

國民中學
數學教師手冊
第二冊

國立編譯館主編



中華民國七十六年一月 正式本初版
中華民國七十九年一月 改編本初版

國民中學 **數學科教師手冊** 第二冊

定價：（由教育部核定後公告）

主編者 國立編譯館

編審者 國立編譯館國民中學數學科教科用書編審委員會

主委員 陳昭地

委員 方炎明 方稚芳 李烺輝 李恭晴

李嘉淦 邱日盛 林秀珍 易新鼎

翁正明 翁俊雄 徐西楠 陳冒海

陳俊生 屠耀華 郭生玉 黃敏晃

黃登源 葉見登 蕭龍生 鄭再添

謝志雄 顏啟麟

編輯小組 李恭晴 林秀珍 陳昭地 陳冒海

黃敏晃 黃登源 葉見登 顏啟麟

總訂正 陳昭地

封面設計者 莊紋岳

插圖繪製者 黃娣琳

出版者 國立編譯館

地址：臺北市古亭區 10770 舟山路二四七號

電話：3626171 傳真：3629256

印行者 九十一家書局（名稱詳見背面）

經銷者 臺灣書店

辦公地址：臺北市城中區 10023 忠孝東路一段一七二號

電話：3922861・3922867

門市：臺北市城中區 10023 忠孝東路一段一七二號

電話：3928843

郵撥帳號：00078215

印刷者 內文：廣同彩色印刷公司

封面：廣同彩色印刷公司

G634.6
22.2

編 輯 大 意

- 一、本書根據民國七十四年四月教育部修訂公布的國民中學數學課程標準，並配合七十八學年度逐年改編之國民中學數學教科書編輯而成，供教師使用。
- 二、本書共分四冊，每學期一冊，供國民中學第一、二年級數學科教學參考之用。
- 三、本書各章包括教學目標與時數、教材摘要、教材地位分析、教學方法與注意事項、教學媒體舉例、教學活動舉例、評量應注意事項、充實教材、參考資料及習題簡答等項目，供教師教學參考之用。
- 四、各單元之教學除應注意本手冊中所列舉的認知目標外，尚應顧及技能與情意之教學目標。
- 五、敬請全國國民中學教師就使用本書時所遭遇的實際問題，提出具體改進意見，隨時通知編輯小組，俾便據以修訂，使其更有助於教師之教學。

國民中學數學教師手冊 第二冊

目 次

第一章 三角形的基本性質

壹、教學目標與時數	1
貳、教材摘要	2
叁、教材地位分析	3
肆、教學方法與注意事項	3
伍、教學媒體舉例	6
陸、教學活動舉例	8
柒、評量應注意事項	16
捌、充實教材	16
玖、參考資料	18
拾、習題簡答	21

第二章 平 行

壹、教學目標與時數	23
貳、教材摘要	24
叁、教材地位分析	25
肆、教學方法與注意事項	25
伍、教學媒體舉例	29
陸、教學活動舉例	33
柒、評量應注意事項	43
捌、充實教材	43
玖、參考資料	45
拾、習題簡答	49

第三章 二元一次聯立方程式

壹、教學目標與時數	51
-----------	----

貳、教材摘要.....	52
叁、教材地位分析.....	53
肆、教學方法與注意事項.....	54
伍、教學媒體舉例.....	56
陸、教學活動舉例.....	57
柒、評量應注意事項.....	66
捌、充實教材.....	68
玖、參考資料.....	71
拾、習題簡答.....	74

第四章 直角坐標與二元一次方程式的圖形

壹、教學目標與時數.....	78
貳、教材摘要.....	79
叁、教材地位分析.....	80
肆、教學方法與注意事項.....	81
伍、教學媒體舉例.....	84
陸、教學活動舉例.....	89
柒、評量應注意事項.....	98
捌、充實教材.....	98
玖、參考資料.....	101
拾、習題簡答.....	113

第一章 三角形的基本性質

壹、教學目標與時數

1-1 三角形的全等（教學時數：5～6 節）

1. 能說出全等形的意義及記法。
2. 已知三角形的三邊，能用尺規複製此三角形，並驗證：若兩個三角形的三邊對應相等，則此兩個三角形全等，即 SSS 。
3. 已知三角形的兩邊及夾角，能利用尺規複製此三角形，並驗證：若兩個三角形的兩邊及夾角對應相等，則這兩個三角形全等，即 SAS 。
4. 已知三角形的兩角及夾邊，能用尺規複製此三角形，並驗證：若兩個三角形的兩角及夾邊對應相等，則此兩三角形全等，即 ASA 。
5. 能知道僅有兩個邊對應相等而其夾角或其第三邊不相等的二個三角形不為全等形的事實。

1-2 垂直與平分（教學時數：4～5 節）

1. 能說出直角就是 90° 的角，能用摺紙的方法摺出直角。
2. 能說出直角的兩邊互相垂直。
3. 能用三角板或量角器畫直角或相互垂直的二直線。
4. 能說出鉛垂線的做法及鉛垂線垂直於水平面的事實。
5. 能用尺規作一直線過已知直線上一點且與已知直線垂直。
6. 能用尺規作一直線過已知直線外一點且與已知直線垂直。
7. 能用尺規作已知線段的中垂線。
8. 能用尺規作一已知角的平分線。

1-3 三角形的內角與外角（教學時數：4～5 節）

1. 能指出三角形的外角。
2. 能說出三角形外角和的意義，並能檢驗出三角形的外角和等於 360° 。
3. 能檢驗出三角形的內角和等於 180° 。

4. 能從三角形外角和等於 360° 的事實，推證三角形的內角和等於 180° ；反之亦然。

5. 能從三角形內角和等於 180° 的事實，推得：若兩個三角形的兩角及其中一角的對邊對應相等，則此兩三角形全等，即 AAS 。

6. 能由三角形內角和等於 180° 以及平角是 180° 的事實，推得三角形的外角定理，即三角形的任一外角等於其兩個內對角的和。

1-4 四邊形的內角與外角（教學時數：2～3 節）

1. 能說出四邊形的內角和等於 360° ，並能用對角線分割法或剪紙拼湊的方法驗證這個事實。

2. 能指出四邊形的外角，並能用剪紙拼湊的方法驗證任意四邊形的外角和等於 360° 的事實。

3. 能從四邊形的內角和推出外角和為 360° 的事實；反之亦然。

4. 能指出多邊形的外角，並能利用剪紙拼湊的方法驗證多邊形的外角和等於 360° 的事實。

貳、教材摘要

本章教材與第一冊第四章簡單幾何圖形一樣，都是屬於實驗幾何的範疇。學生透過剪紙和摺疊的方式觀察，比較各種基本幾何圖形，進而了解這些圖形的性質，作為將來學習推理幾何的準備。

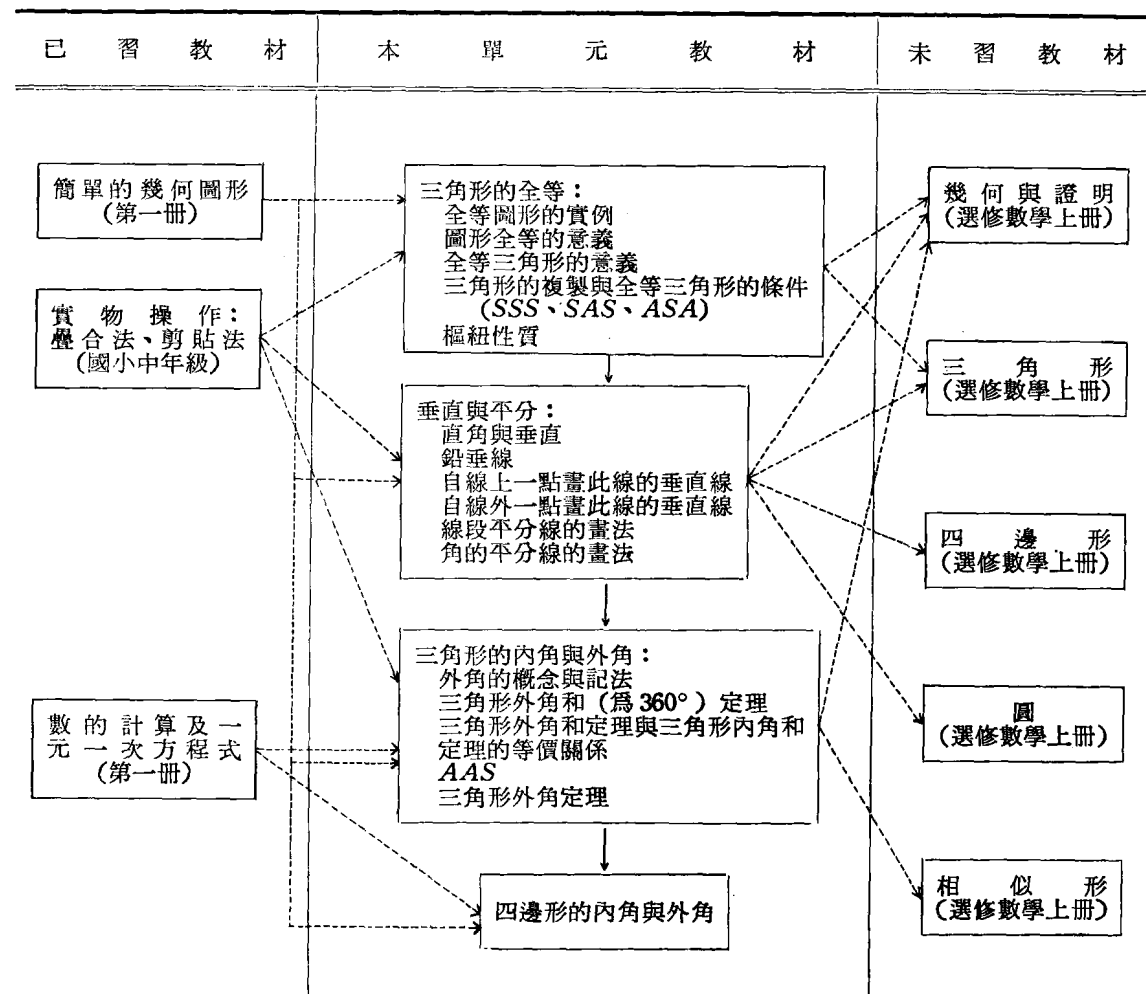
在第一節中，我們利用尺規畫三角形。透過剪紙、疊合等實際操作驗證兩個三角形全等的條件，如 SSS 、 ASA 、 SAS 等，並舉實例操作僅有兩邊對應相等之不全等三角形。

在第二節中，首先復習國小的時候已學過的直角與垂直的概念，並介紹利用尺規作一直線過已知點且垂直於已知直線，作一線段的垂直平分線以及作一角的平分線等的作圖方法。

在第三節中，我們利用剪紙拼湊的方法驗證三角形三個外角的和等於 360° ，然後利用這個結果以及平角等於 180° 的事實，再推出三角形的三個內角和等於 180° ；並利用數值實例熟練三角形內角和等於 180° 的事實。例如已知三角形的兩個內角分別為 83° 和 19° ，求另一個內角的度數等。

在第四節中，首先復習國小已學過的四邊形、五邊形、……、多邊形以及它們的對角線。利用對角線可以把四邊形、五邊形、……，分成若干個三角形。然後根據三角形內角和等於 180° 的事實推證四邊形的內角和和四邊形的外角和都等於 360° ，並將此方法推廣到求五邊形、六邊形、七邊形、……的內角和及外角和的方法。

叁、教材地位分析



肆、教學方法與注意事項

1-1 三角形的全等

1. 利用壁紙、地磚、郵票上所出現一模一樣和形狀大小相同的圖案，引起學生學習全等形的動機。

2. 宜透過模型或實物之操作，使學生充分了解全等形的意義，並宜強調尺規作圖係指利用無刻度的直尺與一般的圓規而言。

3. 三角形是圖形中比較簡單的一種。我們在本節中只討論三角形的全等以及三角形全等的條件。

4. 若兩個三角形全等，則它們的對應邊相等，對應角也相等。在三個角和三個邊等六個

條件中，只要有三個邊對應相等，則三個角也會對應相等(SSS)；只要有兩個角及夾邊對應相等，則其他的一個角和兩個邊也會對應相等(ASA)；只要有兩邊及夾角對應相等，則其他一個邊和兩個角也會對應相等(SAS)。在本節中，要讓學生熟練以尺規根據 SSS、ASA、SAS 等條件作三角形；並利用剪紙和疊合的方法驗證兩個三角形全等的充分條件，即 SSS、ASA、SAS。

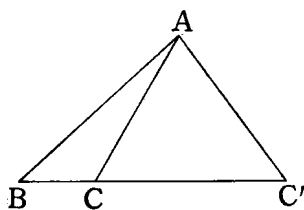
5. 透過具體操作如課本上圖 1-5、1-6 可以發現僅有兩個邊對應相等而其夾角或第三邊不相等的兩個三角形，那麼這兩個三角形並不會全等，而且可以得到如下的不等關係：

(1) 夾角大的，其第三邊較大；

(2) 第三邊大的，其夾角也較大。

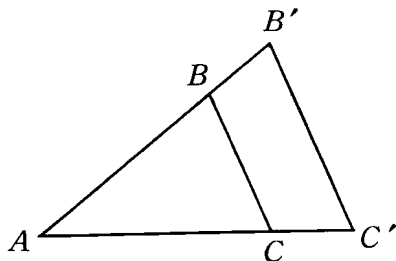
以上的事實即為一般熟知的樞紐性質。

6. 樞紐性質也包含了 ASS 的條件不是全等形的充分條件：



在上圖 $\triangle ABC$ 與 $\triangle ACB'$ 中， $\overline{AB} = \overline{AB}$ ， $\overline{AC} = \overline{AC'}$ ， $\angle B = \angle B$ ，而 $\triangle ABC$ 與 $\triangle ACB'$ 不是全等形。

7. 有關 AAA 不為全等形之充分條件可以從下圖顯示出來：



$\triangle ABC$ 與 $\triangle AB'C'$ 滿足 AAA 的條件，但它們不為全等形。不過 AAA 是兩個三角形為相似形之充分條件。

8. 本節中所得到的事實都是經由實驗歸納得來的，而不是由理論推證出來的。在上課的過程中，應充分利用隨堂練習的活動，讓學生熟練尺規作圖，並徹底了解兩個三角形全等的條件。

9. 當我們說三角形的邊時，有時指的是代表這個邊的線段，有時是指它的邊長，可隨文中的題意清楚看出所指的是甚麼，如此可以避免很多符號或敘述上的麻煩。

1-2 垂直與平分

1. 垂直這個名詞在國小數學中已經出現過，在此我們只當做是復習。因此，我們在第一節中就用了直角和垂直等事實說明正方形和長方形。對於這些名詞不必作嚴格的定義。雖然「垂直」這個名詞正式出現在這一節中，但在前面我們已無形中用上了，所以不必太計較它們出現的順序。

2. 本節的主要目的在於介紹尺規作圖：作已知線段的垂直平分線、過直線上一點作該直線的垂線、過直線外一點作該直線的垂線和作一角的平分線。在上課的過程中，應充分利用隨堂練習的活動，讓學生熟練這些基本的尺規作圖。作圖的方法與步驟是本節要求的目標，至於學生是否能用文字敘述整個作法的過程是次要的。課本上都有詳細的作法敘述，對於程度較好的學生可以要求他們寫出作法；但對於程度較差的學生可以不必做此要求。

3. 我們對於各項作圖結果的驗證都是採用剪紙和摺疊等實際操作驗證的方式，不作理論上的推演。

1-3 三角形的內角與外角

1. 在三角形的每一個頂點處都有兩個外角。因為它們是對頂角，所以相等。三角形雖然有六個外角，但是我們在規定三角形外角和的時候，只在每一對對頂角中取一個角相加，即三角形的外角和等於 360° 。為了使這個規定顯得很自然，我們在課文中安排建華沿著三角形公園行走的活動，以增進如此規定外角和的動機。當然，我們也可以規定三角形的外角和等於 720° 。

2. 當學生了解三角形外角和的規定之後，就要透過剪紙拼湊的方式驗證它的和是 360° 。當然學生也可以用量角器來驗證，或用第一冊第四章所學過的尺規作圖方法，把三個外角畫在一起形成一個周角來加以驗證。

3. 利用三角形的三個外角和等於 360° 以及平角等於 180° 的事實，學生可以推出三角形的三內角和等於 180° 的結果。三角形三內角和等於 180° 的事實在國小的數學已經出現過了，在此可當做是復習。當然，學生也可以利用剪紙拼湊的方法先驗證三角形的三內角和等於 180° ，再推證三角形的三外角和等於 360° 的事實。

4. 學生們利用三角形的三內角和等於 180° 的事實可以推得若兩個三角形的兩角及其中一角的對邊對應相等，則此兩三角形全等，即 AAS 。

1-4 四邊形的內角與外角

1. 我們所指的四邊形都是凸四邊形。課本上並未提到凹四邊形。除非有學生問起，否則最好不提凹四邊形。

2. 關於四邊形的內角和，我們是以它的對角線把它分割成兩個三角形，再利用三角形內角和等於 180° 的事實計算得到四邊形的內角和等於 360° 。

3.利用四邊形內角和等於 360° 的事實，推得四邊形的外角和等於 360° 的結果。除非有學生問起，不必提出凹四邊形的情形。

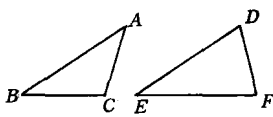
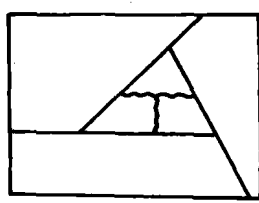
4.對於五邊形、六邊形、七邊形、……等多邊形，也都指凸多邊形而言，利用隨堂練習的活動讓學生以對角線分割的方法求得它們的內角和。若學生能發現： n 邊形的內角和等於 $180^\circ \times (n-2)$ 或 $n \times 180^\circ - 360^\circ$

這個公式最好，但教師不必提出這個公式要求學生記憶。

5.仿照四邊形外角和的推算方式，讓學生求五邊形、六邊形及七邊形的外角和，由此引導學生發現多邊形外角和等於 360° 的事實。

伍、教學媒體舉例

一、本章需用教具表

教 具	規 格	數 量	配合教材	備 注
1.圓規、直尺、量角器、三角板	以鋼條（絲）製作出各種不同的邊及角。 一套二塊，形狀如下：  $\overline{AB} = \overline{DE}$, $\angle B = \angle E$, $\overline{AC} = \overline{DF}$	1 組	1-1~1-4	教師用。
2.SSS、ASA、SAS、AAS 及三角形作圖教具		1 組	1-1及1-3	
3.ASS 教具		1 套	1-1	
4.吸管與圖釘			1-2	
5.三角形外角掛圖	如課本圖 1-15	1 幅	1-3	本教具由六塊鐵板（或壓克力板）拼成，每塊顏色不同。
6.三角形內角和、外角和教具	以鐵板（附磁鐵）或壓克力製作，各角可拆解，如 	1 套	1-3	
7.透明紙、白紙、硬紙板、剪刀			1-1~1-4	
8.磁鐵板	附磁鐵	1 個	1-1~1-4	

二、本章適用之教學媒體舉例

(一)三角形的全等

1. 類別：投影片。
2. 規格：多層旋轉式，共 4 件。
3. 配合教材：1-1 三角形的全等。
4. 來源：教育部監製，國立臺灣師範大學數學系、科學教育中心製作。
5. 內容簡介：本單元之投影片共有 4 件：
 - (1) 三角形的全等 (SSS)；
 - (2) 三角形的全等 (ASA)；
 - (3) 三角形的全等 (SAS)；
 - (4) 爲什麼沒有「ASS 三角形全等」性質。

本教材之主要目標在於，透過實際操作，使學生了解爲何會有 SSS、ASA、SAS 等三角形全等，而沒有 ASS 三角形全等之想法，並讓學生實際經驗把兩個圖形搬動後可完全重合的情境。

(二)三角形的內角和與外角和

1. 類別：投影片。
2. 規格：多層旋轉式，共 2 件。
3. 配合教材：1-3 三角形的內角與外角。
4. 來源：教育部監製，國立臺灣師範大學數學系、科學教育中心製作。
5. 內容簡介：本單元之投影片共有 2 件：
 - (1) 三角形的三個內角和；
 - (2) 三角形的三個外角和。

本教材之主要目標在於，透過實際操作，讓學生知道三角形三個內角的和應該是 180° ，而三個外角的和應該是 360° 。

【注】 (1)教學媒體舉例中之(一)和(二)與教具的 2、3 和 6 可選擇使用。

(2)本章適用之教學影片尚可參考：

三角形簡介（國立教育資料館外購影片）。

陸、教學活動舉例

1-3 三角形的內角與外角

教學時數：4 ~ 5 節

教 師 活 動	教學活動流程圖	學 生 活 動	備 注
一、準備活動： 1.研讀課本第二冊第1-3節及教師手冊相關部分。 2.蒐集與本單元有關的資料。 3.準備教具：三角板、圓規、量角器、有色粉筆、色紙、透明紙、掛圖。 掛圖內容如下： 掛圖一：如圖一，另以色紙剪出 $\angle 1$、$\angle 2$、$\angle 3$ 的形狀，並以膠帶黏在上面。 4.學生仍按以前方式分組。 二、發展活動： 1.以課本中所舉建華在三角形公園散步的例子來引起學生學習的動機。 (1)講述在三角形公園散步的例子，並提出問題： ①建華轉了幾度？ ②如何解決上述問題？ (2)在黑板上畫出三角形公園的圖形（如圖一）。 (3)以教鞭橫放緊貼著黑板，沿著 $\overline{AB}$ 路	<pre> graph TD Start(()) --> Prep[教學前準備] Prep --> Mot[引起動機] Mot --> Q[提出問題] Q --> Think([思考討論]) Think --> Observe([觀察]) </pre>	(1)研讀課本第二冊第 1-3 節。 (2)復習課本第二冊第 1-1 節。 (3)準備用具：三角板、圓規、量角器、透明紙、白紙、剪刀。 思考或與同學互相討論，並嘗試提出答案。 注意觀察。	圖一

徑前進，到B點轉變方向，要所有學生注意教鞭方向如何改變。

(4)由上面的觀察活動中，引導出三角形外角的觀念。

(5)指名學生回答建華所轉的是那三個角？

(6)獲得結論：求建華所轉的三個角度和，其實就是求該三角形三外角的和。

2.以剪紙方式，求出三角形外角和。

(1)展示掛圖一，並示範操作，以求出建華所轉的三個角度和是一個周角(360°)。(即三外角 $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = 360^\circ$)

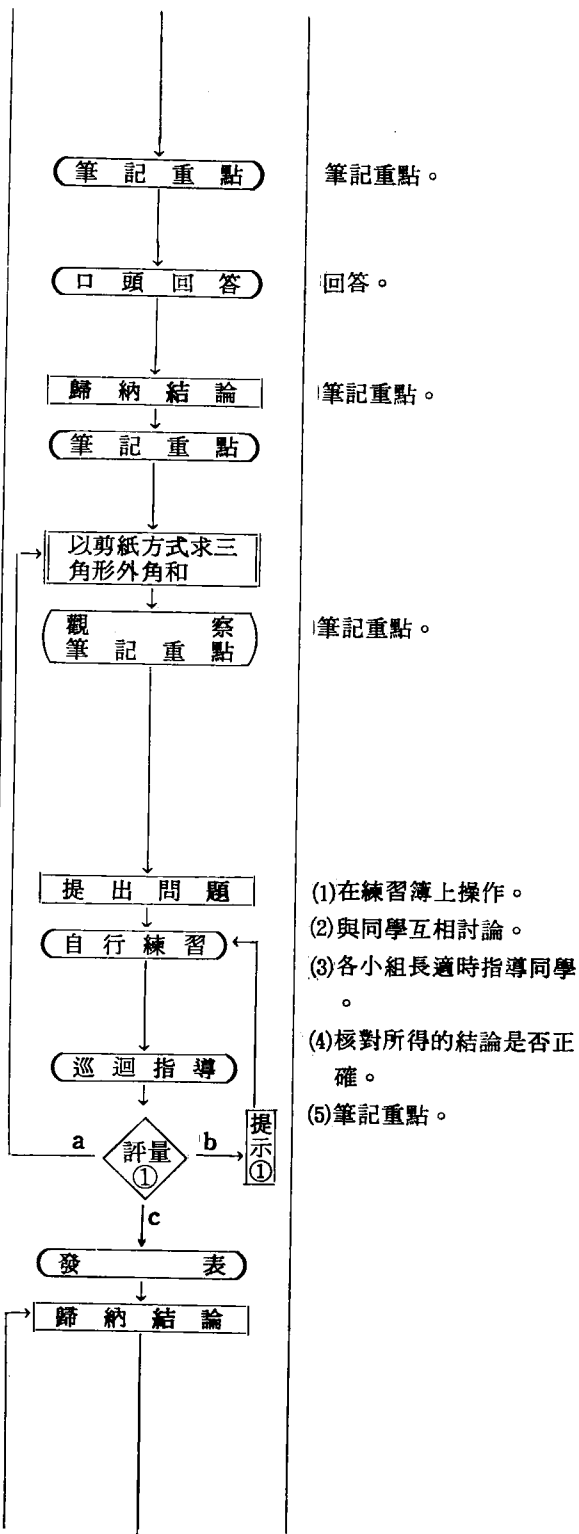
(2)指定課本第24頁的隨堂練習，要學生操作，以導出三角形的外角和定理。

①巡迴全場指導學生操作。

②指名學生發表操作後所得的結論。

③歸納出：任意三角形的三個外角和等於 360° ，我們稱此性質為“三角形的外角和定理”。

3.提供下列題目供學生練習，以熟悉三角形



外角和定理的應用。

(1)題目：

①求正三角形的每一外角各是幾度？

②如圖二，問 $\angle 1$ 是幾度？

(2)巡迴全場指導學生習作。

(3)指名學生口頭回答上列問題，若有錯誤可以先給提示，再加以指正。

(4)統計全班做對人數。

4.說明三角形任一內角的兩個外角相等。

(1)在黑板上畫圖，如圖三。

(2)指出 $\angle BAE$ 與 $\angle CAD$ 均為 $\angle A$ 的外角。

(3)逐步說明為什麼 $\angle BAE$ 與 $\angle CAD$ 相等。

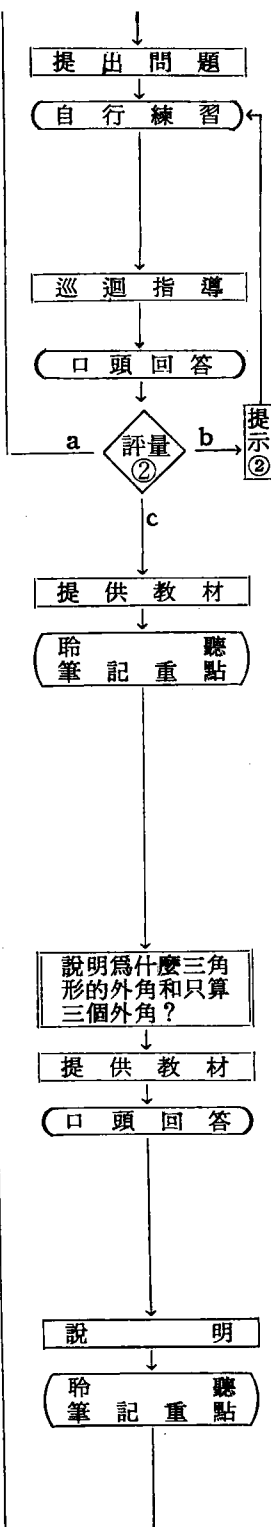
5.以“三角形的任一內角的兩外角相等”這性質來說明為什麼“三角形有三個外角”。

(1)在黑板上畫圖，如圖四。

(2)指名學生回答問題： $\angle 7$ 、 $\angle 8$ 和 $\angle 9$ 是否為外角？並說明理由。

(3)說明為什麼三角形有六個外角，卻只算三個的原因。

(4)如圖四，一般所說三角形的三個外角是指 $\angle 1$ 、 $\angle 3$ 、



(1)在練習簿上演算。

(2)與同學互相討論。

(3)各小組長適時指導同學。

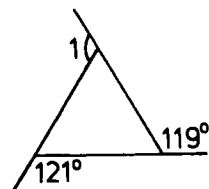
(4)核對所作的答案是否正確。

評量②

a 完全不會。

b 經提示後會作。

c 正確。

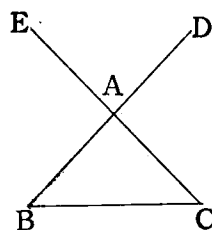


圖二

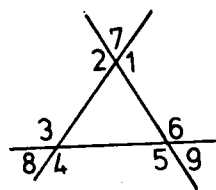
提示②

(1)正三角形有幾個外角？它們是否相等？

(2) $\angle 1$ 是不是外角？ $\angle 1 + 121^\circ + 119^\circ$ 是多少度？



圖三



圖四

思考後回答。

聆聽並筆記重點。

$\angle 5$ 或 $\angle 2$ 、 $\angle 4$ 、 $\angle 6$ 。

6. 再以剪紙的方法復習國小學過的「三角形的內角和定理」。

(1) 指定課本第 26 頁的隨堂練習要學生操作。

(2) 巡迴全場指導學生操作。

(3) 指名學生發表操作後所得之結論：任意三角形的三個內角和等於 180° 。

7. 舉例說明「三角形的內角和定理」的應用。舉下列例子作一說明：

① 已知一個三角形的兩個內角分別是 83° 與 19° ，問另一個內角是幾度？

② 已知等腰三角形的頂角為 80° ，問兩個底角各是幾度？

8. 提供下列問題給學生練習。

(1) 題目：

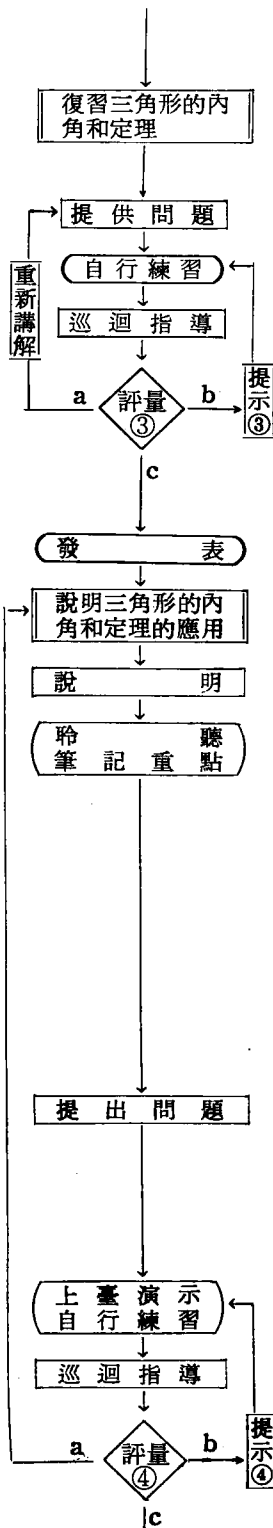
① 正三角形的每一個內角各是幾度？

② 等腰直角三角形的每一個內角各是多少度？

(2) 指名學生到黑板上演示。

(3) 巡迴全場指導學生習作。

(4) 核對黑板上所作答案是否正確，並統



(1) 在練習簿上操作。

(2) 各小組長適時指導同學。

(3) 與同學互相討論。

(4) 核對所得的結論是否正確。

(5) 筆記重點。

聆聽並筆記重點。

(1) 在練習簿上練習。

(2) 各小組長適時指導同學。

(3) 與同學互相討論。

(4) 核對所作的答案是否正確。

至 5 預定第一節課終了。

教師指定習題 1-3 中相關的題目當作業。

評量③

a 完全不會。

b 經提示後會操作。

c 正確。

提示③

那幾個角是此三角形的內角？

評量④

a 完全不會。

b 經提示後會作。

c 正確。

提示④

(1) 正三角的三個內角是否相等？

(2) 直角是幾度？此直角的位置是頂角呢？還是底角？

計全班做對的人數。

9. 說明三角形內角和定理和三角形外角和定理的關係。

(1) 指出這兩個定理都是獨立發現的，但卻有非常密切的關係。如果其中一個成立，可以用推理的方式，發現另一個亦成立，不必都用剪紙的方法驗證。

(2) 先假設三角形內角和定理成立，推論出三角形外角和定理。

(3) 反過來，假設三角形外角和定理成立，推論出三角形內角和定理。

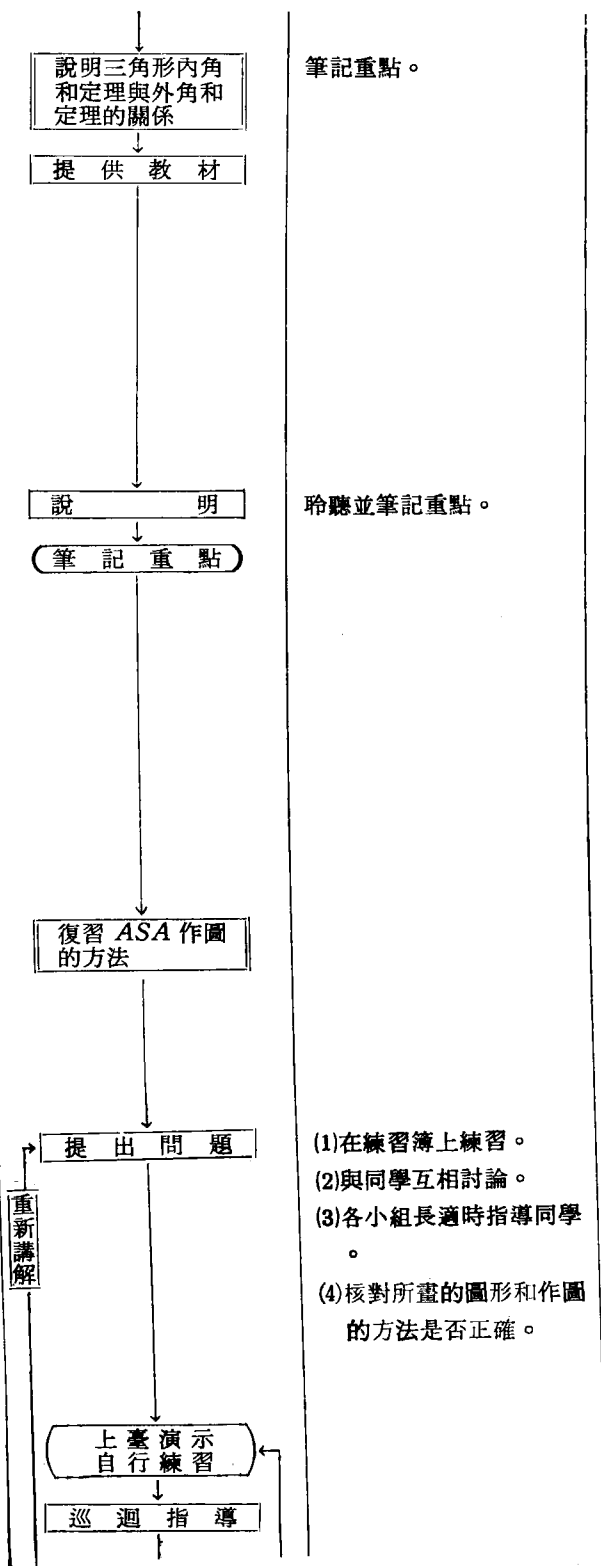
(4) 強調這種推理方式在以後常會出現，用以探究事物的性質。

10. 復習在第 1-1 節學過的事實：已知三角形的兩個內角與這兩個內角的夾邊，就可以畫出此三角形。

(1) 提供下列問題讓學生練習。題目：已知 $\angle 1 = 40^\circ$ ， $\angle 2 = 60^\circ$ 和一線段 c 長 3 公分，求作以 $\angle 1$ 、 $\angle 2$ 為兩內角，線段 c 為夾邊的三角形。

(2) 指名學生到黑板上演示。

(3) 巡迴全場指導學生



筆記重點。

聆聽並筆記重點。

- (1) 在練習簿上練習。
- (2) 與同學互相討論。
- (3) 各小組長適時指導同學。
- (4) 核對所畫的圖形和作圖的方法是否正確。