

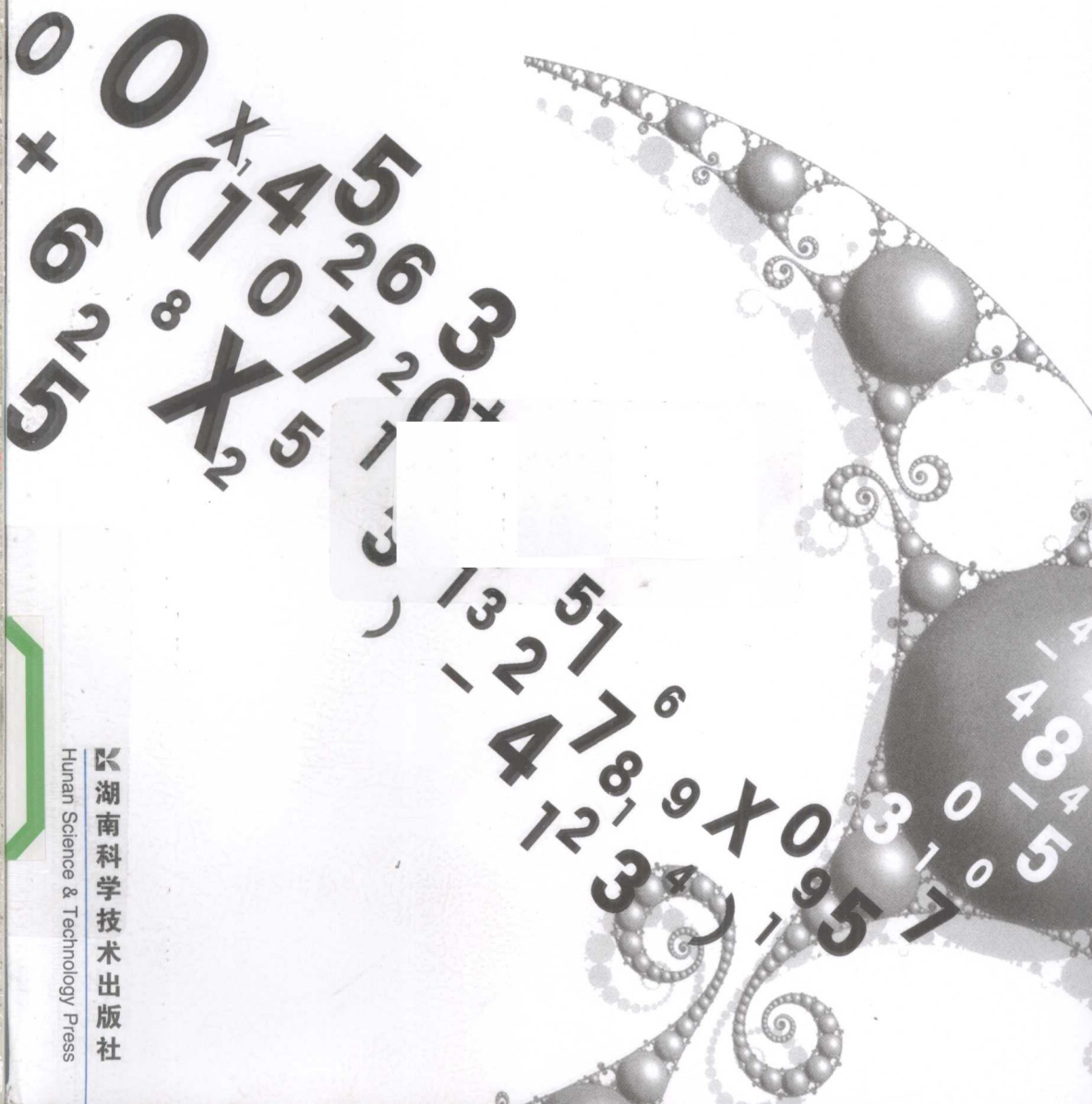
数学之恋



数学圈丛书
MATHEMATICAL
CIRCLES

A Passion for Mathematics

■ 【美】克利福德·A·皮科夫 / 著 ■ 马东玺 / 译 ■



湖南科学技术出版社
Hunan Science & Technology Press

 数学圈丛书

数学之恋

A Passion for Mathematics

■【美】克利福德·A·皮科夫 / 著 ■ 马东玺 / 译 ■

湖 南 科 学 技 术 出 版 社

A Passion for Mathematics

Copyright © 2005 by Clifford A Pickover

湖南科学技术出版社通过 John Wiley & Sons, Inc. 获得本书中文简体版中国大陆地区出版发行权。

著作权合同登记号: 18-2005-142

图书在版编目 (CIP) 数据

数学之恋 / (美) 皮科夫著 ; 马东玺译. — 长沙 : 湖南科学技术出版社, 2010.5

(数学圈丛书)

书名原文: A Passion for Mathematics

ISBN 978-7-5357-6228-3

I. ①数… II. ①皮… ②马… III. ①数学—普及读物 IV. ①O1-49

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2010) 第 091540 号

数学圈丛书

数学之恋

著 者: 【美】克利福德·A·皮科夫

译 者: 马东玺

责任编辑: 吴 炜

出版发行: 湖南科学技术出版社

社 址: 长沙市湘雅路 276 号

<http://www.hnstp.com>

邮购联系: 本社直销科 0731 - 84375808

印 刷: 长沙化勘印刷有限公司

(印装质量问题请直接与原厂联系)

厂 址: 长沙市青园路 4 号

邮 编: 410004

出版日期: 2010 年 6 月第 1 版第 1 次

开 本: 710mm×1000mm 1/16

印 张: 23.5

插 页: 2

字 数: 387000

书 号: ISBN 978-7-5357-6228-3

定 价: 39.50 元

(版权所有·翻印必究)

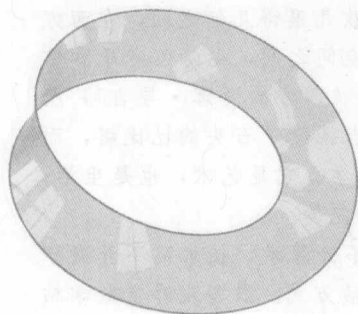
拉曼纽扬称，他从神那里得到这个公式。

本书献给所有从拉曼纽扬的 π 公式中发现美的读者：

$$\frac{1}{\pi} = \sqrt{8} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(1103 + 26390n) (2n-1)!! (4n-1)!!}{99^{4n+2} 32^n (n!)^3}$$

$$\pi = \frac{5\sqrt{5}}{2\sqrt{3}} \left(\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(11n+1) \left(\frac{1}{2}\right)_{\text{Poch}(n)} \left(\frac{1}{6}\right)_{\text{Poch}(n)} \left(\frac{5}{6}\right)_{\text{Poch}(n)} \left(\frac{4}{125}\right)^n}{(n!)^3} \right)^{-1}$$

(Poch(n) 指上升阶乘符号，在第二章中有详细说明)



欢迎你来数学圈

欢迎你来数学圈，那是我们熟悉而陌生的园地。

我们熟悉它，因为几乎每个人都走过多年的数学路，从123走到6月6（或7月7），从课堂走进考场。然后，我们把它留给最后一张考卷，解放的头脑，不再为它留一点儿空间。我们也陌生，模糊的记忆里，是残缺的公式和零乱的图形，是课堂的催眠曲，是考场的蒙汗药……去吧，那些被课本和考卷异化和扭曲了的数学；忘记那一朵朵恶之花，我们会迎来新的百花园。

“数学圈丛书”请大家走进数学圈，也走近数学圈子里的人。这是一套新视角下的数学读物，它不为专门传达任何具体的数学知识和解题技巧，而以“非数学的形式来普及数学”，着重宣扬数学和数学家的思想和精神。它的目的不是教人学数学，而是改变人们对数学和数学家的看法，把数学融入大众文化，回到人们的生活。读这些书不需要智力竞赛的紧张，而是要一点儿文艺欣赏的平和。你可以怀着360样心情来享受数学，经历它的趣味和生命，感悟符号背后的情感和人生。

没有人怀疑数学是文化的一部分，但诺大的“文化”，却往往将数学排除在外。当然，从人数来看，数学家在文化人中顶多占一个测度为零的空间。但是，数学的每一点进步都影响着整个文明的根基。借一个历史学家的话说，“有谁知道，在微积分和路易



十四时期的政治的朝代原则之间，在古典的城邦和欧几里得几何之间，在西方油画的空间透视和以铁路、电话、远距离武器制胜空间之间，在对位音乐和信用经济之间，原有深刻的一致关系呢？”（斯宾格勒《西方的没落·导言》）所以，数学不在象牙塔，就在身边。上帝用混乱的语言摧毁了石头的巴比塔，而人类用同一种语言建造了精神的巴比塔，那就是数学。它是艺术，也是生活；是态度，也是信仰；是最复杂的简单，也是最单纯的完美。

数学是生活。当然，我们的意思不是说生活离不开算术，技术离不开微积分；而是说数学本身也能成为大众的生活态度和生活方式。很多人感觉数学枯燥无味，是因为他把数学从生活中赶走了。当你发现一个小公式也像一首小诗那么多情的时候，还忍心把它忘记吗？大家能享受“诗意的生活”，从这点说，数学是一样的。

数学的生活很简单。如今流行着很多深藏“大道理”的小故事，那些道理多半取决于讲道理的人的态度和立场。它们是多变的，因为多变而被随意扭曲，因为扭曲而成为多样选择的理由。在所谓“后现代”的今天，似乎一切东西都成为多样的，人们像浮萍一样漂荡在多样选择的迷雾里，起码的追求也失落在“和谐”的“中庸”里。数学能告诉我们，多样的背后存在统一，极端才是和谐的源泉和基础。从某种意义上说，数学的精神就是追求极端，它永远选择最简的、最美的，当然也是最好的。数学决没有圆滑的道理，也不为模糊的借口留下一点儿空间。

数学生活也浪漫。很多人怕数学抽象，却喜欢抽象的绘画和怪诞的文学。可见抽象不是数学的罪过。艺术家的想象力令人羡慕，而数学家的想象力更多。希尔伯特说过，如果哪个数学家一旦改行做了小说家（真的有），我们不要惊奇——因为那人缺乏足够的想象力做数学家，却足够做一个小说家。懂一点儿数学的伏尔泰也感觉，阿基米德头脑的想象力比荷马的多。我们认为艺术家最有想象力，那是因为我们自己太缺乏想象力。

数学是明澈的思维。生活里的许多巧合——那些常被有心或无心地质异化为玄妙或骗术法宝的巧合，也许只是自然而简单的数学结果。以数学的眼光来看生活，不会有那么多的模糊。有数学精神的人多了，骗子（特别是那些穿戴科学衣冠的骗子）的空间就小了。无限的虚幻能在数学找到最踏实的归宿，它们“如龙涎香和麝香，如安息香和乳香，对精神和感观的激动都一一颂扬。”（波德莱尔《恶之花·感应》）

数学是奇异的旅行。数学在某个属于它们自身的永恒而朦胧的地方，在那



片朦胧的土地上，我们已经看到了三角形的三个内角和等于 180° ，三条中线总是交于一点而且三分每一条中线；在那片朦胧的土地上，还存在着无数更令人惊奇的几何图形和数字的奇妙，等着我们去和它们相遇。

数学是纯美的艺术。数学家像画家和诗人，都创造“模式”，不过是用思想来创造，用符号来表达。数学的思想，就像画家的色彩和诗人的文字，以和谐的方式组织起来。数学的世界里没有丑陋的位置。在数学家的眼里，自己笔下的公式和符号就像希腊神话里的那位塞浦路斯国王，从自己的雕像看到了爱人的生命。在数学里，在那比石头还坚硬的逻辑里，真的藏着数学家们的美的追求，藏着他们的性情和生命。

数学是精神的自由。惟独在数学中，人们可以通过完全自由的思想达到自我的满足。不论王摩诘的“雪地芭蕉”还是皮格马利翁 (Pygmalion) 的加拉提亚 (Galatea)，都能在数学中找到。数学没有任何外在的约束，约束数学的还是数学。

数学是永不停歇的人生。学数学的感觉就像在爬山，为了寻找新的山峰不停地去攀爬。当我们对寻找新的山峰不再感兴趣，生命也就结束了。

不论你是不是知道一点儿（或很多）数学，都可以走进数学圈，孔夫子说了，“知之者不如好之者，好之者不如乐之者。”只要“君子乐之”，就走进了一种高远的境界。王国维先生讲人生境界，是从“望极天涯”到“蓦然回首”，换一种眼光看，就是从无穷回到眼前，从无限回归有限。而真正圆满了这个过程的，就是数学。来数学圈走走，我们也许能唤回正在失去的灵魂，找回一个圆满的人生。

1939年12月，怀特海在哈佛大学演讲《数学与善》中说，“因为有无限的主题和内容，数学甚至现代数学，也还是处在婴儿时期的学问。如果文明继续发展，那么在今后两千年，人类思想的新特点就是数学理解占统治地位。”这个想法也许浪漫，但他期许的年代似乎太过久远——他自己曾估计，一个新的思想模式渗透进一个文化的核心，需要1000年——我们的希望是，这个过程会快一点儿，更快一点儿。

最后，我们借从数学家成为最有想象力的作家的卡洛尔笔下的爱丽思和那只著名的“柴郡猫”的一段充满数学趣味的对话，来总结我们的数学圈旅行：

“你能告诉我，我从这儿该走哪条路吗？”

“那多半儿要看你想去哪儿。”猫说。



数学之恋

4

“我不在乎去哪儿——”爱丽思说。

“那么你走哪条路都没关系，”猫说。

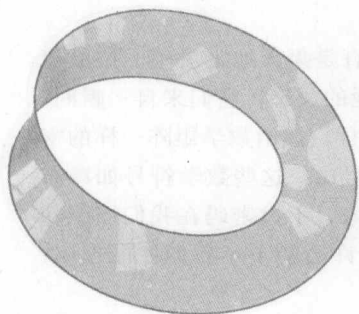
“——只要能到个地方就行，”爱丽思解释。

“噢，当然，你总能到个地方的，”猫说，“只要你走得够远。”

我们的数学圈没有起点，也没有终点，不论怎么走，只要走得够远，你总能到某个地方的。

李泳

2006年8月



导 言

方程对我并没有意义，除非，它代表了神的一种想法。

——拉曼纽扬（1887~1920）

拉曼纽扬密码

聪明的观察者看到在工作的数学家时，可能会认为那是奇异宗教的皈依者，秘密的宇宙之钥的追寻者。

——菲利普·戴维斯和鲁本·赫什，《数学经验》，1981

读过我所著的数学畅销书的读者已经知道我是如何看待数字的。数字是通往其他世界的入口。数字让我们得以瞥见更大的宇宙，而我们小小的大脑还没有进化到完全理解宇宙的数学结构的程度。更深层次来说，数学有点像诗歌。丹麦物理学家玻尔（Niels Bohr）对物理也有相似的感受，他说：“我们必须明白，当到达原子尺度时，只能用诗来描述了。”

人类从真知的海洋中所攫取的大量数字有点让人震撼。当你看到种类繁多的数字——从整数、小数、平方根到超越数、无限数、超实数、拮数、四元数、双四元数、十六元数和八元数等等奇怪的数字时，我想你也会感到震撼。当然，我们思考如此古怪的事物会有点困难，不过，上帝会时不时地在我们中间安插一些如先知般的梦想家，他们能近距离接触到我们大多数人所



无法感知的宇宙。

拉曼纽扬就是这样一个先知。他的数学思维简直是集天地之灵气。拉曼纽扬是印度最伟大的数学天才之一。他认为是神赐给他的灵感，它们来自一瞬间。他可以像电影《黑客帝国》中的主角尼奥（Neo）一样，读出数学矩阵一样的密码。电影中，尼奥可以进入组成现实世界的数学符号中，这些数学符号如瀑布般在其身边流过。我不知道上帝是否是一位密码学家，不过密码在我们周围却是无处不在，等待着我们去破解。其中的一些，也许历经千年我们才能理解；而有一些则可能会永远掩藏在神秘之中。

在电影《黑客帝国Ⅱ：重装上阵》中，上帝告诉尼奥，他的生命是“矩阵设计与生俱来的不平衡等式的余数的和”。类似地，伟大的瑞士建筑师勒·柯布西耶（Le Corbusier, 1887~1965）也认为，诸神在超越我们凡人世界的矩阵中玩着数字游戏：

岩羚羊在石头上飞跃和落下，而其所有的重量都落在靠直径只有两厘米的脚踝支撑的蹄子上：这是个挑战，这也是数学。数学现象一般都从日常生活中非常有用的简单的算术发展而来，从诸神的武器——数字发展而来。诸神就在那里，在墙后，玩着数字游戏。（勒·柯布西耶，*The modulator*, 1968）

一个世纪以前，拉曼纽扬就是我们现实世界中的尼奥。他小时候学习说话很慢。他似乎把所有的时间都用在了在他的石板上画奇怪的符号或是在他的笔记本上写方程式。后来，当他在马德拉斯港务局的财务部门工作时，他把一些方程式寄给了大名鼎鼎的英国数学家 G·H·哈代。当时，哈代把这些方程式扔进了垃圾篓，不过后来他又找回来重新看了一遍。哈代说他“以前从未见过任何像这样的东西”，其中的一些让他“甘拜下风”。他很快意识到，这些公式“只能是最高层次的数学家写下的”。哈代在《拉曼纽扬：12讲》一书中说道，这些公式“肯定是成立的，因为如果它们不成立的话，那世上没有人有如此的想象力来编造它们”。

实际上，拉曼纽扬所描述的结论时常来源于无意识的直觉。他说，一位印度女神在他的梦中赐予了他灵感。他的公式也并不是尽善尽美，不过，他的从客观实在的矿藏中所开采到的如雪崩之势奔涌的数学珍宝，至今都让我们现代的大脑为之震撼。拉曼纽扬说，一个人只有在数学中才能对上帝有清楚的认识。



血梦与上帝的数学

还是那句话，（西方数学家）在拉曼纽扬的力量面前，难以形容他们的惊讶与敬畏。他们只能找寻着恰当的词藻，结结巴巴地试图来解释拉曼纽扬之谜。

——卡尼格尔，《知者无涯》，1991

据拉曼纽扬称，在他的梦中，神留下了逼真的血滴。当他看到血滴之后，包含有复杂数学的卷轴就在他的面前展开。清晨醒来时，他只能记录下神所启示的些许片断。

在《知者无涯》一书中，罗伯特·卡尼格尔称，拉曼纽扬的灵性与数学能轻而易举地结合在一起，表明了他的“大脑奇特的适应性，对不严格的概念联系和空洞联想的独特的接受能力……”。事实上，拉曼纽扬对神秘情境所持的开放的态度说明，“一个被赋予了狡黠、适应性以及对起因和效果的弹性理解能力的大脑，使得他能够接受那些纯逻辑思维的头脑所看不到的东西”。

下面我们换个话题，不过这之前，我得指出，其他许多的数学家，像高斯（Carl Friedrich Gauss）、琼斯（James Hopwood Jeans）、康托（Georg Cantor）、帕斯卡（Blaise Pascal）以及李特尔伍德（John Littlewood），他们都相信灵感具有非凡的作用。高斯说，他曾证明过一个定理，“完全不是靠痛苦的努力，而可以说是上帝的恩惠”。正是因为这些原因，在本书第一章中包含了许多关于笃信宗教的数学家的介绍。我希望这些例子能够打破数学和宗教是人类研究的完全不同的独立的领域这一想法。

对宇宙的数学描述和认识一直在增加，而我们的大脑和语言技能却不是那么容易改变。新类型的数学不断被发现和创造着，但我们需要新的方式来思考和理解。例如，在近几年，数学史上一些著名的难题的不断被证明，但是证明过程过于冗长和复杂，专家们难以确认它们是否正确。数学家托马斯·黑尔斯（Thomas Hales）投稿到《数学年报》杂志的一篇几何学论文不得不等待了5年，专家审稿人才最终确认他们没有发现任何错误，可以发表他的证明，不过，还要加个声明称他们不能确认该证明是正确的！此外，像基斯·德文（Keith Devlin）这样的数学家也承认，“数学发展到了如此之抽象的地步，许多前沿问题甚至连专家都难以理解”（《纽约时报》，2004年5月25日）。显然，这些概念传达给普通读者就更加困难了。我们能够构建定理以及从事计算，但是我们却



缺乏足够的智慧去理解、解释或者传达这些想法。

物理上也有类似的例子。海森堡（Werner Heisenberg）担心人类也许永远也不能真正地理解原子，而波尔（Bohr）却比较乐观，他说，“我认为我们还是可能做得到的，不过在这个过程中，我们必须搞清楚理解这个词的真正含义。”今天，我们借助计算机来进行超越我们自身直觉的推理。实际上，计算机实验正将数学家们引向新的发现，使他们得到新的领悟。在计算机广泛应用之前，这些发现和领悟是数学家们做梦都想不到的。计算机和计算机图像可以让数学家早早地发现结果，然后再去正式地证明。这开启了数学的一个全新的领域。即使像电子表格这样简单的计算机工具软件，也能提供海森堡、爱因斯坦以及牛顿等所渴求的现代数学的计算能力。举个简单的例子，20世纪90年代末，贝利（David Bailey）和菲戈森（Helaman Ferguson）编写的计算机程序就可以得到把 π 和 $\log 5$ 以及另两个常数联系在一起的方程式。克拉瑞奇（Erica Klarreich）在2004年4月24号的《科学新闻》中报道，一旦计算机有了这个方程，要证明它成立是十分便捷的。一般地，以公式阐述证明过程时最难跨越的一步就是知道结论。

数学的自助大餐

随着知识之岛不断地增长，它所接触的未知世界也在扩大。当主流理论被颠覆时，我们所想到的就是先验知识让了路，知识之岛触及了与之不同的未知世界。新发现的未知事物也许是粗陋的或混乱的，但这是真理的代价。充满创造力的科学家、哲学家以及诗人们在岸边正茁壮成长。

——马克·理查森，《无神论者的好奇心》，科学，1998

尽管我提到了许多有关数学家和牧师们的神秘之处，但数学显然是实验科学。事实上，数学影响了科学研究的各个领域，从自然科学到社会科学，从生态灾难和疾病传播的建模到对我们大脑结构的认知，数学都扮演了难以估价的角色。本书中收录的有趣而又诡异的事实、问题、轶事、方程以及谜题，不过是迷人的数学应用的一个缩影罢了。事实上，本书是一份包含着谜题、论述、轶事、箴言以及一些严肃问题的自助大餐。你可以从你面前的盘子中选取美味佳肴。这些问题范围各不相同，你可以自由选择浏览不同的章节，内容从钱珀努恩常数到戈贝尔数（一个大数）。有些谜题是随机安排的，这可以增加阅读时



的惊喜。我的大脑是一列失控的火车，而这些谜题和论述就是散落在轨道上的思维的碎片。

书中的有些谜题可能看起来有些简单和琐碎。例如，“为什么圆有 360 度？”“0 是偶数么？”“最难记的车牌是什么？”“耶稣会算 30×24 么？”诸如此类的题。不过，这些都是数学迷们经常向我提的问题，我也非常喜欢其中一些非常离奇的题目。我很同意澳大利亚物理学家厄伦菲斯特（Paul Ehrenfest）曾说过的一句话，“多问问题，不要怕显得愚蠢。最愚蠢的问题通常是最好的问题，也是最难回答的问题。这可以使得演讲者不得不思考一下最基础的问题。”

与这些离奇问题相对应，我在本书中提出的一些谜题则非常之难，或是需要穷举搜索。这些也许只有电脑黑客才有希望回答得出，如“诸神的三角形”。

我曾把这些问题拿来问我那些讨厌的同事们，他们要花费数个小时甚至数天才能得到答案。我想你会乐意看到这些答案。如果你实在无法解答这些题目，也不要心存畏惧。热情的读者经常满怀欣喜地回答我的古怪的题目。享受这个过程吧。书中的大多数问题介于极简单和不可能之间，用一支铅笔和一张纸就可以得到答案。第三章的绝大多数问题可以供老师们与学生共享。

我还会给出一些别出心裁的公式，吸引你的兴趣，如本书扉页的拉曼纽扬的公式。有时我的目的仅仅是给出让你感到愉悦的非常好看的公式，引你深思。偶尔地，我会重复一个概念，看看你是否学会了你的课程，能否从伪装的外衣下认出相似的问题。这种殊途同归的方式比只用一种方法的方式更能说明一些问题。

这种娱乐性的数学极具教育价值，我热衷于此已有多年。即使思考些简单的问题也能扩展我们的想象力。数学的“有用性”使得我们建造出了宇宙飞船，探究宇宙的奥秘。数字将成为我们与外星智慧沟通的首要方式。

古时的人们已经对数字着了魔，在古希腊就是如此。在这永远变化的世界中，能够在艰难环境中恒久不变的东西恐怕只有数字了吧？对古希腊的毕达哥拉斯学派来说，数字是切实的、不变的、安逸的和永恒的，比朋友更可信赖，又没有像天神宙斯那样给人以威胁。

符号说明

非欧微积分和量子物理足以锻炼任何的头脑。如果有人把它们同民间



传说相混淆，并试图从哥特式的故事和炉边闲谈的蛛丝马迹中追寻多维现实的奇怪背景，他就难以从精神紧张中解脱。

——H·P·洛夫克拉夫特，《巫婆房子上的梦》，1993

本书中，我用下列符号区分不同的条目：

☞表示发人深省的箴言。

☞表示书中可能随处要用到的数学定义。

①表示能激发你的想象的一些陈述。

②表示需解答的题目。答案在本书后面。

即使是右脑发达的读者，这些不同的条目也会使其深深地爱上数学。一些滑稽有趣的问题常常会给数学基础各不相同的人们带来快乐。正如我所说的，如果你不能解答本书中的问题的话，请不必懊恼。其中的一些问题即便是老练的数学家也难以作答。

数学家们的“通病”之一就是喜欢求全责备——总是力求回溯到最基本的定理来解释他们的工作。结果，读者不得不啃完很多页的背景知识后才能读到本质问题。为避免这种情况，本书中的问题都简短精干，多数只是几个小段落。这种格式的好处在于，你可以直接投入到演算和思考的乐趣中去，而无须读一大堆的空话。本书可不是给数学家们查找公式的数学解释用的。当然，这种方式也有它的缺点。只用一两段话，难以把一个问题阐述得很深。你也不会看到很多的历史背景和扩展讨论。为了保持简洁，甚至解答部分可能也需要读者经过一些研究和思考后才能真正地理解。

另外，本书中的这些题目对数论、代数、几何、概率论、无穷等都有所涉及，题目的选择有些随心所欲。这些是我个人感兴趣的问题，同时也是当今数学家们有研究兴趣的各类问题的代表。拿出铅笔，不要畏惧，有些题目可能显得有点古怪，并没有什么实际用处和目的。不过，我发现这些实践过程大有裨益，很多学生、教育工作者以及科学家们也都曾写信这样告诉过我。纵观历史，脑力游戏中激发的试验、想法和结论产生了惊人的和出乎意料的实际应用价值。

一些谜题出自劳埃德（Sam Loyd，1841~1911），他是19世纪著名的美国谜题大师。劳埃德发明了数以千计的谜题，他的儿子收集整理后出版成书，这就是《趣题大全》（*Cyclopedia of Puzzles*）。希望你也能够喜欢这些经典之作。



探索永恒的秘密

纯粹的数学是永恒的。

——弗里德里希·哈登堡，约 1801

大自然中各种关系的华胄可以用整数和它们的比值来描述。简单的数字模式就能够描述向日葵螺旋列花、松果球、树枝的形状以及昆虫数量的生命周期。数学理论已经可以预测到一些现象，虽然当时难以确定，但数年后却被证明是正确的。比方说，麦克斯韦方程就预言了电磁波的存在。爱因斯坦的场方程提出引力可以使光弯曲，而且宇宙在膨胀。物理学家保罗·狄拉克曾提到我们现在所学的抽象数学让我们对未来的物理有了惊鸿一瞥。事实上，他的公式预言了后来所发现的反物质的存在。类似地，数学家罗巴切夫斯基（Nikolai Lobachevsky）曾说过，“不管如何抽象，所有的数学分支终会有一日应用到现实世界的现象中。”

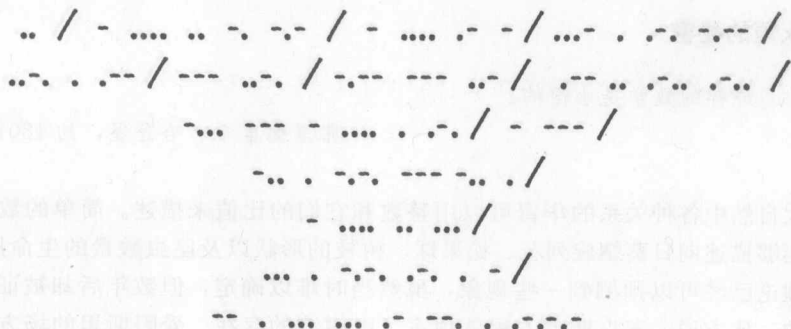
有一著名的事例可以说明数学和对称的预言力量。这就是盖尔曼（Murray Gell-Mann）和他的同事们如何发现一种亚原子粒子即 Ω 超子的故事。盖尔曼画了个对称的几何图案，图案中除了一处空缺外，所有的位置都有一个已知的粒子。盖尔曼指着这个空缺点，带着神秘的直觉说：“这里有个粒子。”他的直觉是正确的，随后实验物理学家们找到了一个对应这个空缺点的真实的粒子。我最喜欢的能用来反映科学神秘的一面的箴言来自于理查德·鲍威尔（Richard Power）的《金虫变奏曲》（*The Gold Bug Variations*）一书：“科学不是一种控制。事物总是比我们已知的关于它的最新理论要更丰富、更精致一些，把我们不断地置于惊愕的境地。科学是种敬畏，而非统治。”

如今，数学已经渗透到科学研究的每一领域，它在生物、物理、化学、经济、社会学和工程等领域中都扮演了非常重要的角色，其价值难以估量。数学可以解释彩虹的结构；教会我们如何在股市中盈利；为宇宙飞船导航；预报天气；预测人口增长；设计建筑；对幸福进行量化以及分析艾滋病的蔓延……

数学引发了一场革命。它塑造了我们的思想，指引着我们的思维方式。

数学改变了我们看世界的方式。

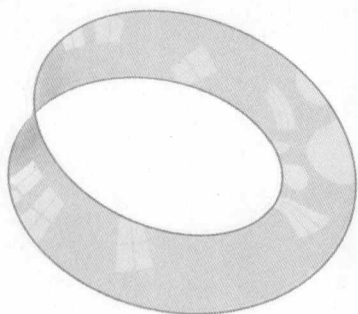
这篇引言献给能解开下面的秘密消息的读者。



我就是你正在思考着的想法

——道格拉斯·霍夫施塔特，《元魔术命题：

探索心灵和模式的本质》，1985



目 录

导言	(1)
1 数字, 历史, 社会与人	(1)
2 神奇的数字	(33)
3 代数, 百分比, 魔咒, 神奇的数学运算	(98)
4 几何, 游戏及其他	(121)
5 概率: 抓住你的机会	(186)
6 大数和无穷大	(205)
7 数学与美	(220)
解答	(235)
参考书目	(355)