SHUZHIFENXI
QUANZHENSHITIJIEXI

（第 2 版）

数值分析全真试题解析

孙志忠 吴宏伟 曹婉容 / 编著

东南大学出版社
SOUTHEAST UNIVERSITY PRESS

数值分析全真试题解析

（第2版）

孙志忠 吴宏伟 曹婉容 编著

东南大学出版社

·南京·

内容简介

本书对东南大学近5年来工学硕士研究生、工程硕士研究生学位课程考试、工学博士研究生入学考试“数值分析”以及理学博士研究生入学考试“高等数值分析”的试题作了详细的解答，部分题目还给出了多种解法. 内容包括误差分析、非线性方程求根、线性方程组数值解法、函数插值与逼近、数值微分与数值积分、常微分方程初值问题的数值解法、偏微分方程数值解法以及求矩阵特征值的幂法.

本书可作为理工科专业研究生、本科生学习数值分析课程或计算方法课程的参考书.

图书在版编目（CIP）数据

数值分析全真试题解析/孙志忠，吴宏伟，曹婉容编著.
—2版. —南京：东南大学出版社，2010.4
ISBN 978-7-5641-2152-5

Ⅰ.①数… Ⅱ.①孙… ②吴… ③曹… Ⅲ.①数值计算-研究生-解题 Ⅳ.①O241-44

中国版本图书馆CIP数据核字(2010)第055635号

东南大学出版社出版发行
(南京四牌楼2号 邮编：210096)
出版人：江汉
全国各地新华书店经销 溧阳晨明印刷有限公司印刷
开本：700mm×1000mm 1/16 印张：16 字数：314千
2010年5月第2版 2010年5月第1次印刷
定价：28.00元
(因印装质量问题，可直接向读者服务部调换. 电话：025-83792328)

第 2 版前言

计算机的迅速发展为人们提供了强有力的计算工具. 使用计算机进行科学计算已成为科学研究、工程设计中越来越不可缺少的一个环节, 而数值模拟已成为继理论研究、实验研究之后的一种新的科学研究方法, 它有时甚至代替或超过了实验所起的作用. 因此, 科学计算应该成为高级科技人员必须掌握的一种研究手段. 作为科学计算的核心 —— 数值分析 (Advanced Numerical Analysis) 课程或计算方法 (Elementary Numerical Analysis) 课程, 已被许多理工科专业研究生、本科生作为必修课程.

本书对东南大学近 5 年来工学硕士研究生和工程硕士研究生学位课程考试、工学博士研究生入学考试"数值分析"以及理学博士研究生入学考试"高等数值分析"的试题作了较详细的解答, 部分题目还给出了多种解法. 内容包括误差分析、非线性方程求根、线性方程组数值解法、函数插值与逼近、数值微分与数值积分、常微分方程初值问题的数值解法、偏微分方程数值解法以及求矩阵特征值的幂法. 硕士生学位课程考试时间为 150 分钟, 博士生入学考试时间为 180 分钟.

本书是东南大学出版社出版的《数值分析》和《计算方法和实习》两本教材的配套参考书. 虽然本书内容选自东南大学考试试卷, 但对所有学习这门课程的学生都有重要的参考价值.

工学硕士研究生学位课程考试的试题是由承担该课程的诸位同事共同讨论确定的, 在此向他们表示谢意. 同时感谢计算数学专业部分研究生为该书的排版校对付出的辛勤劳动.

作者衷心期望使用本书的老师、同学以及广大读者对本书提出宝贵意见. 电子邮箱: zzsun@seu.edu.cn.

作 者

2010 年 2 月

目　　录

试题部分

1

2005 年秋季工学硕士研究生学位课程考试试题 (A)

1. (8 分) 设 $x_1 = 1.21, x_2 = 3.65, x_3 = 9.71$ 均是具有 3 位有效数字的近似值, 试估算 $x_1x_2 + x_3$ 的相对误差限.

2. (11 分) 给定方程 $xe^x = 2$.
   1) 证明该方程在 $[0, +\infty)$ 内存在唯一实根 x^*;
   2) 用迭代法求出 x^* 的近似值, 精确到 2 位有效数字, 并验证所用迭代格式的收敛性.

3. (11 分) 用列主元 Gauss 消去法解线性方程组

$$\begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \\ -1 & 1 & 2 \\ 2 & 4 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -20 \\ -8 \\ 9 \end{pmatrix}.$$

4. (11 分) 给定线性方程组

$$\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ -6 \end{pmatrix}.$$

   考虑如下迭代格式

$$\begin{cases} x^{(k+1)} = (1-\omega)x^{(k)} + \omega(5 - y^{(k)})/3, \\ y^{(k+1)} = (1-\omega)y^{(k)} + \omega(-6 - x^{(k)})/3, \end{cases} \quad k = 0, 1, 2, \cdots,$$

   其中 ω 为实常数. 试分析 ω 在何范围内取值时, 迭代格式对于任意初始迭代向量 $\begin{pmatrix} x^{(0)} \\ y^{(0)} \end{pmatrix} \in \mathbf{R}^2$ 均收敛.

5. (11 分) 设 $f(x) \in C^3[a, b]$. 将区间 $[a, b]$ 作 $2n$ 等分, 并记 $h = (b-a)/(2n)$, $x_i = a + ih, 0 \leqslant i \leqslant 2n$.
   1) 写出 $f(x)$ 的分段二次插值多项式 $S(x)$, 即要求当 $k = 0, 1, \cdots, n-1$ 时 $S(x)$ 在区间 $[x_{2k}, x_{2k+2}]$ 上为二次多项式, 且满足

$$S(x_{2k}) = f(x_{2k}), \quad S(x_{2k+1}) = f(x_{2k+1}), \quad S(x_{2k+2}) = f(x_{2k+2});$$

   2) 估计误差

$$\max_{a \leqslant x \leqslant b} |f(x) - S(x)|.$$

6. (12 分) 1) 求常数 a, 使得

$$\int_0^1 (x^3 - a)^2 \mathrm{d}x$$

取最小值;

2) 求常数 b, 使得

$$\max_{0\leqslant x\leqslant 1}|x^3-b|$$

取最小值.

7. (12 分) 设 $f(x)\in C^4[a,b]$.

1) 试分析求积公式

$$\int_a^b f(x)\mathrm{d}x\approx\frac{b-a}{2}[f(a)+f(b)]+\frac{(b-a)^2}{12}[f'(a)-f'(b)]$$

具有几次代数精度;

2) 利用上述求积公式给出计算 $\int_a^b f(x)\mathrm{d}x$ 的一个复化求积公式.

8. (12 分) 给定常微分方程初值问题

$$\begin{cases} y'=f(x,y), & a<x\leqslant b,\\ y(a)=\eta, \end{cases}$$

取正整数 n, 并记 $h=(b-a)/n$, $x_i=a+ih$, $0\leqslant i\leqslant n$. 求参数 α, 使得下列数值求解公式

$$\begin{cases} y_{i+1}=y_i+\dfrac{h}{3}\left[f\left(x_i,y_i\right)+2f\left(x_i+\alpha h,y_i+\alpha hf(x_i,y_i)\right)\right], & 0\leqslant i\leqslant n-1,\\ y_0=\eta \end{cases}$$

的局部截断误差的阶数达到最高, 并给出此时局部截断误差的表达式.

9. (12 分) 给定定解问题

$$\begin{cases} -\left(\dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\dfrac{\partial^2 u}{\partial y^2}\right)+u=x+y, & (x,y)\in\Omega,\\ u\big|_{\partial\Omega}=0, \end{cases}\tag{A}$$

其中 Ω 为矩形域 $\{(x,y)\,|\,0<x<3,0<y<2\}$. 取正整数 M, 记 $h=1/M;x_i=ih,0\leqslant i\leqslant 3M;y_j=jh,0\leqslant j\leqslant 2M$. 试推导出计算 (A) 的一个差分格式, 并给出截断误差的表达式.

2005 年秋季工学硕士研究生学位课程考试试题 (B)

1. (8 分) 测得等腰三角形底边长为 152cm, 腰长为 251cm. 已知测量误差为 0.5cm. 试给出由所测数据计算该三角形面积时的绝对误差限和相对误差限.

2. (11 分) 给定方程 $e^x - x - 3 = 0$.
   1) 分析该方程存在多少个实根, 指出每个根所在的区间;
   2) 用迭代法求出该方程的所有实根, 精确到 4 位有效数.

3. (11 分) 用列主元 Gauss 消去法解线性方程组
$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 2 & -1 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 10 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

4. (11 分) 给定线性方程组
$$\begin{pmatrix} 3 & a \\ b & -3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c \\ d \end{pmatrix},$$
其中 a, b, c, d 为实常数, 且 $ab + 9 \neq 0$, 证明: 用 Jacobi 迭代法和 Gauss-Seidel 迭代法求解该方程组时两种迭代法具有相同的敛散性.

5. (11 分) 已知 A, B, C, D, E, F 的坐标分别为 $(-2, 0), (-1, 0), (0, 1), \left(\frac{1}{2}, 2\right), (1, 0), (2, 0)$. 作一个 5 次多项式曲线 $\overparen{BCDE}$, 使其左端点 B 与直线段 AB 相连接, 而右端点 E 与直线段 EF 相连接. 要求曲线 $\overparen{ABCDEF}$ 一阶光滑且经过 C, D 两点.

6. (12 分) 求常数 a, b, 使得积分
$$\int_0^1 \left(x^2 - a - be^x\right)^2 \mathrm{d}x$$
取最小值.

7. (12 分) 设 $f(x) \in C^4[0, 1]$, 求 x_0, x_1, A, 使得求积公式
$$\int_0^1 f(x)\,\mathrm{d}x \approx \frac{1}{2} f(x_0) + A f(x_1)$$
具有最高的代数精度, 并指出所得求积公式代数精度的次数.

8. (12 分) 给定常微分方程初值问题
$$\begin{cases} y' = f(x, y), & a < x \leqslant b, \\ y(a) = \eta, \end{cases}$$
取正整数 n, 并记 $h = (b - a)/n$, $x_i = a + ih$, $0 \leqslant i \leqslant n$.

1) 试确定参数 α 和 β, 使线性多步公式

$$y_{i+1}=\frac{1}{3}\left(\alpha y_i-y_{i-1}\right)+\beta hf\left(x_{i+1},y_{i+1}\right)$$

的局部截断误差阶数尽可能高, 并给出局部截断误差的表达式.

2) 试用一个 2 阶显式公式与上述隐式公式构造预测 - 校正公式.

9. (12 分) 给定定解问题

$$\begin{cases}\dfrac{\partial^2 u}{\partial t^2}+\dfrac{\partial u}{\partial t}=\dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2}+x-t, & 0<x<1, 0<t\leqslant 1,\\ u(x,0)=0,\ \dfrac{\partial u(x,0)}{\partial t}=x, & 0<t\leqslant 1,\\ u(0,t)=0,\ u(1,t)=t, & 0<t\leqslant 1.\end{cases} \tag{A}$$

取正整数 M,N. 记 $h=\dfrac{1}{M}, x_i=ih, 0\leqslant i\leqslant M; \tau=\dfrac{1}{N}, t_k=k\tau, 0\leqslant k\leqslant N$. 试推导出计算 (A) 的一个差分格式, 并给出截断误差的表达式.

2006年春季工学硕士研究生学位课程考试试题

1. (8分) 已知一等腰三角形, 腰长为 l_1, 底边长为 l_2, 其中 $l_1 = 4.92\text{cm}, l_2 = 3.12\text{cm}$ 均为有效数, 请按所给数据计算等腰三角形面积所产生的相对误差限.

2. (8分) 对于方程 $10 - 5x + 2\sin x = 0$.

   1) 证明: $\forall x_0 \in \mathbf{R}$, 由迭代格式 $x_{n+1} = 2 + \dfrac{2}{5}\sin x_n$ 得到的序列 $\{x_n\}_{n=0}^{\infty}$ 收敛于方程的根;

   2) 应用迭代法求该方程的全部实根, 精确至4位有效数字.

3. (10分) 用列主元 Gauss 消去法求解下列线性方程组

$$\begin{pmatrix} 3 & -1 & 4 \\ -1 & 2 & -2 \\ 2 & -3 & -2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ -4 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

4. (10分) 给定线性方程组

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix},$$

   其中 $a_{ii} \neq 0, i = 1, 2, 3$.

   1) 写出用 Jacobi 迭代格式求解该方程组的矩阵形式 $\boldsymbol{x}^{(k+1)} = \boldsymbol{J}\boldsymbol{x}^{(k)} + \boldsymbol{f}_J$;

   2) 证明: 若 Jacobi 迭代矩阵 $\boldsymbol{J}$ 满足 $\|\boldsymbol{J}\|_\infty < 1$, 则求解该方程组的 Gauss-Seidel 迭代格式收敛.

5. (10分) 已知 $x_0, x_1, x_2, a, b \in \mathbf{R}$, 且 $x_2 > x_1 > x_0, a \neq b$, 求满足如下条件的3次多项式 $p(x)$:

$$p(x_0) = a, \quad p'(x_1) = 0, \quad p''(x_1) = 0, \quad p(x_2) = b.$$

6. (10分) 求 $f(x) = \sqrt{x}$ 在 $[0,1]$ 上的一次最佳平方逼近多项式.

7. (15分) 1) 求参数 α, x_0, x_1, 使求积公式 $\displaystyle\int_a^b f(x)\mathrm{d}x \approx \alpha f(x_0) + \alpha f(x_1)$ 具有3次代数精度.

   2) 设 $f(x) \in C^1[a,b]$, 在 $[a,b]$ 上插入节点 $x_i = a + ih$, 其中 $h = \dfrac{b-a}{n}, i = 0, 1, 2\cdots, n, n \in \mathbf{N}$. 利用左矩形公式 $\displaystyle\int_a^b f(x)\mathrm{d}x \approx (b-a)f(a)$ 给出一个计算 $\displaystyle\int_a^b f(x)\mathrm{d}x$ 的复化求积公式, 并导出该复化求积公式误差的先验估计式.

8. (14 分) 给定常微分方程初值问题

$$\begin{cases} y' = f(x,y), & a < x \leqslant b, \\ y(a) = \eta, \end{cases}$$

取 $h = \dfrac{b-a}{n}, n \in \mathbf{N}, x_i = a + ih, 0 \leqslant i \leqslant n$. 记 $y_i \approx y(x_i), 1 \leqslant i \leqslant n$. $y_0 = y(a)$.

1) 求参数 α, 使如下求解公式

$$y_{i+1} = \frac{1}{2}(y_i + y_{i-1}) + h\left[f(x_{i+1}, y_{i+1}) + (\alpha - 1)f(x_i, y_i) + \alpha f(x_{i-1}, y_{i-1})\right]$$

的阶数达到最高, 并求出局部截断误差表达式;

2) 用一个 2 阶显式公式与 1) 中求得的公式构造预测 - 校正公式, 并指出所构造的预测 - 校正公式是几步公式.

9. (15 分) 对于定解问题

$$\begin{cases} \dfrac{\partial^2 u}{\partial t^2} + 2\dfrac{\partial u}{\partial t} = \dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2}, & 0 < x < 1,\ 0 < t < 1, \\ u(x,0) = x,\ \dfrac{\partial u(x,0)}{\partial t} = 0, & 0 < x < 1, \\ u(0,t) = 0,\ u(1,t) = 1, & 0 \leqslant t \leqslant 1, \end{cases}$$

取正整数 M, N, 令 $h = \dfrac{1}{M}, x_i = ih, i = 0, 1, \cdots, M$; $\tau = \dfrac{1}{N}, t_k = k\tau, k = 0, 1, \cdots, N$.

1) 建立求解上述问题的显式差分格式, 使其截断误差为 $R_{ik} = O(\tau^2 + h^2)$;

2) 取 $M = N = 4$, 应用 1) 中所建立的差分格式求 $u\left(\dfrac{1}{2}, \dfrac{1}{2}\right)$ 的近似值.

2006 年秋季工学硕士研究生学位课程考试试题

1. (11 分) 建立计算积分

$$I_n = \int_0^1 \frac{x^n+1}{4x+1}\mathrm{d}x, \quad n=0,1,2,\cdots$$

稳定的递推算法, 并证明算法的稳定性.

2. (11 分) 用迭代法求方程 $f(x)=2x-\ln x-3=0$ 的所有实根, 精确至 4 位有效数字.

3. (11 分) 用列主元 Gauss 消去法解线性方程组

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & 2 \\ -1 & 3 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ -7 \\ 6 \end{pmatrix}.$$

4. (11 分) 给定线性方程组

$$\begin{pmatrix} a & b & 0 \\ c & a & b \\ 0 & c & a \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix}, \tag{A}$$

其中 a,b,c,b_1,b_2,b_3 为常数且 $abc \neq 0$. 试给出解方程组 (A) 的 Gauss-Seidel 迭代格式收敛的充要条件, 并证明之.

5. (11 分) 设 $f(x)\in C^2[a,b]$, 求作一个 3 次多项式 $H(x)$, 使得

$$H'(a)=f'(a),\ H(b)=f(b),\ H'(b)=f'(b),\ H''(b)=f''(b).$$

6. (11 分) 设 $f(x)=\dfrac{1}{3+x}, x\in[-1,1]$, 求 $f(x)$ 在 $[-1,1]$ 上的 1 次最佳一致逼近多项式 $p_1(x)=c_0+c_1x$.

7. (12 分) 设 $f\in C^3[a,b]$, $I(f)=\displaystyle\int_a^b f(x)\mathrm{d}x$, 给定求积分 $I(f)$ 的求积公式

$$Q(f)=\frac{b-a}{4}\left[f(a)+3f\left(\frac{a+2b}{3}\right)\right]. \tag{B}$$

1) 求求积公式 (B) 的代数精度;

2) 证明: $I(f)-Q(f)=\dfrac{2}{27}\left(\dfrac{b-a}{2}\right)^4 f'''(\eta), \quad \eta\in(a,b)$;

3) 取正整数 n, 记 $h=\dfrac{b-a}{n}$, $x_i=a+ih(i=0,1,\cdots,n)$, 试构造求积公式 (B) 对应的复化求积公式 $Q_n(f)$, 并求极限 $\displaystyle\lim_{h\to 0}\frac{I(f)-Q_n(f)}{h^3}$.

8. (11 分) 给定常微分方程初值问题

$$\begin{cases} y'(x) = f(x, y(x)), & a \leqslant x \leqslant b, \\ y(a) = \eta, \end{cases}$$

取正整数 n, 记 $h = \dfrac{b-a}{n}, x_i = a + ih, i = 0, 1, 2, \cdots, n.$

1) 确定参数 α, 使下面的求解公式

$$\begin{aligned} y_{i+1} = &\frac{1}{2}(y_i + y_{i-1}) + \frac{h}{4}\Big[\alpha f(x_{i+1}, y_{i+1}) - f(x_i, y_i) \\ &+ (\alpha - 1) f(x_{i-1}, y_{i-1})\Big] \end{aligned} \tag{C}$$

的阶数尽可能高, 并求出相应的局部截断误差表达式, 指出该公式所达到的阶数;

2) 用一个 2 阶显式公式与上面得到的公式 (C) 构造一个预测 - 校正公式, 并指出所构造的预测 – 校正公式是几步公式.

9. (11 分) 给定初边值问题

$$\begin{cases} \dfrac{\partial u(x,t)}{\partial t} = \dfrac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2}, & 0 < x < 1,\ 0 < t < 1, \\ u(x, 0) = x^2(1-x), & 0 \leqslant x \leqslant 1, \\ u(0, t) = 0,\ u(1, t) = 0, & 0 \leqslant t \leqslant 1. \end{cases}$$

取正整数 M, N, 记 $h = \dfrac{1}{M}, \tau = \dfrac{1}{N}, x_i = ih\ (0 \leqslant i \leqslant M), t_k = k\tau\ (0 \leqslant k \leqslant N).$

1) 写出计算上述问题的古典隐格式;

2) 用古典隐格式求 $u(0.2, 0.1), u(0.4, 0.1), u(0.6, 0.1), u(0.8, 0.1)$ 的近似值.

2007 年春季工学硕士研究生学位课程考试试题

1. 填空 (每题 4 分, 共 20 分)

   1) 设 $\tilde{x} = 23.696$, $x = 23.692$ 为 $\tilde{x}$ 的近似值, 则 x 具有________位有效数字, 若将 x 舍入成有效数的形式, 应为________.

   2) 设 $\tilde{x} = \sqrt{80}$, 它的近似数 x 至少取________位有效数字才能保证 x 的相对误差小于 0.1%.

   3) 已知矩阵 $\boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$, 则 $\|\boldsymbol{A}\|_2 =$ ________, $\mathrm{cond}(\boldsymbol{A})_2 =$ ________.

   4) 应用 Gauss-Seidel 格式求解线性方程组 $\begin{pmatrix} a & 1 \\ 1 & a \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \end{pmatrix}$, $a \neq 0$, 该迭代格式收敛的充分必要条件为________.

   5) 函数 $y = \cos 2x$ 在 $[0, 2\pi]$ 上的 3 次最佳一致逼近多项式为________.

2. (10 分) 用迭代法求非线性方程 $f(x) = x^3 + 3x^2 - 6 = 0$ 的正根, 精确至 3 位有效数, 并验证所用格式的收敛性.

3. (10 分) 应用列主元 Gauss 消去法求解下列线性方程组:

$$\begin{cases} -2x_1 + x_2 + x_3 = -3, \\ 4x_1 - 3x_2 - 3x_3 = 8, \\ x_1 - 2x_2 - x_3 = 1. \end{cases}$$

4. (15 分) 设函数 $f(x) = \sin x$. 在 $[0, 2\pi]$ 上取步长 $h = \dfrac{2\pi}{n}$, 令 $x_i = ih$, $i = 0, 1, \cdots, n$, 其中 n 为正整数.

   1) 写出以 $x_i, i = 0, 1, \cdots n$ 为节点的分段线性插值多项式 $\tilde{L}_1(x)$;

   2) 分析 $\tilde{L}_1(x)$ 的误差, 并确定当步长 h 取多大时能保证在区间 $[0, 2\pi]$ 上应用 $\tilde{L}_1(x)$ 求 $f(x) = \sin x$ 的近似值时误差小于 0.5×10^{-4}.

5. (15 分) 已知函数 $f(x) \in C^2[a, b]$, $I(f) = \displaystyle\int_a^b f(x)\mathrm{d}x$.

   1) 确定当 α 取何值时, 求积公式 $A(f) = (b-a)[f(a) + \alpha(b-a)f'(a)]$ 的代数精度次数达到最高, 并指出此时代数精度的次数;

   2) 求积公式 $A(f)$ 的截断误差为 $\beta(b-a)^3 f''(\eta), \eta \in (a, b)$, 试确定 β 的值;

   3) 取正整数 n, 令 $h = \dfrac{b-a}{n}$, $x_i = a + ih$, 其中 $0 \leqslant i \leqslant n$, 构造与 $A(f)$ 对应的复化求积公式 $A_n(f)$, 并给出 $A_n(f)$ 的先验误差估计式.