_n)\}$ 收敛,则 $\{x_n\}$ 收敛.　　(D) 若 $\{f(x_n)\}$ 单调,则 $\{x_n\}$ 收敛.

(6) 设函数 f 连续,若 $F(u,v)=\iint\limits_{D_{uv}}\dfrac{f(x^2+y^2)}{\sqrt{x^2+y^2}}\mathrm{d}x\mathrm{d}y$, 其中区域 D_{uv} 为图中阴影部分,则 $\dfrac{\partial F}{\partial u}=$ (　　)



(A) $vf(u^2)$.　　(B) $\dfrac{v}{u}f(u^2)$.

(C) $vf(u)$.　　(D) $\dfrac{v}{u}f(u)$.

(7) 设 $\boldsymbol{A}$ 为 n 阶非零矩阵, $\boldsymbol{E}$ 为 n 阶单位矩阵. 若 $\boldsymbol{A}^3=\boldsymbol{O}$, 则(　　)

(A) $\boldsymbol{E}-\boldsymbol{A}$ 不可逆, $\boldsymbol{E}+\boldsymbol{A}$ 不可逆.　　(B) $\boldsymbol{E}-\boldsymbol{A}$ 不可逆, $\boldsymbol{E}+\boldsymbol{A}$ 可逆.

(C) $\boldsymbol{E}-\boldsymbol{A}$ 可逆, $\boldsymbol{E}+\boldsymbol{A}$ 可逆.　　(D) $\boldsymbol{E}-\boldsymbol{A}$ 可逆, $\boldsymbol{E}+\boldsymbol{A}$ 不可逆.