

●重庆文理学院学术专著出版基金资助

FUZZY INFORMATION

基于模糊信息的 多属性决策理论与方法

卫贵武◎著

MULTIPLE ATTRIBUTE

THEORY AND METHODS OF
MULTIPLE ATTRIBUTE
DECISION MAKING
BASED ON FUZZY INFORMATION



中国经济出版社
CHINA ECONOMIC PUBLISHING HOUSE

重庆文理学院学术专著出版基金资助

基于模糊信息的多属性 决策理论与方法

卫贵武 著



北京

图书在版编目 (CIP) 数据

基于模糊信息的多属性决策理论与方法/卫贵武著

北京：中国经济出版社，2010.6

ISBN 978 - 7 - 5017 - 9903 - 9

I . 基… II . 卫… III . 决策学 IV . C934

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2010) 第 067074 号

责任编辑 徐子毅 姜 子

责任印制 张江虹

封面设计 华子图文

出版发行 中国经济出版社

印 刷 者 三河市佳星印装有限公司

经 销 者 各地新华书店

开 本 710mm × 1000mm 1/16

印 张 13

字 数 193 千字

版 次 2010 年 6 月第 1 版

印 次 2010 年 6 月第 1 次

书 号 ISBN 978 - 7 - 5017 - 9903 - 9/C · 69

定 价 32.00 元

中国经济出版社 网址 www.economyph.com 地址 北京市西城区百万庄北街 3 号 邮编 100037

本版图书如存在印装质量问题,请与本社发行中心联系调换(联系电话:010 - 68319116)

版权所有 盗版必究(举报电话: 010 - 68359418 010 - 68319282)

国家版权局反盗版举报中心(举报电话: 12390) 服务热线: 010 - 68344225 88386794

目录

CONTENTS

第1章 绪论	1
1.1 研究的问题与研究的意义	1
1.2 国内外研究现状	3
1.2.1 基于区间数多属性决策方法研究综述	3
1.2.2 基于三角模糊数多属性决策方法研究综述	6
1.2.3 基于语言信息多属性决策方法研究综述	6
1.2.4 基于不确定语言多属性决策方法研究综述	8
1.2.5 基于直觉模糊数多属性决策方法研究综述	9
1.3 本书的主要工作、研究方法和技术路线	10
1.3.1 本书的主要工作	10
1.3.2 本书的研究方法	13
1.3.3 本书的技术路线	14
第2章 基于区间数的多属性决策方法	15
2.1 对方案有偏好的区间数多属性灰色关联决策模型	15
2.1.1 决策理论与方法	15
2.1.2 算例分析	18
2.2 权重信息不完全的区间数多属性决策的 GRA 方法	20
2.2.1 决策理论与方法	20
2.2.2 算例分析	22

2.3 基于投影的区间数多属性决策方法	24
2.3.1 预备知识	24
2.3.2 决策理论与方法	25
2.3.3 算例分析	27
2.4 基于“奖优罚劣”的区间数多指标决策的 TOPSIS 方法	29
2.4.1 决策理论与方法	29
2.4.2 算例分析	31
2.5 基于三参数区间数的调和平均算子及在群决策中的 应用	32
2.5.1 C-OWHA 算子	32
2.5.2 CP-OWHA 算子及其拓展	33
2.5.3 基于三参数区间数的多属性群决策方法	36
2.5.4 算例分析	37
第3章 基于三角模糊数的多属性决策方法	40
3.1 FOWHA 算子及其在决策中的应用	40
3.1.1 预备知识	40
3.1.2 FOWHA 算子	42
3.1.3 基于 FOWHA 算子的模糊多属性决策方法	43
3.1.4 算例分析	44
3.2 FIOWHA 算子及其在群决策中的应用	47
3.2.1 FIOWHA 算子	47
3.2.2 基于 FWHA 和 FIOWHA 算子的模糊多属性群 决策方法	48
3.2.3 算例分析	50
3.3 对方案有偏好的模糊多属性决策的 GRA 方法	52
3.3.1 决策理论与方法	52

3.3.2 算例分析	55
第4章 基于二元语义的多属性决策方法.....	58
4.1 预备知识	59
4.2 基于二元语义的多属性群决策的灰色关联分析法	61
4.2.1 决策理论与方法	61
4.2.2 算例分析	63
4.3 基于二元语义的多属性群决策的投影法	64
4.3.1 决策理论与方法	64
4.3.2 算例分析	66
4.4 基于 T-WHA 和 T-CWHA 算子的二元语义多属性群决策法	68
4.4.1 基于二元语义的调和平均集结算子	68
4.4.2 决策理论与方法	72
4.4.3 算例分析	73
4.5 基于 ET-WG 和 ET-OWG 算子的二元语义多属性群决策方法	75
4.5.1 扩展的 T-WG 算子和 T-OWG 算子	75
4.5.2 群决策理论与方法	77
4.5.3 算例分析	78
4.6 基于 ET-WHA 和 ET-OWHA 算子的二元语义多属性群决策方法	81
4.6.1 ET-WHA 和 ET-OWHA 算子	81
4.6.2 群决策理论与方法	83
4.6.3 算例分析	84
4.7 基于极大偏差的二元语义多属性群决策方法	86
4.7.1 决策理论与方法	86
4.7.2 算例分析	89

第5章 基于不确定语言的多属性决策方法 93

5.1 预备知识	94
5.2 不确定语言环境下基于 ULHGM 算子的群决策方法	96
5.2.1 ULHGM 算子	96
5.2.2 决策理论与方法	99
5.2.3 算例分析.....	100
5.3 不确定语言多属性决策的组合方法.....	102
5.3.1 预备知识.....	102
5.3.2 确定属性权重的优化模型和算法.....	103
5.3.3 算例分析.....	106
5.4 对方案有偏好的不确定语言多属性决策方法.....	108
5.4.1 决策理论与方法.....	108
5.4.2 算例分析.....	111
5.5 不确定纯语言多属性群决策方法.....	113
5.5.1 UPLOWA 算子和 IUPLOWA 算子	113
5.5.2 决策理论与方法	115
5.5.3 算例分析.....	116
5.6 本章小结.....	118

第6章 基于直觉模糊集的多属性决策方法 120

6.1 预备知识.....	121
6.1.1 直觉模糊集的基本理论.....	121
6.1.2 区间直觉模糊集的基本理论.....	128
6.2 直觉模糊数多属性决策的两种偏差最大化方法.....	137
6.2.1 决策理论与方法.....	137
6.2.2 算例分析.....	140

6.3 区间直觉模糊数多属性决策的两种偏差最大化方法	141
6.3.1 决策理论与方法	141
6.3.2 算例分析	145
6.4 动态直觉模糊多属性决策	146
6.4.1 动态直觉模糊加权几何算子	146
6.4.2 动态直觉模糊多属性决策方法	147
6.4.3 不确定动态直觉模糊多属性决策方法	148
6.4.4 算例分析	150
6.5 基于诱导集结算子的直觉模糊多属性群决策方法	154
6.5.1 诱导的直觉模糊集结算子	154
6.5.2 基于诱导集结算子的直觉模糊多属性群决策方法	156
6.5.3 算例分析	157
6.6 基于诱导集结算子的区间直觉模糊多属性群决策方法	159
6.6.1 诱导的区间直觉模糊集结算子	159
6.6.2 基于诱导集结算子的区间直觉模糊多属性群决策方法	161
6.6.3 算例分析	163
6.7 对方案有偏好的直觉模糊数多属性决策方法	165
6.7.1 决策模型与方法	165
6.7.2 算例分析	168
6.8 对方案有偏好的区间直觉模糊数多属性决策方法	170
6.8.1 决策模型与方法	170
6.8.2 算例分析	173
参考文献	176

第1章 绪论

1.1 研究的问题与研究的意义

决策是人类的一项基本活动，它是指人们从若干备选方案中选择一个满意的行动方案的过程。决策行为普遍存在于人们生活的方方面面，大到一个国家经济发展的战略决策，小到一家企业的新产品开发决策，以及一个家庭或个人的投资理财决策，因此可以说决策无处不在、无时不在。1978年诺贝尔经济学奖得主西蒙（H. A. Simon）指出：“决策是管理的核心。管理就是决策，管理的各个层次，无论是高层，还是中层或下层，都要进行决策。”决策的正确与否直接关系到一个国家、一个企业或个人的兴衰成败，决策的科学性和客观性是保证做出成功决策的关键。随着现代社会的复杂性不断增加、规模的不断扩大和经营的多元化，各个组织、企业所面临的决策问题也越来越复杂，信息量越来越大，决策者单纯依靠直觉和经验来完成决策的时代已经成为历史，决策分析便应运而生，进而成为管理科学的重要研究领域^[1-19]。

根据决策空间的不同，经典的多准则决策可以划分为两个重要的领域：决策空间是离散的（备选方案的个数是有限的）称为多属性决策，决策空间是连续的（备选方案的个数是无限的）称为多目标决策。一般认为前者是研究已知方案的评价选择问题，后者是研究未知方案的规划设计问题^[1-2]。

经典的多属性决策问题可以描述为：给定一组可能的备选方案，对于每个方案，都需要从若干个属性去对其进行综合评价。我们的目的就是要

从这一组备选方案中找到一个使决策者满意的方案，或者对这一组方案进行综合排序，且排序结果能够反映决策者的意图。多属性决策是现代决策理论与方法研究的一个重要分支。其理论与方法在经济、管理、工程和军事等众多领域都有着广泛的应用，诸如投资方案评级选择、人力资源绩效评估、工厂选址、军事装备性能评定、投标招标、经济效益综合评价等^[1-17]。

多属性决策理论从其诞生以来就一直是学术界关注的研究热点。随着社会、经济的发展，人们所考虑问题的复杂性、不确定性以及人类思维的模糊性在不断增强。在实际决策过程中，决策信息常常以模糊信息来表达。在实际的决策问题中，模糊信息常常表现为以下几种的形式：

(1) 决策者因自身主观判断的局限性以及对事物认识的不充分，往往无法给出事物的精确信息或准确的概率分布特性。为此，美国加利福尼亚大学 L. A. Zadeh 教授^[70]在 1965 年提出了模糊集 (Fuzzy Sets) 的概念，由此奠定了模糊集的理论基础。该类模糊信息表现为区间数、三角模糊数和梯形模糊数。我们把属性取值为区间数（三角模糊数或梯形模糊数）的决策问题称为区间数（三角模糊数或梯形模糊数）多属性决策问题。

(2) 由于客观事物的复杂性、不确定性以及人类思维的模糊性，决策者在对诸如学生的综合素质、汽车的性能等进行评价时，一般喜欢直接用“优”、“良”、“中”、“差”等语言形式给出^[7-9, 48, 49]。然而，有时决策者在对上述问题进行评价时，也很难直接用“优”、“良”、“中”、“差”等语言形式给出，而是可能介于它们之间的评价。例如，当评价一位学生的综合素质时，决策者也许用介于“良”与“优”之间来表达。为了解决此类问题，徐泽水教授^[7-9]定义了不确定语言变量的概念。我们把属性取值为语言（或不确定语言）的决策问题称为语言（或不确定语言）多属性决策问题。

(3) 由于社会经济环境的日益复杂性和不确定性，人们在对事物的认知过程中，往往存在不同程度的犹豫或表现出一定程度的知识缺乏，从而使得认知的结果表现为肯定、否定或介于肯定与否定之间的犹豫性这三方面，如在各种选举投票事件中，除了支持与反对两个方面，常常有弃权的

情况发生^[8,71~72]。为此,1986年保加利亚学者 Atanassov^[71~72]进一步拓展了 Zadeh 教授在 1965 年建立的模糊集理论,提出了直觉模糊集(Intuitionistic Fuzzy Sets)的概念。由于直觉模糊集的特点是同时考虑隶属与非隶属两方面的信息,使得它在对事物属性的描述上提供了更多的选择方式,在处理不确定信息时具有更强的表现能力。我们把属性取值为直觉模糊数的决策问题称为直觉模糊数多属性决策问题。

可见,因所考虑问题的复杂性和决策者的个人偏好,决策者给出的模糊评价信息可能表现为区间数、三角模糊数、语言变量、不确定语言变量或直觉模糊数。为方便起见,我们把具有该 5 类模糊信息的决策问题统一称为模糊多属性决策问题。目前对模糊多属性决策问题的研究更是引起了学术界的极大关注,并取得了丰富的研究成果。但是,模糊多属性决策无论在理论方法研究还是在实际应用研究上,目前仍不够完善,值得深入的研究。因此,针对模糊多属性决策中存在的问题和研究的热点,进一步探索新的决策理论与方法,不但可以丰富模糊多属性决策理论,而且其理论与方法还可以在经济、管理、工程和军事等诸多领域得到广泛的应用。

1.2 国内外研究现状

1.2.1 基于区间数多属性决策方法研究综述

Harsanyi^[20]提出了加权算术平均(WAA)算子。Yager 教授^[21]提出了有序加权平均(OWA)算子。该算子已在决策分析、管理科学、人工智能、数据挖掘、专家系统及模糊系统等诸多领域得到了广泛应用。由于 WAA 算子仅考虑了每个数据的自身重要性程度, OWA 算子仅考虑了每个数据所在位置的重要性程度,由此可见两种算子分别代表不同的方面,且仅考虑其中的某一方面,故具有一定的片面性。为了解决这个缺陷,徐泽水和达庆利^[22]提出了一种混合集结(HA)算子。Aczel 和 Alsina^[23]提出了加权几何平均(WGA)算子。Herrera、Herrera-Viedma、Chiclana^[24]和徐泽水、达庆利^[25]分别提出了有序加权几何平均(OWG)算子。徐泽水和

达庆利^[26]提出了一种组合加权几何集结（CWGA）算子。Yager 和 Filev^[27]提出了诱导的有序加权平均（IOWA）算子。Chiclana、Herrera-Viedma、Herrera 和 Alonso^[28]提出了诱导的有序加权几何（IOWG）算子。徐泽水^[29]提出了动态加权平均（DWA）算子，并对动态多属性决策问题进行了研究。易平涛、郭亚军和张丹宁^[91-92]认为 OWA 算子是对元素按照所处的大小位置进行加权，因而 OWA 算子运用了元素之间大小秩序的信息，并通过位置权重的配置体现“与”、“或”、“偏与”、“偏或”等集结特征，但是 OWA 算子没有考虑元素之间分布的疏密程度。在大部分信息集结问题中，数据元素分布几乎都是不均匀的，此时考虑元素之间疏密程度的信息显得十分必要。为此易平涛、郭亚军和张丹宁^[91-92]提出了用密度集结方式融合多源信息的新思路，据此提出了密度加权平均（DWA）中间算子。进而以 DWA 算子为中间算子，将 DWA 与 WAA、OWA、AA、Min 和 Max 等算子结合，能利用更多的决策信息，从而达到最好的决策效果。易平涛和郭亚军^[93]将 DWA 算子进一步拓展为密度加权几何平均（DWGA）中间算子，并构建基于 DWA 算子和 DWGA 算子的多种合成算子，接着对密度集结算子的整体性质进行了分析。刘新旺^[94-102]对基于序加权平均的参数化信息集成算子理论进行了研究。最后，这些算子都在多属性决策问题中得到了广泛地应用。Yager^[103]提出了广义有序加权平均（GOWA）算子。Merigó 和 Gil-Lafuente^[85]提出了诱导的广义有序加权平均（IGOWA）算子。

徐泽水和达庆利^[30]将 OWA 算子推广到区间数环境，并提出了不确定有序加权平均（UOWA）算子。徐泽水和达庆利^[31]进一步提出了不确定有序加权几何（UOWG）算子。由于 UOWA 算子和 UOWG 算子只能对离散的区间数据进行信息集成，Yager^[32]和 Yager、Xu^[33]将其分别进行了拓展，使它们可以对连续区间数进行集成处理，分别提出了连续区间数 OWA（C - OWA）算子和连续区间数 OWG（C - OWG）算子。徐泽水^[34]和周宏安、刘三阳、房向荣^[35]分别进一步对 C - OWA 算子和 C - OWG 算子进行了拓展。徐泽水^[29]提出了不确定动态加权平均（UDWA）算子，并对区间数动态多属性决策问题进行了研究。侯芳和郭亚军^[36]将密度加权平均

(DWA) 中间算子和密度加权几何平均 (DWGA) 中间算子推广到区间数情形, 提出了区间数密度加权平均 (IDWA) 中间算子和区间数密度加权几何平均 (IDWGA) 中间算子。由于区间数只用上下限来表示, 又称为两参数区间数。在两参数区间数中, 上、下限间的各个数值可以认为取值机会均等。当用两参数区间数表示一个变量时, 有时为了覆盖整个取值范围, 区间可能会取得过大, 这时如果再认为整个区间内取值机会均等, 得出的结果就会出现较大的误差, 如果再对多个区间数进行混合运算, 可能会进一步放大区间的取值范围, 会进一步偏离实际的区间取值范围。为了解决这个问题, 文献 [37 - 41] 提出了用三参数区间数进行描述和计算, 进而用于决策, 不仅保持了原来参数的取值范围, 而且还能突出取值可能性最大的重心 (即在区间内取值可能性最大的那个数), 以弥补两参数区间数的不足。汪新凡^[41]研究了三参数区间数据信息的集成问题, 基于连续区间数有序加权平均 (C - OWA) 算子和连续区间数有序加权几何 (C - OWG) 算子, 定义了三参数区间数据有序加权平均 (CP - OWA) 算子和三参数区间数据有序加权几何 (CP - OWG) 算子, 并将这两种算子进行了拓展, 提出了加权的 CP - OWA (WCP - OWA) 算子和加权的 CP - OWG (WCP - OWG) 算子。最后, 将这些算子应用于多属性决策问题中。

目前, 对于区间数多属性决策问题决策方法的研究大致有以下几类:

- (1) 将误差分析理论应用于区间数多属性决策问题的研究, 提出了误差分析法^[118 - 122];
- (2) 将线性规划方法应用于区间数多属性决策^[7, 123 - 124];
- (3) 借助对区间数排序方法的研究, 对区间决策方案进行排序^[125 - 133];
- (4) 将传统的灰色关联分析方法扩展到区间数情形, 给出了区间数多属性决策的灰色关联分析法^[134 - 139];
- (5) 将传统的层次分析方法扩展到区间数情形, 给出了区间数多属性决策的层次分析法^[140 - 141];
- (6) 将投影法应用于区间数多属性决策^[142 - 143];
- (7) 将传统的逼近理想点法 (TOPSIS) 扩展到区间数情形, 给出了区间数多属性决策的 TOPSIS 法^[144 - 150];
- (8) 将传统的集对分析方法扩展到区间数情形, 给出了区间数多属性决策的集对分析法^[151]。

1.2.2 基于三角模糊数多属性决策方法研究综述

徐泽水^[42]、王欣荣和樊治平^[43]提出了模糊有序加权平均（FOWA）算子。徐泽水^[44]提出了模糊有序加权几何（FOWG）算子。徐泽水和吴岱^[45]提出了模糊的导出有序加权平均（FIOWA）算子。徐泽水和达庆利^[46]提出了模糊的导出有序加权几何平均（FIOWGA）算子。许叶军和达庆利^[47]提出了梯形模糊有序加权平均（TFOWA）算子。最后，基于这些算子，提出了相应的多属性决策方法。徐泽水^[166]对属性值和决策者对方案的主观偏好信息均为三角模糊数的多属性决策问题进行了研究，定义了期望值决策矩阵的概念，针对属性权重信息完全未知或只有部分权重信息的情形，给出了一种基于期望值的模糊多属性决策方法。徐泽水^[167]对属性权重信息不完全且属性值和决策者对方案的主观偏好信息均为三角模糊数的多属性决策问题进行了研究，提出一种基于相似度的决策方案排序法。周宏安和刘三阳^[168]基于离差最大化模型给出了一种模糊多属性决策投影法。Zeng^[169]也给出了一种基于期望值的模糊多属性决策方法。文献[170~172]给出了模糊多属性决策的TOPSIS方法。林军^[173]给出了一类基于Hausdorff距离的模糊多属性决策方法。许叶军和达庆利^[174]给出了一种基于理想点的三角模糊数多指标决策法。杨静和邱莞华^[175]针对属性权重完全未知且属性值为三角模糊数的多属性决策问题，提出了一种基于线性规划和模糊向量投影的决策方法。该方法给出了三角模糊数向量投影、相对贴近度等概念。基于加权属性值离差最大化建立了一个线性规划模型，通过求解此模型得到属性的权重，从而计算各方案的加权属性值在模糊正理想解和模糊负理想解上的投影，进而计算相对贴近度，并对方案进行排序。龚艳冰和梁雪春^[176]给出了一种基于模糊C-OWA算子的模糊多属性决策方法。

1.2.3 基于语言信息多属性决策方法研究综述

在现实生活中，很多决策问题，如评估汽车的“舒适度”和“设计”等属性时，一般很难用定量的数值来表示，此时，用定性的术语（语言信

息), 如“好”、“一般”、“差”等来表述则比较适合和方便。如何对语言信息进行集成是一个十分重要的课题^[9]。近年来,许多学者对语言信息的集成方法进行了研究。对该问题的研究主要分为两类方法。第一类方法是二元语义处理方法。西班牙学者 Herrera 教授^[48]于 2000 年首次提出了关于语言信息集结的二元语义分析方法,较好地克服了以往研究方法的缺陷,同时还提出了二元语义有序加权平均 ($T - OWA$) 算子,并将其成功地应用于多粒度语言标度的多属性决策分析之中^[49]。姜艳萍和樊治平^[50]将传统信息集结算子中的有序加权几何 (OWG) 算子扩展为二元语义有序加权几何 ($T - OWG$) 算子,并进一步分析了 $T - OWA$ 算子和 $T - OWG$ 算子所具有的性质。魏峰、刘淳安和刘三阳^[51]提出了二元语义混合加权平均 ($T - HWA$) 算子,同时证明了 $T - WA$ 算子和 $T - OWA$ 算子均为 $T - HWA$ 算子的特例。同时该文也指出了 $T - WGA$ 算子和 $T - OWG$ 算子均为 $T - HWG$ 算子的特例。张尧和樊治平^[52]针对属性值和权重值均为语言评价信息的多属性决策问题,提出了一种新的二元语义集结算子:拓展的语言有序加权平均 ($ELOWA$) 算子,并分析该算子的一些性质,进而给出了一种决策方法。卫贵武、黄登仕和魏宇^[53]针对属性值和权重值均为语言评价信息的多属性群决策问题,为了便于语言属性值和语言权重值的集结运算,提出了扩展的二元语义加权几何 ($ET - WG$) 算子和扩展的二元语义有序加权几何 ($ET - OWG$) 算子,并分析了这些算子的一些性质,然后提出了一种基于 $ET - WG$ 和 $ET - OWG$ 算子的群决策方法。文献 [177–195] 也从不同的角度对二元语义多属性(群)决策方法进行了研究。第二类方法是直接利用语言变量进行运算和分析。徐泽水^[9,54]提出了语言加权算术平均 ($LWAA$) 算子、扩展的有序加权平均 ($EOWA$) 算子和语言混合集结 (LHA) 算子。徐泽水^[9,55]提出了语言加权几何平均 ($LWGM$) 算子、语言有序加权几何 ($LOWG$) 算子和语言混合几何集结 ($LHGA$) 算子。钱刚和徐泽水^[9,56]提出了扩展的诱导有序加权平均 ($EIOWA$) 算子。徐泽水^[9,58]提出了扩展的诱导有序加权几何 ($EIOWG$) 算子。徐泽水^[59]对纯语言环境下的信息集结算子进行了研究。徐泽水^[60]提出了动态语言加权平均 ($DLWA$) 算子。徐泽水^[9]和卫贵武^[61]分别提出了动态语言加权几何平

均 (DLWGM) 算子，并对动态多属性决策问题进行了研究。徐泽水^[104]对三角语言多属性群决策问题进行了研究。文献 [9, 198 – 204] 对不完全信息下的语言多属性决策方法进行了研究。文献 [201] 对属性取值为语言变量、属性权重信息完全未知的多属性决策问题，给出了一种求解属性权重的简洁公式，同时对属性取值为语言变量、属性权重信息不完全的多属性决策问题，基于极小极大算子给出了一种决定属性权重的优化模型，最后通过 LWAA 算子集结属性信息。文献 [202] 对属性取值为语言变量、属性权重信息不完全的多属性决策问题，给出了一种交互式的决策方法。文献 [203] 对属性取值为语言变量、属性权重信息完全未知的多属性群决策问题，基于离差最大化的思想^[205]，给出了一种求解属性权重的公式。文献 [204] 对属性取值为语言变量、属性权重信息不完全且对方案有偏好的多属性决策问题，给出了解决该问题的线性规划模型。

1.2.4 基于不确定语言多属性决策方法研究综述

由于客观事物的复杂性、不确定性以及人类思维的模糊性，当专家受一些主、客观因素制约时他们往往以不确定语言的形式给出评估信息，因此对不确定语言多属性决策问题的研究具有重要的理论与实际应用价值^[9]。目前国内外有关该问题的研究已经有一部分成果。特别是属性权重和专家权重均以实数的形式给出、属性值以不确定语言变量形式给出的多属性群决策问题，徐泽水^[62–63]基于不确定语言 OWA (ULOWA) 算子和不确定语言混合集结 (ULHA) 算子给出了一种群决策方法。徐泽水^[64]基于导出的不确定语言 OWA (IULOWA) 算子和不确定语言加权平均 (UL-WA) 算子给出了一种群决策方法。徐泽水^[65]基于不确定语言 OWG (UL-OWG) 算子和导出的不确定语言 OWG (IULOWG) 算子给出了一种群决策方法。徐泽水^[9]和卫贵武^[66]对属性权重和专家权重以确定的实数给出、属性值以不确定语言变量形式给出的不确定语言多属性群决策问题进行了研究，提出了一种新的数据信息集成算子：不确定语言混合几何平均 (ULHGM) 算子，并且给出了不确定语言环境下基于 ULWGM 算子和 ULH-GM 算子的一种群决策方法。徐泽水^[67]提出了一些广义诱导的语言信息集

结算子和广义诱导的不确定语言信息集结算子。徐泽水^[68,69]对不确定纯语言环境下的信息集结算子进行了研究。徐泽水^[9]对不确定动态语言多属性决策问题进行了研究。文献[9]对属性取值为语言变量、属性权重信息完全未知的多属性决策问题，给出了一种求解属性权重的简洁公式，同时对属性取值为语言变量、属性权重信息不完全的多属性决策问题，基于极小极大算子给出了一种决定属性权重的优化模型，最后通过 ULWA 算子集结属性信息。文献[9]对属性取值为不确定语言变量、属性权重信息完全未知的多属性决策问题，基于离差最大化的思想^[205]，给出了一种求解属性权重的公式。文献[204]对属性取值为不确定语言变量、属性权重信息不完全且对方案有偏好的多属性决策问题，给出了解决该问题的线性规划模型。

1.2.5 基于直觉模糊数多属性决策方法研究综述

自从 1965 年 Zadeh 教授建立了模糊集理论^[70]，数学的理论与应用研究范围便从精确问题拓展到了模糊现象的领域。1986 年保加利亚学者 Atanassov 进一步拓展了模糊集，提出了直觉模糊集（Intuitionistic Fuzzy Sets）的概念，直觉模糊集是模糊集的推广，模糊集是直觉模糊集的特殊情形^[71-72]。徐泽水^[73]对直觉模糊环境下的算术集结算子进行了研究，提出了直觉模糊算术平均（IFAA）算子和直觉模糊加权算术平均（IFWAA）算子，并且基于 IFAA 算子和 IFWAA 算子，给出了一种群决策方法。徐泽水^[74]进一步提出了直觉模糊有序加权平均（IFOWA）算子和直觉模糊混合集结（IFHA）算子，同时提出了一种基于 IFWAA 算子和 IFHA 算子的直觉模糊多属性群决策方法。徐泽水^[75]对直觉模糊环境下的几何集结算子进行了研究，提出了直觉模糊加权几何（IFWG）算子，直觉模糊有序加权几何（IFOWG）算子和直觉模糊混合几何（IFHG）算子。徐泽水^[81]提出了动态直觉模糊加权平均（DIFWA）算子，并对动态直觉模糊多属性决策问题进行了研究。卫贵武^[82]提出了动态直觉模糊加权几何（DIFWG）算子，并给出了相应的动态直觉模糊多属性决策方法。

Atanassov 等^[76]对直觉模糊集做了进一步推广，提出了区间直觉模糊