普华经管

LECTURES ON
LIFE ACTUARIAL SCIENCE

寿险精算学教程

柏满迎 郑海涛 编著

62

人民邮电出版社
POSTS & TELECOM PRESS

寿险精算学教程

柏满迎　郑海涛　编著

人民邮电出版社
POSTS & TELECOM PRESS
北　京

图书在版编目（CIP）数据

寿险精算学教程/柏满迎，郑海涛编著．北京：人民邮电出版社，2007.1
ISBN 978-7-115-15506-1/F·873

I. 寿…　II. ①柏…②郑…　III. 人寿保险—精算学—教材　IV. F840.62

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2006）第 138014 号

内容提要

本书着力于寿险精算的基本理论和基本技能的阐述，主要针对死亡保险、生存保险和两全保险，建立刻画各险种的精算模型，探讨了模型的性质及各种模型的关联性。

本书体系完整，结构严谨合理，内容翔实，资料丰富，配备了大量的例题和习题以方便学生理解和学习，是一本既注重精算基础又具深度和广度的寿险精算教科书。

本书是为保险专业的学生和从事保险精算工作者编写的教科书，也可以作为中国准精算师考试的参考书。

寿险精算学教程

◆ 编　　著　柏满迎　郑海涛
　策　　划　张亚捷
　责任编辑　张亚捷

◆ 人民邮电出版社出版发行　　北京市崇文区夕照寺街 14 号
　邮编　100061　　电子函件　315@ptpress.com.cn
　网址　http://www.ptpress.com.cn
　北京隆昌伟业印刷有限公司印刷
　新华书店总店北京发行所经销

◆ 开本：700×1000　1/16
　印张：17　　　　2007 年 1 月第 1 版
　字数：330 千字　　2007 年 1 月北京第 1 次印刷

ISBN978-7-115-15506-1/F·873

定价：30.00 元

读者服务热线：(010)67129879　印装质量热线：(010)67129223

前 言

精算是从保险业的发展中不断完善起来的。由于保险公司的基本职责是分摊风险和补偿损失，所以一般要求保险公司有足够的分散风险的能力。保险公司在定价时都被要求把纯保费（保险成本）和附加保费分开计算，在纯保费部分不能有利润因素，以显示保险公司的绝对“公平”，而附加保费则主要反映保险公司的营业费用开支和政府认可的合理利润。所以，只要保险公司有能力分散风险，即能按大数法则大量售出保单，使保险公司在每张保单上收取的纯保费等于该保单所要承担的预期损失，就会导致纯费率等于损失率。由此可见，保险定价中确定纯保费的关键是损失率的测算，所以究竟哪些风险是可以测算的，哪些是可保损失，损失的可控性如何等一直是要求理论界来回答的问题，这些也就是精算学研究的原始问题。精算最初的定义是“通过对火灾、盗窃以及人的死亡等损失事故发生的概率进行估算以确定保险公司应该收取多少保费。”这个精算特指保险精算，它包括寿险精算和非寿险精算。

在寿险精算中，寿险成本的核定主要是确定给付金的现值函数（随机变量）和相应的损失分布，此时单位保额的纯保费（纯费率）就是单位保额的现值函数的数学期望即预期损失，这一计算模型已经能很好地测算连续给付情况下的保险成本。但是，无论何种方法都隐含着厘定寿险成本的两个基本问题：利率和死亡率的测算问题。由于20世纪70年代以前，各个国家的利率一般都是由国家控制的，所以，当时的利率测算并不是精算学所关注的主要问题，而寿险业务中的损失分布（死亡率的测算），即生命表的建立成为精算的核心工作。17世纪末，英国数学家、天文学家埃德蒙·哈雷（Edmund Hally）的第一张生命表的诞生成为寿险精算学发展的标志，早期的精算实务、教学和研究都围绕着生命表的编制问题，现在它仍然是精算研究的课题。

非寿险精算研究则主要是确定自然灾害和意外事故的损失。与寿险精算不同的是，它没有像生命表那样相对稳定的损失分布。所以非寿险精算始终把损失发生的频率、损失发生的幅度以及损失的控制作为它的研究重心。至今非寿险精算

已经发展了两个重要分支：一是损失分布理论，研究在过去有限的统计资料的条件下未来损失分布情况以及损失和赔款的相互关系等问题；二是风险理论，通过对损失频率和损失幅度分布的分析，研究这种出险次数和每次损失大小的复合随机过程，以期洞察保险公司应具备多大的基金，方可不“破产”，以及评估“破产”概率的大小复合随机过程。

但随着经济的发展，精算科学早已超出了费率厘定这一狭窄的范畴。特别是20世纪70年代后，市场利率变化趋大，保险基金的风险也变为精算研究的核心问题，即开始分析资产投资组合和负债结构，以保证保险公司的偿付能力和获利能力。诸如究竟用什么指标来衡量投资风险、衡量投资组合的合理性，用什么指标来显示资产和负债的匹配与否等都引起精算理论界和实务界的注意。由此看出，现代精算师在保险公司的职责已经包含两方面的工作：其一是保险产品的成本核算，实际上就是对风险进行定量评估和定价；其二是保险公司的金融管理，包括公司资产的投资管理、投资收益的敏感性分析和投资组合分析、资产和负债（保险公司的负债主要是准备金，是一种不确定性负债）的合理匹配等问题。由于经济发达国家和地区的金融市场不断完善，市场竞争也随之剧烈，发达国家的保险公司的定价已出现完全竞争状态，在计算总保费的时候已经把利润定为零甚至小于零，所以保险公司处理保险基金风险的能力完全决定了保单价格的竞争力。另外保险公司，特别是寿险公司（由于险期较长），一直被利率风险所困扰，这些都迫使精算学对金融管理在理论和实务两方面做出深入研究。因此，精算学也可以说是根据经济学的基本理论，利用数学方法，结合经济、金融、保险等理论，对各种经济活动中的财务风险进行分析、估价和管理的综合性应用科学。

具体到寿险精算上，它是在对死亡率研究的基础上，考虑资金投资利率，按照寿险合同对保险种类、保险金额、保险期限、保险费缴纳方式以及保险人的经营费用的规定等，预先对投保人须缴纳的保费水平、责任准备金以及保单的现金价值等进行科学准确的计算，并对经营活动中的风险进行分析和管理的应用科学。

根据精算概念的发展，它涉及如下许多相关的学科。

§ 与统计学的关系　精算学是利用统计方法，根据经验数据来分析问题和预测未来发展趋势，如构造生存模型、编制生命表、建立损失分布、费率和准备金的计算（精算数学、风险理论），因此在精算发展的很长一段时间里，它都被称为“保险统计”。

§ 与投资学的关系　投资是经济主体购买金融资产或实物资产，以便在未来某个时期取得与承担风险成比例的收入，其根本问题是投资决策。而精算的生命力就在于应用数学方法处理经济问题，如精算师在识别和控制利率风险以及合

试读结束，需要全本PDF请购买 www.ertongbook.com

理的投资组合等方面的工作是保险公司正常运作的基础，所以精算学在投资领域的应用越来越有优势。

§ 与财务和会计学的关系　会计是管理经济工作的手段之一，它利用货币这一资金的价值形式为主要计量尺度，应用专门的核算方法，通过记账、报账等程序，对经营活动进行核算和监督，用以制定决策等。由于保险公司的产品定价与一般企业不同，所以在保险公司中精算的职能主要是负责保费设计、准备金核算、红利和佣金的合理估算，使会计流程规范、合理，起到技术监督职责，使公司财务过程合理化；更重要的是精算将对未来的财务风险做出评估和预测，使企业的经营管理建立在科学的基础上，确保企业的稳妥经营。

§ 与金融和保险学的关系　精算学要根据保险学的基本原理科学定量地分析保险业务，并大量使用金融工具来对保险公司进行有效的金融管理。因此，它们之间的关系更是密不可分。

本书是为保险专业的学生和从事保险精算工作人员编写的教科书，也可以作为中国准精算师考试的参考书。全书着力于寿险精算的基本理论和基本技能的阐述，主要针对死亡保险、生存保险和两全保险，建立刻画各险种的精算模型，探讨了模型的性质及各种模型的关联性。本书参阅了大量的相关书籍，并加以消化吸收。全书体系完整，结构严谨合理，内容翔实，资料丰富，配备了大量的例题和习题以方便学生理解和学习，是一本既注重精算基础又具深度和广度的寿险精算教科书。

全书共分 11 章，主要内容有：以利息理论、生命表和生命函数为计算基础的寿险精算知识；寿险各险种的趸缴、分期缴保费与毛保费的计算，生存年金精算现值的计算；寿险公司理论及实际责任准备金的各种提留方法，保单现金价值、资产份额与红利的计算；团体寿险与养老金精算等知识。与以往所出版的教科书的最大不同之处，在于本书中的例题和习题均以我国最新的 2000 ~ 2003 年生命表为计算基础。

本教材在正式出版之前已经在本科教学中试用了两次，有许多本科生和研究生对教材的编写和修改提出了宝贵的意见和建议，并积极地参与到教材的编写过程中，这对于完善本教材意义重大。由于参与者较多，这里不一一列出，在此向对本教材做出贡献的本科生及研究生一并表示衷心的感谢。最后，要特别感谢北京航空航天大学经济管理学院的大力支持，使得本书能够顺利出版。

由于编者水平有限，书中错谬之处在所难免，恳请国内同行及广大读者给予批评指正。

柏满迎　郑海涛

2006 年夏

目 录

试读结束，需要全本PDF请购买 www.ertongbook.com

第 1 章

利息的度量及其基本计算

利息可定义为借用某种资本的代价或借出某种资本而取得的报酬，它来自于生产者使用该笔资金发挥生产职能而形成的利润的一部分。因此，利息也可看作是租金的一种形式，即借方支付给贷方的损失补偿，这种损失是由于资金使用权的转让而使贷方在一段时间内不能使用该笔资金导致的。显然，没有借贷，便没有利息。对资本借入者来说，利息就是因他使用资本而支付给借出者的代价；对资本借出者来说，利息就是他暂时转让资本的使用权得到的报酬。利息把资本的所有权和使用权分离，如存款人在银行得到的利息，是因其在存款期间内将资本的使用权转让给银行而得到的报酬。

寿险精算的基础就是对利息的恰当度量，因为寿险业务多为长期业务，需考虑投资收益，利息在其中起着非常重要的作用。

1.1 利息的度量

1.1.1 积累函数

在每项业务开始时投资的金额被称为本金。过了一定时间后再回收的总金额被称为积累值或终值。如假定在投资期间不再加入或抽出本金，资本数额的任何变化都是由利息引起的，那么这时，终值减去本金就是投资期内的利息金额。

显然，在上述假定下，决定积累值的两个最主要的因素就是本金金额和从投资日期算起的时间长度。投资时间可用不同的单位来度量，如日、周、月、季度、半年、年等。最常用的度量单位是年。这就可以定义积累函数 $a(t)$：$a(t)$ 表示在时刻0时投资一单位本金在时刻 t 时的积累值。$a(t)$ 具有如下性质：

1. $a(0)=1$，即在时刻0时开始投资，本金金额为1；
2. $a(t)$ 通常是递增函数，随时间的推移，利息会增加；
3. 当利息连续产生时，$a(t)$ 是 t 的连续函数。

积累函数通常有以下四种情况：

1. 线性金额函数，它在单利情况下存在，$a(t)=1+it$；
2. 非线性函数，它在复利情况下存在，该函数的二阶导数大于0，$a(t)=(1+i)^t$；
3. 水平的积累额函数，它表示本金不产生利息；
4. 阶梯上升的积累函数，它表示利息不连续地产生，利息支付日之间不产生利息。

一般情况下，本金金额不是一个单位，而是 C 个单位，这时可定义一个总量函数 $A(t)$，又称金额函数。它表示时刻0时的初始投资 C 到时刻 t 时的累积值。

若初始投资为 C（即 $A(0)=C$），则

$$A(t)=Ca(t) \tag{1.1.1}$$

以 I_n 表示第 n 个时期所得到的利息金额，那么

$$I_n=A(n)-A(n-1),n\geqslant 1$$

注意到 I_n 表示一段时间内所得到的利息量，而 $A(n)$ 表示某特定时间时的积累量。

例1.1.1 设 $a(t)=at^2+b$，且 $A(0)=100$，$A(3)=370$，求 $A(5)=100$ 时的 $A(10)$。

解： 由 $a(0)=1\Rightarrow b=1$，$A(0)=Ca(0)=100\Rightarrow C=100$

$$A(3)=370\Rightarrow a=0.3\Rightarrow a(t)=0.3t^2+1$$

$$A(5)=100\Rightarrow C=11.765\Rightarrow A(10)=364.715$$

可以看出，同一积累函数可以形成不同的总量函数。

1.1.2 实际利率

计算利息时间与基本单位时间一致，则资本在该段时间获得利息的能力就是实际利率，又称有效利率，即某期内的利息金额与此期开始时投资的本金金额之比。

若从 t 时刻开始，单位时间内，投资金额为1，假设在时刻 t 返还 $1+i(t)$，$i(t)$ 即为该时期的实际利率。若每季度计息一次，则一个季度的获得利息的能力就是季度实际利率。

以 $i(t)$ 表示时刻 t 上的实际利率，则

$$i(t)=\frac{a(t)-a(t-1)}{a(t-1)}=\frac{A(t)-A(t-1)}{A(t-1)}=\frac{I_t}{A_{t-1}} \tag{1.1.2a}$$

显然，期末支付的利息以期初的资本额为比较标准。

另外，它实际上是单位本金在给定的时期上产生的利息金额。从积累函数可以看出

$$i = \frac{a(1) - a(0)}{a(0)} = \frac{(1+i) - 1}{1} = \frac{I_1}{A(0)}$$

$$a(1) = a(0) + i = 1 + i \Rightarrow i = a(1) - a(0) \tag{1.1.2b}$$

例 1.1.2 某人向银行借 1000 元，一年后还本。若贷款利率为 6%，则此人在年末时要偿还银行多少？其中利息为多少？

解：$A(1) = A(0)(1+i) = 1000 \times (1+0.06) = 1060$(元)

$$I_1 = A(1) - A(0) = 60(\text{元})$$

所以，此人在年末时要偿还银行 1060 元，其中利息为 60 元。

1.1.3 单利与复利

前面讨论的实际利率 i 是针对某一度量期而言，若投资期为多个或非整数个度量期，则实务中常有两种基本的利息度量方法：单利法和复利法。

单利法

单利是指仅按本金和时间的长短计算利息，本金所生利息不加入本金重复计算利息。即 1 个单位的本金投资，它在每一个度量周期内产生的利息都是相同的。若本金为 $A(0)$，第 t 年的实际利率为 $i(t)$，则单利下的终值

1. 一年末资本额

$$A(1) = A(0)(1 + i(1)) \tag{1.1.3}$$

2. n 年末资本总额

$$A(n) = A(0)[1 + i(1) + i(2) + \cdots + i(n)] \tag{1.1.4a}$$

3. 第 t 年的利息额

$$I(t) = A(0)i(t) \tag{1.1.5a}$$

4. n 年内的利息总额

$$I = A(n) - A(0) = A(0)[i(1) + i(2) + \cdots + i(n)] \tag{1.1.6a}$$

若各年实际利率相等，均为 i，则

5. n 年末资本总额

$$A(n) = A(0)(1 + ni) \tag{1.1.4b}$$

6. 第 t 年的利息额

$$I(t) = A(0)i \tag{1.1.5b}$$

7. n 年内的利息总额

$$A(n)-A(0)=A(0)(ni) \tag{1.1.6b}$$

例 1.1.3 本金 1000 元，6 年投资如下，求资本总额以及利息总额。

时间（年）	各年实际利率	时间（年）	各年实际利率
0 ~ 2	2%	5 ~ 6	3%
2 ~ 5	4%		

解： 由已知条件和公式 1.1.4a 和公式 1.1.6b，可得

资本总额：$A(6)=1000\times(1+2\times0.02+3\times0.04+1\times0.03)=1190$(元)

利息总额：$A(6)-A(0)=1190-1000=190$(元)

复利法

复利是指在一定时期（如年、月或日）按本金计算利息，随即将利息并入本金，作为下一期计算利息的基础，俗称“利滚利”。即考虑一个单位的本金，在第一个度量周期期末，积累值为 $1+i$；在第二个度量周期开始时，本金和第一个度量周期内产生的利息被作为新的本金金额进行投资，到第二个周期期末时，积累值为 $(1+i)+i(1+i)=(1+i)^2$，$(1+i)^2$ 被进行再投资；第三个周期期末积累值为 $(1+i)^2+i(1+i)^2=(1+i)^3$，依此类推。可见，积累值函数是指数函数，则复利下的终值

1. 一年末资本额

$$A(1)=A(0)(1+i(1)) \tag{1.1.7}$$

2. n 年末资本额

$$A(n)=A(0)[1+i(1)][1+i(2)]\cdots[1+i(n)] \tag{1.1.8a}$$

3. 第 t 年的利息额

$$I(t)=A(t)-A(t-1)=A(0)[1+i(1)][1+i(2)]\cdots[1+i(t-1)]i(t) \tag{1.1.9a}$$

4. n 年内的利息总额

$$A(n)-A(0)=A(0)\{[1+i(1)][1+i(2)]\cdots[1+i(n)]-1\} \tag{1.1.10a}$$

若各年实际利率相等，均为 i，则

5. 年末资本额

$$A(n)=A(0)(1+i)^n \tag{1.1.8b}$$

6. 第 t 年的利息额

$$I(t)=A(0)[(1+i)^{t-1}](i) \tag{1.1.9b}$$

7. n 年内的利息总额

试读结束，需要全本PDF请购买 www.ertongbook.com