

《高中基础知识与能力同步训练》丛书

高一数学

张环 主编

科学技术文献出版社

《高中基础知识与能力同步训练》丛书

高一数学

北京市第八中学 张环 主编

科学技术文献出版社

(京) 新登字 130 号

内 容 简 介

本书在“源于课本，高于课本”的原则下，以巩固基础知识，提高能力为目的，按高一数学教材的顺序，把课本内容分成 34 个独立题目，对每一题目所涉及的概念、方法进行了剖析；对重要公式、定理的特点，使用条件，使用方法进行了分析；对易错、易混的问题进行了针对性的解释；对知识的内在联系进行了归纳和总结。

本书在每一题目的后面配有一定量的练习题，练习题注重基础知识的巩固，注重基本方法的应用，并有一定的灵活性和综合性。在答案与提示中，对解题的思路和方法进行了小结。

本书难易程度适当，是高一年级学生巩固基础知识，课堂同步学习的好帮手。

图书在版编目 (CIP) 数据

高一数学/张环主编. — 北京:科学技术文献出版社,
1996.8

(《高中基础知识与能力同步训练》丛书)

ISBN 7-5023-2688-X

I. 高… II. 张… III. 数学课—高中—习题 IV. G634.605

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (96) 第 04781 号

科学技术文献出版社出版

(北京复兴路 15 号 邮政编码 100038)

北京百善印刷厂印刷 新华书店北京发行所发行

1996 年 8 月第 1 版 1996 年 8 月第 1 次印刷

787×1092 毫米 32 开本 8.75 印张 189 千字

社科新书目: 432—322 印数: 1—10000 册

定价: 9.00 元

编者的话

《高中基础知识与能力同步训练》丛书以国家教委颁布的各学科教学大纲为依据，人民教育出版社出版的高中课本为基础，结合高考大纲而编写的。本套丛书分为高一、高二年级的语文、数学、英语、物理、化学、历史共十二个分册。

本套丛书特点：

1. 与课堂教学同步，源于课本，高于课本。
2. 练习题紧扣双基，注重知识的灵活运用及能力的培养。
3. 每个练习分为以下三个部分：

(1) 知识要点和要求

对本节练习所涉及的知识点给予梳理和精辟的分析。

(2) 练习题

配备了既能巩固基础知识，又能起到开阔思路、提高能力的灵活多样的练习题。

(3) 答案与提示

对于每道题不仅给出答案，还给出了解题思路和方法，同时注重解题技能、技巧的训练，这一点也是本丛书的主要特色。

本套丛书是由北京八中、清华附中、北京三十五中、北京十二中、北京十五中、北京东直门中学、北京七中、北京鲁迅中学、北京市教学教研部等学校和单位多年在高中任教

或从事教研工作的特级、高级教师组织编写的。他们有 30 多年的教学经验，对知识的重点、难点、高考中的要求及学生的接受能力掌握的恰如其分，能从学生的实际出发，针对性较强，因此本套丛书对学生的同步学习指导效果会更佳，它将起到一个理想的家庭教师辅导作用，一定会得到广大同学的青睐。

参加本书编写的还有刘庆生、杨韧战、刘亚非、赵立平、张治、吕兰、李京。由张环统稿并主编。

编者 1996.2

目 录

练习一	集合	(1)
练习二	映射与函数	(5)
练习三	幂函数	(13)
练习四	函数的性质	(20)
练习五	反函数、指数函数	(31)
练习六	对数、对数函数	(36)
练习七	指数方程、对数方程	(44)
练习八	“函数”综合练习(一)	(48)
练习九	“函数”综合练习(二)	(55)
练习十	三角函数概念	(62)
练习十一	同角三角函数关系式	(70)
练习十二	诱导公式	(78)
练习十三	正弦函数、余弦函数的图象与性质	(83)
练习十四	正切函数、余切函数的图象与性质	(90)
练习十五	两角和与差的三角函数	(96)
练习十六	倍角、半角的正弦、余弦和正切	(103)
练习十七	三角函数的积化和差	(110)
练习十八	三角函数的和差化积	(115)
练习十九	三角形中的三角变换	(123)
练习二十	“三角函数”综合练习	(129)
练习二十一	平面	(140)

练习二十二	空间两条直线	(145)
练习二十三	两条异面直线所成的角和距离	(149)
练习二十四	直线和平面平行	(156)
练习二十五	直线和平面垂直	(162)
练习二十六	直线和平面所成的角	(168)
练习二十七	三垂线定理	(175)
练习二十八	两个平面平行	(181)
练习二十九	二面角	(185)
练习三十	两个平面垂直	(192)
练习三十一	角 距离	(196)
练习三十二	“直线与平面”综合练习	(208)
练习三十三	棱柱	(218)
练习三十四	棱锥	(224)
练习三十五	棱台	(231)
练习三十六	圆柱、圆锥、圆台	(236)
练习三十七	球	(241)
练习三十八	多面体和旋转体的体积	(246)
练习三十九	“多面体和旋转体”综合练习	(257)
练习四十	“三角”“立体几何”综合练习	(266)

练习一 集 合

【一】要点说明

- 集合的三个特性：确定性，互异性，无序性。
- 集合的表示法：列举法，描述法。要求会用这两种方法表示一些简单的集合。
用描述法表示集合的关键是理解集合元素的含义。
- 元素与集合间的关系——属于，符号 \in ；
集合与集合间的关系——包含，符号 \subset ， \subseteq ；
特殊地，两集合相等，符号 $=$ 。
- 空集 ϕ 。
 - 区分 ϕ 、 $\{0\}$ 、 0 的不同含义；
 - 空集性质： $\phi \subseteq A$ (A 为任一个集合)
- 全集及交集、并集、补集。
 - 掌握概念含义；
 - 会用集合符号表示概念；
 - 会用文氏图表示概念；
 - 熟悉关系式：
若 $A \subseteq B$ ，则 $A \cap B = A$ ，反之也对。
若 $A \subseteq B$ ，则 $A \cup B = B$ ，反之也对。
- 数集及数集间关系： $N \subset Z \subset Q \subset R$ 。

【二】测试训练

- (一) 选择题 (每小题只有一个答案正确)

1. 下列命题中正确的是 ()

- (A) $\emptyset = \{0\}$ (B) $\emptyset \in \{0\}$
(C) $0 \in \{0\}$ (D) $0 \in \emptyset$

2. 已知集合 $A = \{x | x \in \mathbb{N}, 5-x \in \mathbb{N}\}$, 只含 2 个元素 A 子集个数是 ()

- (A) 4 个 (B) 6 个
(C) 8 个 (D) 无数个

3. 已知集合 $M = \{(x, y) | 2x+y=2\}$, $N = \{(x, y) | x-y=1\}$, 则 $M \cap N$ 的结果是 ()

- (A) $\{1, 0\}$ (B) $(1, 0)$
(C) $\{(1, 0)\}$ (D) $\{x=1\} \cup \{y=0\}$

4. 已知 I 为全集, 集合 $M, N \subset I$. 若 $M \cap N = N$, 则 ()

- (A) $\overline{M} \supseteq \overline{N}$ (B) $M \subseteq \overline{N}$
(C) $\overline{M} \subseteq \overline{N}$ (D) $M \supseteq \overline{N}$

(1995 年全国高考理科试题 (1))

5. 下列命题正确的是 ()

- (A) 若 $A \cup B = A \cup C$, 则 $B = C$
(B) 若 $A \cap B = A \cap C$, 则 $B = C$
(C) 若 $x \in A \cup B$, 则 $x \in A$ 且 $x \in B$
(D) 若 $A \cup B = A$, 则 $A \cap B = B$

(二) 填空题

6. 选择符号填空 ($\in, \notin, \subset, \subseteq, =, \cup, \cap$)

- (1) $\{x|x>0, x \in \mathbb{R}\}$ _____ $\{x|x \geq 0, x \in \mathbb{R}\}$
(2) $\{\text{有理数}\}$ _____ $\{\text{无理数}\} = \mathbb{R}$
(3) $\{x|x^2+1=0\}$ _____ \mathbb{N}
(4) $\sqrt{2}$ _____ $\{x|x < 3.1, x \in \mathbb{N}\}$

素, 选 C.

4. 用文氏图得 C.

5. 设 $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{2, 3\}$, $C = \{3\}$, 满足 $A \cup B = A \cup C$, 但 $B \neq C$, \therefore (A) 错; 设 $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{3\}$, $C = \{3, 4\}$ 满足 $A \cap B = A \cap C$, 但 $B \neq C$, \therefore (B) 错; (C) 不符合定义, \therefore (C) 错; 对于 (D), 由 $A \cup B = A \Rightarrow B \subseteq A \Rightarrow A \cap B = B$, \therefore (D) 正确.

(二) 填空题

6. (1) \subset ; (2) \cup ; (3) \subset ; (4) \notin ; (5) \subseteq ;

7. (1) $\{-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4\}$ 或 $\{x \mid |x| \leq 4, x \in \mathbb{Z}\}$;
(2) $\{a \mid a^2 - 4 \geq 0\} = \{a \mid a \geq 2 \text{ 或 } a \leq -2\}$.

8. $I = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$.

$A = \{0, 2, 4, 6, 8, 10\}$, $B = \{1, 4, 7, 10\}$.

$A \cap B = \{4, 10\}$, $\overline{A \cup B} = \{0, 1, 2, 3, 5, 6, 7, 8, 9\}$.

9. $A = \{0, 2\}$, $B = \{x \mid -5 < x < 3\}$, $C = \{x \mid x \geq 2 \text{ 或 } x \leq -1\}$,

$C \cap B = \{x \mid -5 < x \leq -1\} \cup \{x \mid 2 \leq x < 3\}$,

$C \cup B = \mathbb{R}$; $A \cap \overline{C} = \{0\}$.

(三) 解答题

10. 由已知 $2 \in A$, $2 \in B$, $3, 4 \in B$, 但 $3, 4 \notin A$; 又 $1, 5 \in A$ 满足

$A \cap B = \{2\}$, $\overline{A} \cap B = \{3, 4\}$, $\therefore A = \{1, 2, 5\}$, $B = \{2, 3, 4\}$.

11. $\because \overline{A} = \{5\}$, $\therefore A = \{2, 3\}$, 且 $5 \in I$,

$$\therefore \begin{cases} a^2 + 2a - 3 = 5 \\ a + b = 3 \end{cases}$$

$$\text{解出 } \begin{cases} a = -4 \\ b = 7 \end{cases} \quad \text{或} \quad \begin{cases} a = 2 \\ b = 1 \end{cases}$$

集合 $A = \{2, 3\}$.

练习二 映射与函数

【一】要点说明

1. 集合 A 到 B 的映射

- (1) 集合 A 、 B 是有次序的. 集合 A 到 B 的映射与集合 B 到 A 的映射不同.
- (2) A 中的每个元素在 B 中都有象且象唯一; B 中的每个元素不一定在 A 中都有原象, 若有原象, 原象也不一定唯一.

2. 函数

- (1) 函数三要素: 定义域, 值域, 对应法则 (f). 当且仅当两个函数的三要素分别相同时, 两个函数才是同一函数.

- (2) 求函数定义域

第一类问题: 给出函数的解析式, 此时函数的定义域是使解析式有意义的自变量的取值集合. 即分式中, 分母不为 0; 偶次根式中, 被开方数非负; 对数中, 若真数含有自变量时, 真数大于 0, 若底数含有自变量时, 底数大于 0 且不等于 1; 对函数 $y=x^0$, $x \neq 0$ (三角函数另论)

第二类问题: 实际问题或几何问题的定义域, 除了使解析式有意义外, 还应考虑问题本身的要求.

第三类问题: 不给出函数的定义域, 而由 $f(x)$ 定义域确定 $f(g(x))$ 的定义域.

- (3) 函数的值域

会求一次函数、二次函数值域；会利用配方法、判别式法求值域。

(4) 对应法则

会求一个函数的函数值；会求分段函数定义域、值域、函数值；对实际问题会建立函数关系。

【二】测试训练

(一) 选择题 (每小题只有一个答案正确)

1. 下面给出四个对应法则 f

(1) $A = [-1, 1]$, $B = \mathbb{R}$, f : 取绝对值;

(2) $A = [0, 1]$, $B = \mathbb{R}^+$, f : 取倒数;

(3) $A = \{0^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ\}$, $B = \{\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}, 5, -2, 0\}$, f : 取正弦;

(4) $A = \{\text{长方形}\}$, $B = \mathbb{R}$, f : 求面积。

A 到 B 的映射 f 是 ()

(A) (1) (B) (1) (2) (4)

(C) (1) (4) (D) (1) (2)

2. 下面给出三组函数

(1) $y = \sqrt{x^2}$, $y = \frac{x^2}{x}$;

(2) $y = \sqrt{x-1} \cdot \sqrt{x+1}$, $y = \sqrt{x^2-1}$;

(3) $y = \sqrt{x^2-2x+1}$, $y = \begin{cases} x-1 & x \geq 1 \\ 1-x & x < 1 \end{cases}$.

表示同一函数的是 ()

(A) (1) (B) (1) (2)

(C) (2) (3) (D) (3)

3. 设函数 $f(x) = -x$, 则 $f\{f[f(x)]\}$ 是 ()
- (A) $-x$ (B) x
 (C) $-x^3$ (D) $-3x$
4. 设函数 $f(x) = \begin{cases} -x^2 & x \geq 0 \\ 2x+7 & x < 0 \end{cases}$, 则 $f[f(-3)]$ 等于 ()
- (A) -81 (B) -11
 (C) -1 (D) 1
5. 若函数 $f(x-1) = x^2 - 4x$, 则 $f(x+1)$ 是 ()
- (A) $x^2 - 6x + 5$ (B) $x^2 - 4x + 1$
 (C) $x^2 - 2x - 3$ (D) $x^2 - 4$
6. 函数 $y = \frac{(x+1)^0}{\sqrt{|x|-x}}$ 的定义域是 ()
- (A) $(0, +\infty)$ (B) $(-\infty, 0)$
 (C) $(-\infty, -1) \cup (-1, 0)$
 (D) $(-\infty, -1) \cup (-1, 0) \cup (0, +\infty)$
7. 函数 $y = \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{x}}}$ 的定义域是 ()
- (A) $(-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$
 (B) $(-\infty, -\frac{1}{2}) \cup (-\frac{1}{2}, +\infty)$
 (C) $(-\infty, -1) \cup (-1, -\frac{1}{2}) \cup (-\frac{1}{2}, +\infty)$
 (D) $(-\infty, -1) \cup (-1, -\frac{1}{2}) \cup (-\frac{1}{2}, 0) \cup (0, +\infty)$
8. 二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的最大值是 14, 且 $f(2) = f(-1) = 5$, 则 a, b, c 的值分别为 ()

- (A) 4, -4, 13 (B) -4, 4, 13
 (C) 0, 0, 5 (D) 以上答案都不对

9. 函数 $y = x + 2\sqrt{1-x} + 2$ 的最大值是 ()

- (A) 2 (B) 3
 (C) 4 (D) 5

10. 集合 $M = \{y | y = 4 - x^2\}$, $N = \{y | y = 3x^2 - 3x + 3\}$, 则 $M \cap N$ 是 ()

- (A) $\{1, 3, -\frac{1}{4}, \frac{63}{16}\}$
 (B) $\{(1, 3), (-\frac{1}{4}, \frac{63}{16})\}$
 (C) $\{3, \frac{16}{63}\}$
 (D) $[\frac{9}{4}, 4]$

(二) 填空题

11. 函数 $g(x) = 1 - x^2$, 当 $x \neq 0$ 时, $f[g(x)] = \frac{1-x^2}{x^2}$, 则 $f(\frac{1}{2}) =$ _____.

12. 某路公共汽车, 每坐 5 站票价 1 角, 不足 5 站按 5 站计算, 写出票价与站数的函数关系 (本路公共汽车共 13 个站)

13. 函数 $y = \frac{x^2 - 4x + 8}{x^2 - 4x + 5}$ 的值域是 _____.

14. 函数 $y = \frac{\sqrt{x^2 - 3x - 4}}{|x + 1| - 2}$ 的定义域是 _____.

15. 函数 $y = \sqrt{-x^2 - 3x - 1}$ 的定义域 _____, 值域 _____.

(三) 解答题

16. 已知二次函数 $y = x^2 - (m-1)x + 4$ 的两个实根为 α, β , 求

$(\alpha-1)^2+(\beta-1)^2$ 的最小值.

17. 已知函数 $f(x)$ 的定义域是 $[0, 5]$, 求函数 $f(x^2-4x)$ 的定义域.

18. 画出函数 $y=2-|x^2-1|$ 的图象.

19. 用长为 l 的铁丝弯成下部为矩形, 上部为半圆形的框架 (如图 2-1), 若矩形底边长为 $2x$, 求此框架围成的面积 y 与 x 的函数关系, 并写出它的定义域.

【三】答案与提示

(一) 选择题

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
C	D	A	C	D	C	D	B	C	D

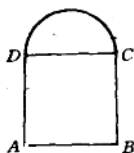


图 2-1

1. (2) 0 无象; (3) 60° 无象, \therefore (2)、(3) 的对应法则 f 不是映射; (1) A 中任一值取绝对值得 $[0, 1] \subset B$; (4) 长方形面积是正实数且唯一, \therefore 选 C.

2. (1) 两函数定义域不同; (2) 第一个函数定义域为 $x-1 \geq 0$ 且 $x+1 \geq 0$, 即 $x \geq 1$, 第二个函数定义域为 $x^2-1 \geq 0$, 即 $x \geq 1$ 或 $x \leq -1$; (3) $y = \sqrt{x^2-2x+1} = |x-1|$

$$= \begin{cases} x-1 & x \geq 1 \\ 1-x & x < 1 \end{cases}, \therefore$$
 选 D.

3. $f\{f[f(x)]\} = f\{f(-x)\} = f\{-(-x)\} = f(x) = -x$, \therefore 选 A.

4. $f[f(-3)] = f[2 \times (-3) + 7] = f(1) = -1$. \therefore 选 C.

5. 令 $x-1=t$, 则 $x=t+1$ 代入函数中, 得

$$f(t) = t^2 - 2t - 3, \therefore f(x+1) = x^2 - 4, \therefore$$
 选 D.

6. x 须满足 $\begin{cases} x+1 \neq 0 \\ |x| > x \end{cases} \implies \begin{cases} x \neq -1 \\ x < 0 \end{cases} \implies x < 0$ 且 $x \neq -1$, \therefore 选 C.

$$7. x \text{ 须满足 } \begin{cases} x \neq 0 \\ 1 + \frac{1}{x} \neq 0 \\ 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{x}} \neq 0 \end{cases} \implies x \neq 0 \text{ 且 } x \neq -1 \text{ 且 } x \neq -\frac{1}{2},$$

∴ 选 D.

8. ∵ $f(2) = f(-1)$, ∴ 函数对称轴为 $x = \frac{1}{2} [(-1) + 2] = \frac{1}{2}$, 设二次函数为 $y = a(x - \frac{1}{2})^2 + 14$, 将 $f(2) = 5$ 代入, 得 $a = -4, b = 4, c = 13$, ∴ 选 B.

9. 令 $\sqrt{1-x} = t \geq 0 \implies x = 1 - t^2$ 代入函数中, 得 $y = -t^2 + 2t + 3 = -(t-1)^2 + 4$ ($t \geq 0$), 由图象得函数最大值是 4, ∴ 选 C.

10. M, N 分别是函数值域, ∴ $M = \{y | y \leq 4\}, N = \{y | y \geq \frac{9}{4}\}$,
∴ $M \cap N = \{y | \frac{9}{4} \leq y \leq 4\}$, ∴ 选 D.

(二) 填空题

11. 令 $g(x) = 1 - x^2 = t \implies x^2 = 1 - t$, 代入 $f[g(x)]$ 中, 得

$$f(t) = \frac{t}{1-t} \implies f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{\frac{1}{2}}{1 - \frac{1}{2}} = 1.$$

$$12. y = \begin{cases} 1 & x \in \{1, 2, 3, 4, 5\} \\ 2 & x \in \{6, 7, 8, 9, 10\} \\ 3 & x \in \{11, 12, 13\} \end{cases}$$

(x 单位是站, y 的单位是角).

13. 判别式法, 去分母整理得