

Dongli  
Qixiangxue

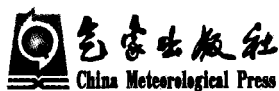
# 动力气象学

◎ 贺海晏 简茂球 乔云亭 编著

 气象出版社  
China Meteorological Press

# 动力气象学

贺海晏 简茂球 乔云亭 编著



## 内容简介

本书主要介绍犬气动力学的基础理论、方法及有关新进展,是在数十年教学与科学研究的基础上总结、编写而成的。本书特别注重气象与数学、物理学和流体力学的有机结合,力求深入浅出,简明扼要,通俗易懂。

本书可作为高等院校大气科学专业及相关学科本科生教材或教学参考书,亦可供研究生、有关青年科研工作者和业务人员阅读、参考。

### 图书在版编目(CIP)数据

动力气象学/贺海晏等编著. —北京:气象出版社,2010.1

ISBN 978-7-5029-4930-3

I. ①动… II. ①贺… III. ①理论气象学 IV. ①P43

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2010)第 015943 号

---

出版发行:气象出版社

地 址:北京市海淀区中关村南大街 46 号

总 编 室:010-68407112

网 址:<http://www.cmp.cma.gov.cn>

责任编辑:隋珂珂 李太宇

责任校对:赵 媛

封面设计:博雅思企划

印 刷:北京昌平环球印刷厂

开 本:750 mm×960 mm 1/16

字 数:420 千字

版 次:2010 年 2 月第 1 版

印 数:1~2000 册

邮政编码:100081

发 行 部:010-68409198

E-mail: [qxcbs@263.net](mailto:qxcbs@263.net)

终 审:周诗健

责任技编:吴庭芳

印 张:16

印 次:2010 年 2 月第 1 次印刷

定 价:32.00 元

# 序

动力气象学是大气科学(即传统的气象学)的一个分支学科。它利用数学、物理学和流体力学原理,着重从理论的角度分析研究大气运动的基本规律,是大气科学和相关专业的重要基础理论。动力气象学一直是高等院校大气科学和相关专业本科生必修的一门专业基础课。根据高校教育改革与实践的需要,作者在几十年教学和研究积累的基础上,参考、吸收国内外相关教材和论著的精华,将多年的讲稿加以整理,编写成了本书,主要目的是为大气科学及相关专业的本科教学提供一本动力气象学基础的教材或教学参考书。

从知识覆盖面来说,动力气象学是一门涉及多个学科、综合性较强的科目。要学好动力气象学,要求学生具备较好的数学、物理学、流体力学和气象学的基础知识和技能,绝大多数初学者都会感到学习这门课程有相当的难度。难在两个方面:一难在于不仅要有上述各门课程的有关基础知识,更重要的是要能在本课程的学习过程中将数学、物理、流体力学和气象学中所学到的看似彼此独立、不相关联的知识有机地结合起来,并灵活地运用于分析和解决本学科的问题,即难在“有机结合”与“灵活运用”上。二难在要能在思维和意识中牢固地建立起“场变量”及其时、空变化的概念,明确相关概念的数学表述、物理含义和气象应用等。本课程教学的主要目的是,培养和训练学生能将数学、物理学、流体力学和气象学等多方面的知识有机地结合起来,灵活运用于分析、阐明和理解大气运动的基本特征、性质及其机理。为此,本书编写过程中力求简明扼要,深入浅出,便于自学,注重阐述数学语言(公式)背后的物理和气象上的意义。此外,为了帮助初学者尽早建立起“场变量”及其时、空变化的概念,能更快地将先行课程中的分散知识联系起来,顺利过渡、进入本课程的学习,特在本书第1章开头增加了运动学基础一节。

动力气象学是一门多分支的学科,随着科学与技术的进步,其中有的分支例如“数值天气预报”已迅速发展成熟,成为了大气科学领域中的重要学科,并已开出了相应独立的专业课程。本书将不包含这类内容,而是着重于大气动力学的基础部分。

本书第 5 章、第 6 章和第 11 章由简茂球编写；第 9 章由乔云亭编写；其他各章及绪论等均由贺海晏编写。由于作者水平所限，本书错漏之处在所难免，诚请诸位批评指正。

作者

2010 年 1 月

# 目 录

序

绪 论	( 1 )
第 1 章 大气运动的基本方程组	( 3 )
1.1 运动学基础	( 3 )
1.2 旋转坐标系中的大气运动方程	( 13 )
1.3 运动方程的分量形式	( 21 )
1.4 大气运动的闭合方程组与初始、边界条件	( 29 )
1.5 大气湍流和平均运动方程	( 31 )
习题	( 34 )
第 2 章 运动方程组的简化	( 38 )
2.1 尺度分析方法与大气运动的分类	( 38 )
2.2 运动方程的尺度分析和简化	( 40 )
2.3 连续方程和热力学方程的简化	( 44 )
2.4 无量纲动力学参数与大气运动的动力学分类	( 45 )
习题	( 47 )
第 3 章 $P$ 坐标系和广义垂直坐标系	( 48 )
3.1 $P$ 坐标系	( 48 )
3.2 广义垂直坐标系	( 55 )
3.3 $\theta$ 坐标系	( 57 )
3.4 地形( $\sigma$ )坐标系	( 59 )
习题	( 61 )
第 4 章 自由大气中的平衡运动	( 64 )
4.1 自然坐标系中的运动方程	( 64 )

4.2	地转风 .....	( 67 )
4.3	热成风 .....	( 69 )
4.4	梯度风 .....	( 72 )
4.5	旋衡风和惯性风 .....	( 74 )
	习题 .....	( 75 )
<b>第 5 章</b>	<b>环流定理、涡度方程与散度方程 .....</b>	<b>( 78 )</b>
5.1	环流定理 .....	( 78 )
5.2	涡度方程 .....	( 82 )
5.3	位势涡度 .....	( 87 )
5.4	散度方程 .....	( 89 )
	习题 .....	( 91 )
<b>第 6 章</b>	<b>大气中的准地转运动 .....</b>	<b>( 93 )</b>
6.1	地转偏差 .....	( 93 )
6.2	地转适应理论概要 .....	( 98 )
6.3	中纬度天气尺度运动的诊断分析 .....	( 107 )
	习题 .....	( 118 )
<b>第 7 章</b>	<b>大气波动 .....</b>	<b>( 119 )</b>
7.1	波动的基本概念 .....	( 119 )
7.2	小振幅波及其支配方程组的线性化 .....	( 125 )
7.3	大气声波 .....	( 128 )
7.4	重力波 .....	( 133 )
7.5	大气长波(Rossby 波) .....	( 142 )
7.6	大气混合波与滤波 .....	( 146 )
	习题 .....	( 147 )
<b>第 8 章</b>	<b>大气运动稳定性 .....</b>	<b>( 149 )</b>
8.1	运动稳定性的基本概念 .....	( 149 )
8.2	惯性稳定度与对称稳定度 .....	( 151 )
8.3	大气长波的正压稳定性 .....	( 154 )
8.4	大气长波的斜压稳定性 .....	( 159 )
	习题 .....	( 166 )
<b>第 9 章</b>	<b>大气边界层 .....</b>	<b>( 168 )</b>
9.1	大气边界层概论 .....	( 168 )

---

9.2	动量、热量和水汽的湍流输送·····	(169)
9.3	近地层中平均风速、温度及水汽的垂直分布·····	(173)
9.4	定常条件下边界层风速、温度和湿度的垂直分布·····	(182)
	习题·····	(193)
<b>第 10 章</b>	<b>大气能量学</b> ·····	(194)
10.1	大气中的能量及能量平衡方程·····	(194)
10.2	铅直气柱中的能量·····	(198)
10.3	有效位能·····	(201)
10.4	大尺度大气运动的能量转换与能量循环·····	(205)
10.5	大气运动稳定度与能量变化的关系·····	(215)
	习题·····	(220)
<b>第 11 章</b>	<b>热带大气动力学</b> ·····	(221)
11.1	热带大气环流系统·····	(221)
11.2	热带大尺度运动的尺度分析·····	(222)
11.3	凝结潜热加热·····	(226)
11.4	赤道波动·····	(231)
11.5	热带扰动发生发展的物理机制·····	(235)
	习题·····	(236)
<b>参考文献</b>	·····	(237)
<b>附录一</b>	<b>常用物理量常数</b> ·····	(238)
<b>附录二</b>	<b>基本量度单位和常用物理量换算</b> ·····	(240)
<b>附录三</b>	<b>常用矢量运算公式</b> ·····	(243)



# 绪 论

动力气象学是利用物理学原理和数学方法研究大气运动的动力过程和热力过程及其相互关系,从理论上探讨大气运动,特别是与天气和气候变化紧密关联的大气运动演变规律的学科,它是大气科学的一个分支学科。大气科学是研究大气的各种现象及其演变规律,以及如何利用这些规律为人类服务的科学。它是在传统的“气象学”的基础上拓展形成的。早期的气象学是以气候学、天气学、大气热力学、大气动力学以及大气中的物理现象和一般化学现象等为主要研究内容的。随着社会经济和科技的发展,现代技术在气象上的应用日益广泛,气象学的研究领域不断扩大。例如气象卫星探测的发展与天气学的结合逐渐形成了卫星气象学;气象雷达探测的发展与云和降水物理学相结合形成了雷达气象学;酸雨及其他大气污染现象日趋严重,有力地促进了大气环境科学的发展。从20世纪60年代开始,“大气科学”一词的应用日益广泛,以至于现在几乎取代了传统“气象学”的位置。从学科的性质说来,动力气象学是许多其他大气科学分支学科(例如天气学、大气环流、数值天气预报和动力气候学等)的理论基础。

通常,地球大气被假定是一种理想气体,它当然也是一种流体。因此,流体力学中的“连续介质假设”和物理学中的“理想气体假设”是动力气象学中的两个基本的前提性假设。应该说动力气象学与流体力学有着很深的历史渊源和千丝万缕的联系。如果说流体力学研究的是流体运动的一般规律,那么,动力气象学研究的则是旋转地球上大气运动的特殊规律。所以,动力气象学又可视为流体力学的一个分支。但是,同时应当强调指出的是,由于地球大气有许多不同于一般流体的特征,在研究大气运动时,必须考虑一些特定因素的作用。例如,第一,地球旋转的影响。地球旋转效应是影响大气运动的重要因子之一,尤其是对于大尺度运动。在地球旋转效应不能忽略的大尺度大气运动中,人们通常认定的所谓“水往低处流”的“真理”将完全失效,取而代之的则是白贝罗(C. H. D. Buys Ballot C H D)风压定律所描述的“风沿等压线吹”的事实。这是大气运动与一般流体运动最显著的、最本质性的差异。第二,层结效应。大气密度通常随高度升高而显著减小,是一种典型的层结流体。在大气中,重力与浮力失衡所产生的“层结内力”(净浮力)可能会导致空气的铅直对流和水汽凝

结,这是成云致雨等天气现象形成的基本条件,也是大气运动中的独特现象。第三,非绝热加热的作用。大气可视为一部由多种非绝热过程驱动的“热机”,这些过程主要包括辐射、热传导和水汽相变加热等。第四,复杂边界的影响。包围地球的大气层不可避免地要受复杂边界的动力或热力的影响,可能的边界包括陆圈、水圈、冰雪圈、岩石圈和生物圈等。

近代动力气象学起源于北欧,它是在物理学、流体力学、大气探测和天气学等相关学科的基础上发展起来的。牛顿力学三大定律和微积分学的创立(17—19世纪初)、连续方程(1752年)和理想流体动力方程组(1755年)的提出、地转偏向力(1835年)的发现和热力学第一定律的建立(1842—1848年)等为动力气象学奠定了理论基础。1897年,近代天气学和大气动力学的主要创始人之一的挪威气象学家和物理学家 V. 皮耶克尼斯(V. Bjerknes)将流体力学和热力学应用于大气和海洋的大尺度运动研究中,提出了著名的环流定理。从此,动力气象学逐步从流体力学中分离出来、发展成为一门独立的学科。20世纪初,英国气象学家 L. F. 里查逊(L. F. Richardson)利用支配大气运动的原始方程模式,进行了定量数值天气预报的尝试;20世纪20—30年代,以 V. 皮耶克尼斯为首的挪威学派提出了锋面气旋学说,奠定了现代天气学原理、天气分析和预报的基础;30—40年代,随着高空探测的发展,以罗斯贝(C. G. Rossby)为代表的芝加哥学派发现了高空大气长波,并提出一系列有关大气长波的理论;这些进展对于近代动力气象学的发展都是具有里程碑意义的。50年代以来,由于计算技术的发展和高新技术(地基与空基遥测或遥感)在大气探测中的广泛应用,数值天气预报、中小尺度动力学和热带大气动力学等都取得了显著进展。而且,这些仍将是动力气象学研究有待继续深入和发展的方向。同时,学科的发展将会更多地涉及多圈层的相互作用,与其他学科的渗透和交叉也会更趋深入和广泛。

# 第 1 章 大气运动的基本方程组

大气动力学是利用数学、物理学和流体力学方法研究大气运动和变化规律的学科。类似于流体力学,在大气动力学中,大气被假定是一种连续介质。表征大气状态的物理量(或气象要素)如空气的气压( $p$ )、气温( $T$ )、密度( $\rho$ )、比湿( $q$ )和风速矢量( $\vec{V}$ )等都假定为时间和空间上的连续函数,这样的物理量称为场变量。在任一指定时刻,一个物理量在空间上的连续分布就构成了一个“物理量场”,如气压场、温度场、湿度场、风场等。气象学中的场变量又可分为两大类,一类是标量场,如气压场、温度场、密度场和湿度场等;另一类是矢量场(或向量场),如风场。联系这些物理量场、支配大气运动的基本物理原理(定律)有:动量守恒原理(牛顿第二运动定律)、能量守恒原理(热力学第一定律)、质量守恒原理和状态方程等。本章的主要任务是,利用这些物理原理和数学方法,建立描述大气运动的基本方程组。

## 1.1 运动学基础

大气动力学要研究的是地球大气运动及其变化的规律。实质上,就是要研究表征大气状态的各个场变量随时间和空间变化的规律。虽然大气动力学所关注的核心问题是运动与作用力的关系,但是,事先掌握一些必要的运动学基础知识,清晰牢固地确立起时间上和空间上的物理量场的概念,熟悉场变量时空变化的定量表示和分析方法等是非常必要的。本节将从运动学角度出发,简明扼要地讲述场变量时、空变化的种类、数学表示及其相互关系等,以利于初学者能更好地过渡到大气动力学的深入讨论。

### 1.1.1 标量场的空间变化

#### 1.1.1.1 位置矢量

任一场变量都可表示为空间上点的位置和时间  $t$  的函数。空间上的任一点  $M(x, y, z)$  的位置则可用一个位置矢量

$$\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k} \quad (1.1)$$

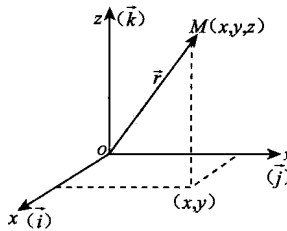


图 1.1 位置矢量

来表示。其中， $x$ 、 $y$  和  $z$  是点  $M$  在直角坐标系中的坐标(图 1.1)， $\vec{i}$ 、 $\vec{j}$  和  $\vec{k}$  分别是  $x$ 、 $y$  和  $z$  轴方向的单位矢量。在气象上，通常取  $z$  轴指向铅直向上的方向， $x$  和  $y$  轴位于水平面内。空间位置的变化则可用位置矢量的改变量(或位移矢量)表示为

$$\delta\vec{r} = \delta x\vec{i} + \delta y\vec{j} + \delta z\vec{k} \quad (1.2)$$

### 1.1.1.2 标量场的梯度

任一标量场(以气压场  $p$  为例)可表示为空间和时间的函数:

$$p = p(x, y, z, t) = p(\vec{r}, t) \quad (1.3)$$

考虑某一指定时刻( $t = t_0$ )气压  $p$  的空间变化,则  $p$  可视为只是空间变量的函数,其空间微分可表示为

$$\delta p = \frac{\partial p}{\partial x} \delta x + \frac{\partial p}{\partial y} \delta y + \frac{\partial p}{\partial z} \delta z \quad (1.4)$$

这里,我们用  $\delta$  表示空间微分,以别于包含时间变化的全微分。不计高阶小量,  $\delta p$  就是  $p$  从一点  $M(\vec{r})$  到另一充分靠近的相邻点  $N(\vec{r} + \delta\vec{r})$  的改变量。定义如下向量:

$$\nabla p = \frac{\partial p}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial p}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial p}{\partial z} \vec{k} \quad (1.5)$$

称之为气压梯度。其中,  $\nabla$  代表如下的矢量微分算子(符):

$$\nabla \equiv \vec{i} \frac{\partial}{\partial x} + \vec{j} \frac{\partial}{\partial y} + \vec{k} \frac{\partial}{\partial z} \quad (1.6)$$

可称之为梯度算子。于是,(1.4)式可表示为气压梯度与位移矢量的点积:

$$\delta p = \nabla p \cdot \delta\vec{r} \quad (1.7)$$

这里,符号“ $\cdot$ ”代表矢量的数性积(点积或点乘)运算。若记

$$\nabla p = |\nabla p| \vec{n} \quad (1.8)$$

及

$$\vec{l} = \frac{\delta\vec{r}}{|\delta\vec{r}|} \quad (1.9)$$

(这里,  $\vec{n}$ 和 $\vec{l}$ 分别是向量 $\nabla p$ 和 $\delta\vec{r}$ 方向的单位向量;  $|\nabla p|$ 和 $|\delta\vec{r}|$ 分别为这两个向量的模), 则(1.7)式可改写为

$$\delta p = |\nabla p| |\delta\vec{r}| (\vec{n} \cdot \vec{l}) = |\nabla p| |\delta\vec{r}| \cos\alpha \quad (1.10)$$

式中 $\alpha$ 为单位向量 $\vec{n}$ 与 $\vec{l}$ 的夹角。气压 $p$ 沿 $\delta\vec{r}$ (或 $\vec{l}$ )方向的方向导数可表示为

$$\frac{\partial p}{\partial l} \equiv \lim_{|\delta\vec{r}| \rightarrow 0} \frac{\delta p}{|\delta\vec{r}|} = |\nabla p| (\vec{n} \cdot \vec{l}) = |\nabla p| \cos\alpha \quad (1.11)$$

此式清楚地表明了气压梯度与气压空间变化的关系。

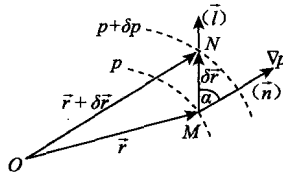


图 1.2 气压梯度与气压空间变化的关系

当 $\alpha=0$ ,  $\vec{l}$ 指向气压梯度的方向时,  $\partial p/\partial l = \partial p/\partial n = |\nabla p|$ , 即 $p$ 的方向导数取得最大正值, 由此可以推断: 气压梯度的方向( $\vec{n}$ )应该就是气压增大最快的方向; 当 $\alpha=\pi/2$ ,  $\vec{l}$ 与气压梯度方向垂直时,  $\partial p/\partial l=0$ , 即气压沿 $\vec{l}$ 方向的方向导数为零, 可见,  $\vec{l}$ 的方向与等压面平行, 气压梯度的方向则必定是与等压面垂直的。综合说来, 空间任意一点的气压梯度是这样一个矢量, 其方向与局地等压面垂直、指向气压增大最快的方向(图 1.2), 其大小就是气压在该方向上的方向导数。注意, 一旦给定了气压场, 气压梯度场就由(1.5)式唯一确定了, 而气压沿任一指定方向( $\vec{l}$ )的变化特征(方向导数)都可由(1.11)式确定。因此, 一般说来, 在某指定时刻, 任一标量场都存在一个类似于(1.5)式所定义的梯度场; 梯度场是一个矢量场, 这个矢量场决定了该物理量的空间分布(变化)特征。

在三维空间, 一个矢量包含有三个分量, 即一个矢量场可由三个标量场决定。所以, 关于矢量场的问题原则上可归结为三个标量场的问题。然而, 矢量场也有其特有的性质, 例如, 描述一个矢量场的空间变化的特性量有散度(标量场)及涡度(矢量场)等, 这些都是标量场所没有的, 我们将在本节后面讨论这些量。下面先讨论场变量的时间变化。

### 1.1.2 场变量的时间变化

以上我们讨论了场变量的空间变化, 现在来讨论场变量的时间变化。场变量的时间变化有两种, 一种是“局地变化”, 另一种称为“随体变化”或“个别变化”, 下面分别说明这两种变化。

### 1.1.2.1 局地变化率

当我们在空间某个固定点(位置矢为 $\vec{r}$ )上考察一个场变量随时间 $t$ 的变化时,我们所测得(或观测到)的变化称为该场变量在该地点上的局地变化。按定义,场变量 $F(\vec{r}, t)$ 在点 $\vec{r}$ 上的局地变化率(单位时间内的变化量)可定量地表示为

$$\frac{\partial F}{\partial t} \equiv \lim_{\delta t \rightarrow 0} \frac{F(\vec{r}, t_0 + \delta t) - F(\vec{r}, t_0)}{\delta t} \quad (1.12)$$

它是物理量在同一地点、不同时刻的变化率。

### 1.1.2.2 个别变化率

个别变化率是指跟随某个“动点”(如移动的飞机、车、船、空气质点或天气系统中的特性点等)在运动过程中所历经(或测得)某物理量 $F(\vec{r}, t)$ 随时间的变化率,其数学表达式可写为

$$\frac{dF}{dt} \equiv \lim_{\delta t \rightarrow 0} \frac{F(\vec{r}_0 + \delta\vec{r}, t_0 + \delta t) - F(\vec{r}_0, t_0)}{\delta t} \quad (1.13)$$

与局地变化率不同,它是物理量在不同地点、不同时刻的变化率。

### 1.1.2.3 平流变化率

(1.13)式可改写为

$$\begin{aligned} \frac{dF}{dt} \equiv & \lim_{\delta t \rightarrow 0} \frac{F(\vec{r}_0 + \delta\vec{r}, t_0 + \delta t) - F(\vec{r}_0 + \delta\vec{r}, t_0)}{\delta t} + \\ & \lim_{\delta t \rightarrow 0} \frac{F(\vec{r}_0 + \delta\vec{r}, t_0) - F(\vec{r}_0, t_0)}{\delta t} \end{aligned} \quad (1.14)$$

上式右边第一项就是由(1.12)式所定义 $F$ 的局地变化率 $\partial F/\partial t$ ,而右边第二项的分子可表示为

$$\delta F \equiv F(\vec{r}_0 + \delta\vec{r}, t_0) - F(\vec{r}_0, t_0) = \delta\vec{r} \cdot \nabla F \quad (1.15)$$

取 $\delta t \rightarrow 0$ (同时有 $\delta\vec{r} \rightarrow 0$ )的极限,则(1.14)式可表示为

$$\frac{dF}{dt} = \frac{\partial F}{\partial t} + \frac{d\vec{r}}{dt} \cdot \nabla F \quad (1.16)$$

其中,

$$\frac{d\vec{r}}{dt} \equiv \lim_{\delta t \rightarrow 0} \frac{\delta\vec{r}}{\delta t} \quad (1.17)$$

代表“动点”的位置矢的时间变化率,即该动点的运动速度。(1.16)式右边第二项称为场变量 $F$ 的平流变化率, $d\vec{r}/dt$ 则称为平流速度。(1.16)式是联系任一场变量 $F$ 的个别(或随体)变化率、局地变化率和平流变化率的基本关系式。由(1.16)式可见, $F$ 的个别变化率等于其局地变化率与平流变化率之和。当动点就是空气质点时,

气象上通常用 $\vec{V}$ 表示空气运动的速度:

$$\vec{V} \equiv \frac{d\vec{r}}{dt} \equiv u\vec{i} + v\vec{j} + w\vec{k} \quad (1.18)$$

这里,

$$u \equiv \frac{dx}{dt} \quad (1.19)$$

$$v \equiv \frac{dy}{dt} \quad (1.20)$$

$$w \equiv \frac{dz}{dt} \quad (1.21)$$

分别是风速矢 $\vec{V}$ 在笛卡儿坐标系中沿  $x$ 、 $y$  和  $z$  轴(单位矢分别为 $\vec{i}$ 、 $\vec{j}$ 和 $\vec{k}$ )方向的分量。气象上,通常取  $z$  轴指向天顶, $x$  与  $y$  轴位于水平面内。这时, $u$  和  $v$  代表水平风速分量,而  $w$  则代表铅直速度分量。(1.16)式可改写为

$$\begin{aligned} \frac{dF}{dt} &= \frac{\partial F}{\partial t} + \vec{V} \cdot \nabla F \\ &= \frac{\partial F}{\partial t} + u \frac{\partial F}{\partial x} + v \frac{\partial F}{\partial y} + w \frac{\partial F}{\partial z} \end{aligned} \quad (1.22)$$

上式可视为微分算子

$$\frac{d}{dt} \equiv \frac{\partial}{\partial t} + \vec{V} \cdot \nabla \quad (1.23)$$

或

$$\frac{d}{dt} \equiv \frac{\partial}{\partial t} + u \frac{\partial}{\partial x} + v \frac{\partial}{\partial y} + w \frac{\partial}{\partial z} \quad (1.24)$$

作用于场变量  $F$  的结果。在气象学中,上述微分算子称为“个别微分算子”或“欧拉算符”。

若令  $F=T$ ,  $T$  为气温,则由(1.22)式,有

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{dT}{dt} - \vec{V} \cdot \nabla T \quad (1.25)$$

这是局地温度的预报方程。左边代表指定地点(局地)的温度变化率,或称为局地温度倾向。右边的项可视为影响局地温度变化的强迫因子(或影响因子),分析这些影响因子有助于我们理解局地气温变化的物理机制。

(1.25)式右边第一项为温度的个别变化率,由热力学第一定律,它可表示为

$$\frac{dT}{dt} = \frac{1}{c_v} \frac{\delta Q}{dt} - \frac{p}{c_v} \frac{d\alpha}{dt} \quad (1.26)$$

其中  $p$ 、 $\alpha$  和  $c_v$  分别为空气的气压、比容和比定容热容; $\delta Q/\delta t$  为非绝热加热率,它包括辐射加热、相变加热、热传导、湍流热交换等物理过程产生的加热率。上式右边第

二项代表空气微团膨胀( $da/dt > 0$ )或收缩( $da/dt < 0$ )对温度变化的影响。

(1.25)式右边第二项( $-\vec{V} \cdot \nabla T$ )称为温度平流。当 $-\vec{V} \cdot \nabla T < 0$ 时,称为冷平流,如果没有其他影响,冷平流将导致局地降温( $\partial T/\partial t < 0$ );当 $-\vec{V} \cdot \nabla T > 0$ 时,对应为暖平流,暖平流将导致局地升温( $\partial T/\partial t > 0$ )。

### 1.1.3 矢量场的空间变化·速度场的散度和涡度

#### 1.1.3.1 速度散度与质量连续方程

##### 1. 速度散度

考虑表面积为 $S$ 、体积为 $\tau$ 的空气块(图1.3),由于其表面上各点的速度分布不均匀而引起的体积变化率可表示为

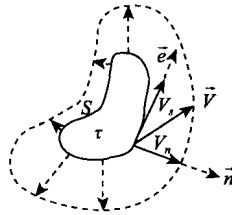


图 1.3 速度场分布不均匀与流体微团的体积变化

$$\frac{d\tau}{dt} = \oint_S V_n ds \quad (1.27)$$

其中 $V_n$ 是沿流体块表面的外法线方向的速度分量。注意,沿表面切线方向的速度分量 $V_s$ 对气块体积变化无贡献。利用表面积分转换为体积分的积分公式(高斯公式),(1.27)式可表示为

$$\frac{d\tau}{dt} = \iiint_{\tau} \nabla \cdot \vec{V} d\tau \quad (1.28)$$

其中 $\nabla \cdot \vec{V}$ 称为速度场 $\vec{V}$ 的散度,在直角坐标系中,它可表示为

$$\nabla \cdot \vec{V} = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \quad (1.29)$$

现在,考虑气块体积趋于零的情形,这时,(1.28)式右边的积分将趋于 $\tau \nabla \cdot \vec{V}$ 。于是,(1.28)式可表示为

$$\frac{1}{\tau} \frac{d\tau}{dt} = \nabla \cdot \vec{V} \quad (1.30)$$

上式表明,速度散度具有清晰、直观的物理意义,它就是空气微团体积的相对变化率。

当垂直速度为零时,空气运动为水平运动,空气微团的体积变化率退化为水平



面积(A)的变化率。这时,(1.29)式和(1.30)式分别简化为

$$\nabla_h \cdot \vec{V}_h = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \quad (1.31)$$

和

$$\nabla_h \cdot \vec{V}_h = \frac{1}{A} \frac{dA}{dt} \quad (1.32)$$

其中,

$$\vec{V}_h \equiv u\vec{i} + v\vec{j} \quad (1.33)$$

$$\nabla_h \equiv \vec{i} \frac{\partial}{\partial x} + \vec{j} \frac{\partial}{\partial y} \quad (1.34)$$

分别为水平风速矢和水平梯度算子。由(1.32)式可知,当 $\nabla_h \cdot \vec{V}_h > 0$ 时,对应空气微团的水平面积趋于增大( $dA/dt > 0$ ),气象学上称之为水平辐散(图1.4a);当 $\nabla_h \cdot \vec{V}_h < 0$ 时,空气微团的水平面积趋于缩小( $dA/dt < 0$ ),称之为水平辐合(图1.4b)。

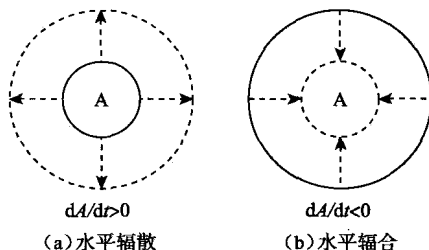


图 1.4 水平辐散、辐合与水平面积的变化

## 2. 连续方程

设空气微团的密度、体积和质量分别为 $\rho$ 、 $\tau$ 和 $M$ ,我们有

$$M = \tau\rho, \text{ 或 } \tau = \frac{M}{\rho} \quad (1.35)$$

空气微团在运动过程中必须遵守质量守恒原理,也就是在运动过程中须保持其质量守恒:

$$\frac{dM}{dt} = 0 \quad (1.36)$$

利用(1.35)和(1.36)式,(1.30)式可改写为

$$\frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dt} + \nabla \cdot \vec{V} = 0 \quad (1.37)$$

这就是所谓的质量连续方程,常简称为连续方程。上式表明,在质量守恒的条件下,跟随一个空气微团所观测到的它的密度变化率( $d\rho/dt \neq 0$ )是该空气微团的体积膨胀或收缩(即辐散或辐合)的结果。利用(1.22)式,(1.37)式可改写为