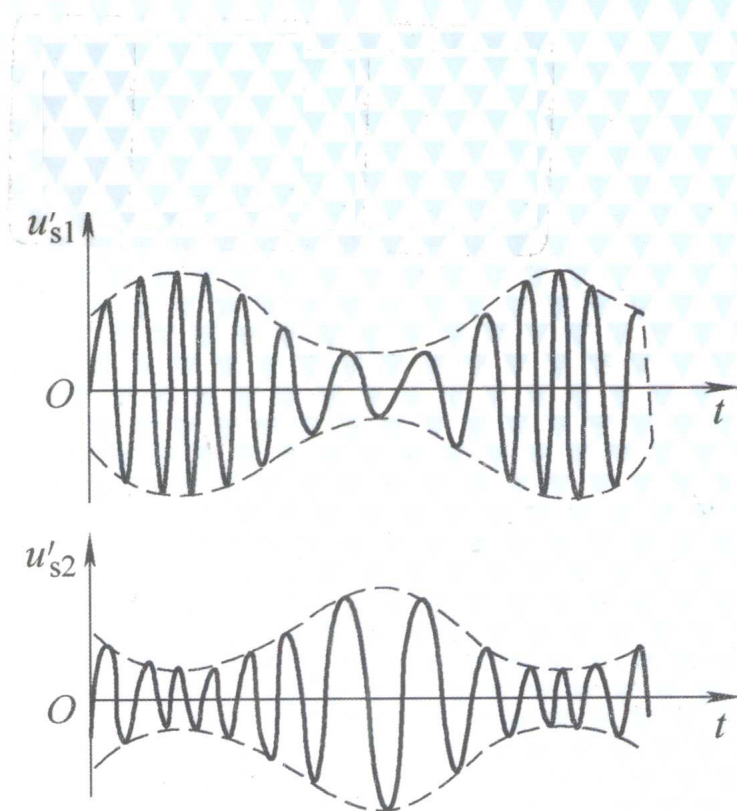


普通高等教育“十二五”规划教材

# 机械工程测试技术

许同乐 主编



机械工业出版社  
CHINA MACHINE PRESS

普通高等教育“十二五”规划教材

# 机械工程测试技术

主 编 许同乐  
副主编 李云雷 王爱娟  
参 编 王辉林 张国强 吕秀贞  
        李东兴 隋文涛  
主 审 张新义



机械工业出版社

本书主要内容包括信号描述、测量系统的基本特性、常用传感器技术、信号的调理与记录、信号分析与处理、测试技术的工程应用、计算机测试技术与虚拟仪器等。本书着重基本概念和原理的阐述,突出理论知识的应用,加强了针对性和实用性。

本书可作为高等学校机械类和相近专业本科生教材,也适用于各类职业学院、职工大学等有关专业教学用书,还可供相关专业研究生和工程技术人员参考。

## 图书在版编目(CIP)数据

机械工程测试技术/许同乐主编. —北京:机械工业出版社, 2010  
普通高等教育“十二五”规划教材  
ISBN 978-7-111-31362-5

I. ①机… II. ①许… III. ①机械工程-测试技术-高等学校-教材 IV. ①TG806

中国版本图书馆CIP数据核字(2010)第141741号

机械工业出版社(北京市百万庄大街22号 邮政编码100037)  
策划编辑:蔡开颖 责任编辑:蔡开颖 周璐婷  
版式设计:霍永明 责任校对:张莉娟  
封面设计:张静 责任印制:杨曦  
北京京丰印刷厂印刷  
2010年8月第1版·第1次印刷  
184mm×260mm·13.25印张·323千字  
标准书号:ISBN 978-7-111-31362-5  
定价:25.00元

凡购本书,如有缺页、倒页、脱页,由本社发行部调换

电话服务

网络服务

社服务中心:(010) 88361066

门户网:<http://www.cmpbook.com>

销售一部:(010) 68326294

教材网:<http://www.cmpedu.com>

销售二部:(010) 88379649

读者服务部:(010) 68993821

封面无防伪标均为盗版

# 前 言

为了适应21世纪应用型工程技术人才培养的需要,充分反映我国机械工程测试技术的发展情况,我们以“强化基础、适当拓宽,提高综合能力”为原则而编写了本书。在本书编写过程中,结合多年的教学经验,不仅继承了传统知识,而且根据我国机械工程测试技术的发展,注入新的内容。本书注重多层次教学,按照将基本观点、基本理论、基本方法与实际应用相结合的原则,力求简明扼要,通俗易懂。书中图文并茂,内容由浅入深,便于读者自学。

本书主要内容包括:

- 1) 信号描述: 主要介绍信号的分类与描述以及周期信号和瞬变非周期信号的频谱。
- 2) 测量系统的基本特性: 主要介绍测量系统的主要性质、静态与动态特性,测量系统的频率响应特性及其在典型输入下的响应,实现不失真测量的条件、动态特性的测试、抗干扰性与负载效应。
- 3) 常用传感器技术: 主要介绍传感器的分类以及电阻式、电容式、电感式、压电式、磁电式、热电式、光电式、光纤和半导体等传感器的工作原理与结构特点。
- 4) 信号的调理与记录: 主要介绍电桥工作原理、调制与解调、信号的放大与衰减、滤波器、信号的显示与记录。
- 5) 信号分析与处理: 主要介绍数字信号处理系统的基本组成、随机信号、相关分析、功率谱分析及应用。
- 6) 测试技术的工程应用: 主要介绍应变、力与力矩的测量,温度测量以及流体参数的测量。
- 7) 计算机测试技术与虚拟仪器: 主要介绍自动测试系统、智能仪器和虚拟仪器。

本书各章还附有思考题与习题,有利于学生复习巩固所学知识,提高学生分析和解决问题的能力。

本书由山东理工大学许同乐编写绪论、第1章和第5章第5.3、5.4、5.5节,李云雷编写第3章,王辉林编写第6章第6.1、6.2和6.3节中6.3.3,张国强编写第4章,吕秀贞编写第7章,李东兴编写第5章第5.1、5.2节,隋文涛编写第6章第6.3节中6.3.1、6.3.2。烟台职业学院王爱娟编写第2章。全书由许同乐任主编,李云雷、王爱娟任副主编。山东理工大学张新义教授为本书主审。

在本书编写过程中,得到了韩进宏教授以及有关领导和老师的热情帮助和支持,任菡副教授对本书第7章提出了修改建议,研究生裴新才也为本书的编写做了许多工作,编者表示衷心感谢,同时也对参考文献的各位作者表示感谢。

由于编者水平所限,书中难免有不妥和错误之处,敬请同行和广大读者批评指正。

编 者



# 目 录

前言	
绪论	1
0.1 测试与测试技术	1
0.2 测试技术的重要性	2
0.3 测试技术的工程应用	2
0.4 测试技术的发展概况	3
0.5 测试技术研究的主要内容	4
思考题与习题	4
第1章 信号描述	5
1.1 信号分类及描述	5
1.2 周期信号的频谱	10
1.3 瞬变非周期信号的频谱	14
思考题与习题	23
第2章 测量系统的基本特性	25
2.1 测量系统及其主要性质	25
2.2 测量系统的静态特性	27
2.3 测量系统的动态特性	30
2.4 常见测量系统的频率响应特性	33
2.5 测量系统在典型输入下的响应	38
2.6 测量系统实现不失真测量的条件	41
2.7 测量系统动态特性的测量	42
2.8 测量系统的抗干扰性与负载效应	45
思考题与习题	49
第3章 常用传感器技术	50
3.1 传感器的基本概念	50
3.2 电阻式传感器	53
3.3 电容式传感器	59
3.4 电感式传感器	65
3.5 压电式传感器	70
3.6 磁电与热电式传感器	76
3.7 光电式传感器	81
3.8 光纤传感器	89
3.9 半导体传感器	94
3.10 其他类型传感器	99
思考题与习题	106
第4章 信号的调理与记录	108
4.1 电桥	108
4.2 调制与解调	112
4.3 信号的放大与衰减	119
4.4 滤波器	123
4.5 信号的显示与记录	131
思考题与习题	137
第5章 信号分析与处理	139
5.1 数字信号处理系统的基本组成	139
5.2 模拟信号转换为数字信号	140
5.3 随机信号	149
5.4 信号的相关分析及应用	153
5.5 信号的功率谱分析及应用	159
思考题与习题	167
第6章 测试技术的工程应用	169
6.1 应变、力与力矩的测量	169
6.2 温度的测量	176
6.3 流体参数的测量	182
思考题与习题	190
第7章 计算机测试技术与虚拟仪器	191
7.1 自动测试系统	191
7.2 智能仪器	194
7.3 虚拟仪器	197
思考题与习题	204
参考文献	205

# 绪 论

## 0.1 测试与测试技术

测试是人们认识客观事物的方法，测试技术是测量技术和试验技术的统称。

测试的目的是获取研究对象中有用的信息，而信息又蕴涵于信号之中。可见，测试工作包括信号的获取、信号的调理和信号的分析等。

从广义角度来讲，测试技术涉及试验设计、模型试验、传感器、信号加工与处理、误差理论、控制工程、系统辨识和参数估计等内容；从狭义的角度来讲，测试技术是指在选定激励方式下所进行的信号的检测、变换、处理、显示、记录及电量数据输出的数据处理工作。

随着近代科学技术，特别是信息科学、材料科学、微电子技术和计算机技术的迅速发展，测试技术所涵盖的内容更加深刻、更加广泛。现代人类的社会生产、生活、经济交往和科学研究都与测试技术息息相关。各个科学领域，特别是机械、电子、生物、海洋、航天、气象、地质、通信、控制等，都离不开测试技术，测试技术在这些领域中也起着越来越重要的作用。因此，测试技术已成为人类社会进步的一个重要基础技术，是各学科高级工程技术人员必须掌握的重要基础技术。

测量是指用实验的方法，将被测量（未知量）与已知的标准量进行比较，以得到被测量大小的过程，是对被测量定量认识的过程。

一个完整的测试过程，一般包括：

(1) 信号的提取 通过传感器获取，是将被测信息转换成某种电信号的器件（或装置），即把被测信号转换成电压、电流或电路量（电阻、电容、电感）等电信号输出。

(2) 信号转换存储与传输 用中间转换装置来完成。一般是把信号转换成传输方便、功率足够，可以被传输、存储、记录并具有驱动能力的电压量。

(3) 信号的显示和记录 用显示器、指示器、各类磁存储器或半导体存储器和记录仪完成。

(4) 信号的处理与分析 用数据分

析仪、频谱分析仪、计算机等来完成。找出被测信号的规律，给出测得信号的精确度，为研究和鉴定工作提供有效依据，为控制提供信号。可用图 0-1 所示的框图来表示。

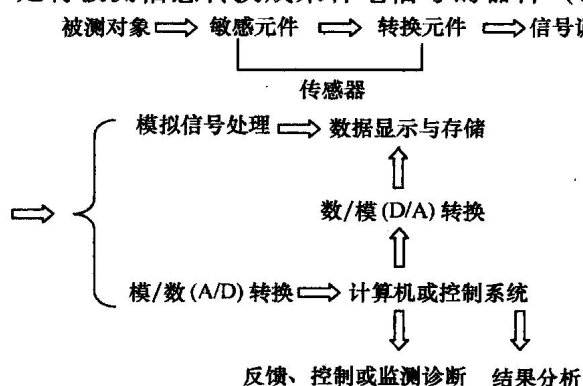


图 0-1 测试系统的一般组成

## 0.2 测试技术的重要性

测试是人类认识客观世界的手段，是科学研究的基本方法。科学探索需要测试技术，用定量关系和数学语言来表达科学规律和理论需要测试技术，检验科学理论和规律的正确性也需要测试技术，可以认为，精确的测试是科学技术研究的根基。

在工程技术领域中，工程研究、产品开发、生产监督、质量控制和性能试验等都离不开测试技术。特别是近代自动控制技术已越来越多地运用测试技术，测试装置已成为控制系统的重要组成部分。测试工作不仅能为产品的质量和性能提供客观的评价，为生产技术的合理改进提供基础数据，而且是进行一切探索性的、开发性的、创造性的和原始的科学发现或技术发明的手段。

测试技术的先进性已是一个国家、一个地区科技发达程度的重要标志之一，也是一个企业、一个国家参与国内、国际市场竞争的一项重要基础技术。可以肯定，测试技术的作用和地位在今后将更加重要和突出。因此，测试技术是机械工程技术人员必须掌握的一门实践性很强的技术，也是从事生产和科学研究的有力手段。

## 0.3 测试技术的工程应用

随着近代科学技术的发展，特别是机械、电子、生物、海洋、航天、气象、地质、通信、控制等，都离不开测试技术，测试技术在这些领域中也起着越来越重要的作用。以下介绍测试技术在机械工程中的几个主要方面的应用。

### 1. 产品开发和性能试验

新产品开发必须经过设计、试验、市场检验、批量生产等过程。目前，随着各专业领域设计理论的日趋完善和计算机数字仿真技术的逐渐普及，产品设计也日趋完美。但真实的产品零部件、整机的性能试验，才是检验设计正确与否的唯一依据。许多产品都要经过“设计—建立—测试”循环，即使已定型的产品，在生产过程中也需要对每一产品或其部分抽样做性能试验，以便控制产品质量。用户验收产品的主要依据也是产品的性能试验结果。

例如，图 0-2 所示是基于 PC 机的滚动轴承寿命及可靠性试验系统框图。在一台滚动轴承疲劳试验机上装有四套试验轴承，手动螺旋液压器给轴承加载至规定负荷。温度传感器 5 测出轴承的试验温度，与环境温度比较获得试验温升。加速度传感器 6 测出试验机的振动信号。PC 机每隔一小时自动巡回检测一次，在

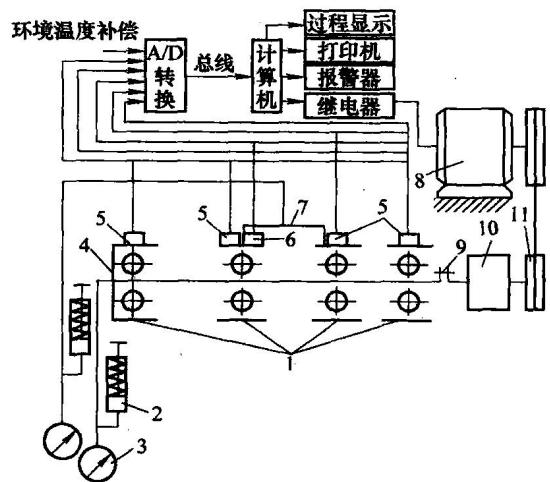


图 0-2 滚动轴承寿命及可靠性试验系统  
 1—轴承 2—手动螺旋液压器 3—压力表 4—轴向加载部件 5—温度传感器 6—加速度传感器  
 7—径向加载部件 8—电动机 9—联轴器  
 10—增速器 11—带传动机构

屏幕上显示温升和振动的时间历程。一台 PC 机可监控多台轴承疲劳试验机。当某一轴承温升或某台试验机振动超过预设值时, PC 机发出信号, 送至电动机的继电器, 使该试验机暂停工作, 同时报警。试验人员对现场判断后, 作出继续试验或取下失效轴承对剩下轴承继续试验等选择, 直到数百小时的试验全部完成。试验记录由计算机保存, 并按规定作进一步的处理和分析。

## 2. 机械故障诊断

随着现代工业设备和系统日益大型化和复杂化, 机械设备的可靠性、可用性、可维修性与安全性的问题日益突出, 机械设备监测与故障诊断技术被广泛应用于电力、石油化工、冶金等行业的大型、高速旋转机械中。一般的机械故障诊断系统划分为机械测量、监视与保护、数据采集、振动状态分析、网络数据传输五个部分。机械故障诊断能够满足机器设备及其零件的高可靠性和高利用率要求。一旦因故障停止工作, 将导致整个生产停顿, 造成巨大的经济损失。因此, 在这些设备的运行状态下, 人们就要了解、掌握其内部状况(如温升、振动、噪声、应力应变、润滑油状况、异味等), 保证设备的安全运行, 预防和减少恶性事故的发生, 消除故障隐患, 保障人身和设备安全, 提高生产率。

## 3. 质量控制与生产监督

产品质量是生产者关注的首要问题, 机电产品的零件、组件、部件及整体的各生产环节, 都必须对产品质量加以严格控制。从技术角度而言, 测试则是质量控制与生产监督的基础手段。

# 0.4 测试技术的发展概况

从专业角度看, 测试技术应包括传感器技术、信号处理技术和仪器仪表技术三个方面。从学科关系看, 测试技术是综合运用多学科原理和技术, 同时也直接为各专业学科服务的一门技术学科。各专业学科的发展不断地向测试技术提出新的要求, 推动测试技术的发展, 同时, 测试技术也在迅速吸取各学科的新成就中得到发展。测试技术的迅速发展主要体现在以下几个方面。

## 1. 传感器技术的迅速发展

从仪器和测量技术发展的总的趋势来看, 传感器的研究和发展总被排在首位。这是因为, 现代测量的模式大多还是将非电被测量先转换成为电量或者数字量以后, 再采用电和数字信号处理的方法来获得对被测量的准确表达。

材料科学是传感器技术的重要基础。材料科学的迅速发展使越来越多的物理和化学现象被应用, 并可按人们所要求的性能来设计、配方和制作敏感元件。各类新型传感器的发现和开发, 不仅使传感器性能进一步加强, 也使可测参量大大增多。如用各种配方的半导体氧化物制造各种气体传感器, 应用光导纤维、液晶和生物功能材料制造光纤传感器、液晶传感器和生物传感器, 用稀土超磁致伸缩材料制造微位移传感器等。

微电子学、微细加工技术及集成化工艺的发展, 使传感器逐渐实现高精度化、小型化、集成化、数字化、智能化和多功能化。如用微细加工可使被加工的半导体材料尺寸达到光的波长级; 集成化工艺将同一功能的多个敏感元件排列成线型、面型的传感器, 同时进行同一参数的多点测量, 或将不同功能的多个敏感元件集成为一体, 组成可同时测量多种参数的传

感器；或将传感器与预处理电路甚至微处理器集成为一体，成为有初等智能的所谓智能化传感器。

## 2. 测试仪器微机化、智能化

数字信号处理方法、计算机技术和信息处理技术的迅速发展，使测试仪器发生了根本性的变革。以微处理器为核心的数字式仪器能大大提高测试系统的精度、速度、测试能力和工作效率，有高的性能价格比及可靠性，已成为当前测试仪器的主流。目前数字式仪器正向标准接口总线的模块化插件式发展，向具有逻辑决断、自校准、自适应控制和自动补偿能力的智能化仪器发展，向用户自己构造所需功能的所谓虚拟仪器发展。

机械工程领域的各个方面，包括产品设计、开发、性能试验、自动化生产、智能制造、质量控制、加工动态过程的深入研究、机电设备状态监测、故障诊断和智能维修等都以先进的测试技术为重要支撑。

## 0.5 测试技术研究的主要内容

对高等学校机械类的各个专业而言，工程测试技术是一门技术基础课。通过对本课程的学习，培养学生合理地选用测试装置并初步掌握静、动态测量和常用工程试验所需的基本知识和技能，从而为进一步学习、研究和处理工程技术问题打下基础。本书着重讲述以下几方面内容。

1) 掌握信号的时域及频域的描述方法，建立明确的信号的频谱结构的概念；掌握频谱分析和相关分析的基本原理和方法；掌握数字信号分析中的一些基本概念。

2) 掌握测试装置基本特性的评定方法，包括测试装置传递特性的时域、频域描述，脉冲响应函数和频率响应函数，一阶、二阶系统的动态特性及其参数的测量方法和不失真的测试条件。

3) 掌握常用传感器原理、结构、性能参数以及传感器的典型应用。

4) 掌握电桥电路、信号调制与解调、信号的滤波，了解信号的模/数和数/模转换。

5) 了解常用显示与记录仪器的工作原理和结构及其动态性能和应用。了解虚拟仪器的基本构成。

测试技术是一门多学科融合交汇的技术学科，需要多种学科知识的综合运用。如需要具有高等数学、工程力学、物理学、电工电子学、机械振动、计算机、控制工程基础等学科知识。测试技术在提高学生创新精神、培养学生实践能力方面，也起着重要的作用。

测试技术又是一门实践性很强的应用学科，离开实践将无法掌握，只有在学习中加强实践，密切联系实际，通过足够和必要的实验，才能消化、理解所学的基本理论和基本方法，才能获得关于动态测试工作比较完整的概念，才能初步具有处理实际测试工作的能力。

### 思考题与习题

0-1 举例说明什么是测试。

0-2 以框图的形式说明测试系统的组成，简述其主要组成部分的作用。

0-3 针对工程测试技术课程的特点，思考如何学习该门课程。

# 第1章 信号描述

对于信息，一般可理解为消息、情报或知识。从物理学观点出发，信息不是物质，也不具备能量，但它却是物质所固有的，是其客观存在或运动状态的特征。信息可以理解为事物的运动的状态和方式。信息和物质、能量一样，是人类不可缺少的一种资源。信号具有能量，是某种具体的物理量。信号的变化则反映了所携带的信息的变化。可见，测试工作始终都需要与信号打交道。因此，深入了解信号及其描述是工程测试的基础。

## 1.1 信号分类及描述

通常，信号形式都是随时间变化的。如温度信号、压力信号、光信号和电信号等，它们反映了事物在不同时刻的变化状态。由于电信号处理起来比较方便，所以工程上常把非电信号转化为电信号传输。在电系统中，信号主要有电压信号和电流信号两种形式。信号随时间变化的规律是多种多样的。

### 1.1.1 信号分类

#### 1.1.1.1 确定性信号与随机信号

##### 1. 确定性信号

根据信号随时间的变化规律，可把信号分为确定性信号和随机信号。能明确的用数学关系式描述其随时间变化关系的信号称为确定性信号。

例如，一个单自由度无阻尼质量-弹簧振动系统（图 1-1）的位移信号  $x(t)$  是确定性的，可用下式来确定质点瞬时位置，即

$$x(t) = X_0 \cos\left(\sqrt{\frac{k}{m}}t + \varphi_0\right) \quad (1-1)$$

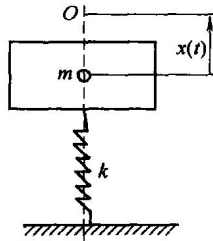


图 1-1 单自由度振动系统  
O—质量为  $m$  的静态平衡位置

式中  $X_0$ ——初始振幅；

$k$ ——弹簧刚度系数；

$m$ ——质量；

$t$ ——时间；

$\varphi_0$ ——初相位。

##### 2. 随机信号

无法用明确的数学关系式表达的信号称为非确定性信号，又称为随机信号。随机信号只能用概率统计方法由过去估计未来或找出某些统计特征量，根据某统计特性参数的特点，随机信号又可分为平稳随机信号和非平稳随机信号两类。其中，平稳随机信号又可进一步分为各态历经随机信号和非各态历经随机信号。

确定性信号又可以分为周期信号与非周期信号

(1) 周期信号 按一定时间间隔周而复始出现的信号称为周期信号。

周期信号的数学表达式为

$$x(t) = x(t + nT_0) \quad (1-2)$$

式中  $T_0$ ——信号的周期;

$n = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$ ;

$T_0 = 2\pi/\omega = 1/f$ , 其中  $\omega$  为角频率,  $\omega = 2\pi f$ ;  $f$  为频率。

图 1-2 所示是周期为  $T_0$  的三角波和正弦波信号。

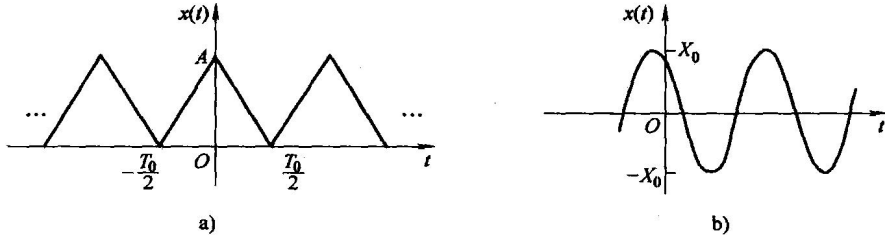


图 1-2 周期信号  
a) 三角波 b) 正弦波

显然, 式 (1-1) 表示的信号也为周期信号, 其角频率为  $\omega = \sqrt{k/m}$ , 周期为  $T = 2\pi/\omega$ 。这种频率单一的正弦或余弦信号称为谐波信号。

由多个乃至无穷多个频率成分叠加而成, 叠加后仍存在公共周期的信号称为一般周期信号, 如

$$\begin{aligned} x(t) &= x_1(t) + x_2(t) = A_1 \sin(2\pi f_1 t + \theta_1) + A_2 \sin(2\pi f_2 t + \theta_2) \\ &= 8 \sin(2\pi \times 2t + \pi/4) + 3 \sin(2\pi \times 3t + \pi/6) \end{aligned} \quad (1-3)$$

$x(t)$  由两个周期信号  $x_1(t)$ 、 $x_2(t)$  叠加而成, 频率分别为  $T_1 = 1/2$ 、 $T_2 = 1/3$ , 叠加后信号的周期为 1, 如图 1-3 所示。

(2) 非周期信号 将确定信号中那些不具有周期重复性的信号称为非周期信号。它分为准周期信号和瞬变非周期信号。

准周期信号是由两种以上的周期信号叠加, 但叠加后组成分量间无法找到公共周期, 因而无法按某一时间间隔周而复始重复出现。如

$$x(t) = x_1(t) + x_2(t) = A_1 \sin(\sqrt{2}t + \theta_1) + A_2 \sin(3t + \theta_2) \quad (1-4)$$

$x(t)$  由两个信号  $x_1(t)$ 、 $x_2(t)$  叠加而成, 两信号的频率比为无理数, 即两频率没有公约数, 则叠加后信号无公共周期, 如图 1-4 所示。

除准周期信号之外的其他非周期信号, 在有限时间段内存在, 或随着时间的增加而幅值衰减至零的信号, 称为瞬变非周期信号或指数衰减瞬变信号。图 1-5 所示为常见的瞬变非周期信号, 其中图 1-5a 为指数衰

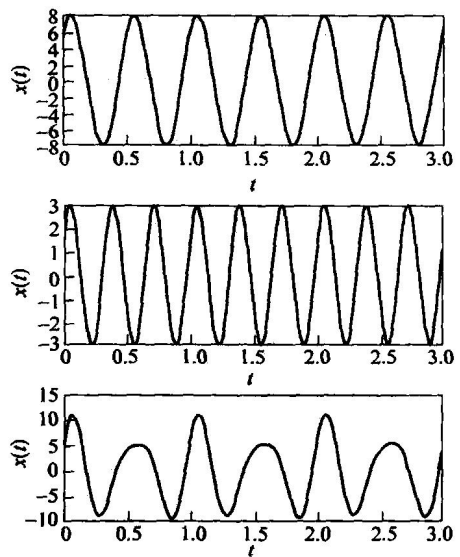


图 1-3 两个正弦信号的叠加  
(有公共周期)

减信号；图 1-5b 为指数衰减振荡信号，随时间的无限增加而衰减至零，表示为

$$x(t) = X_0 e^{-\alpha t} \sin(\omega t + \varphi_0) \quad (1-5)$$

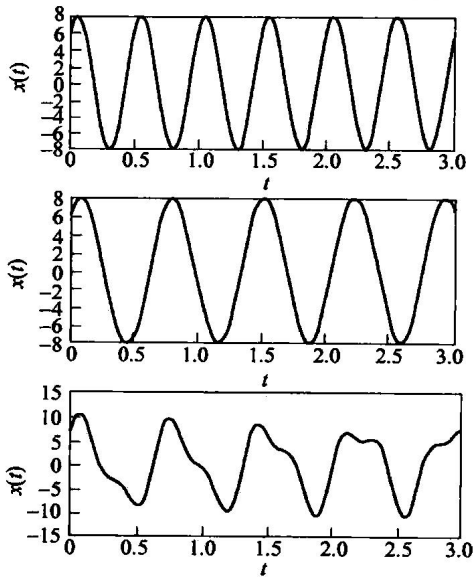


图 1-4 两个正弦信号的叠加  
(无公共周期)

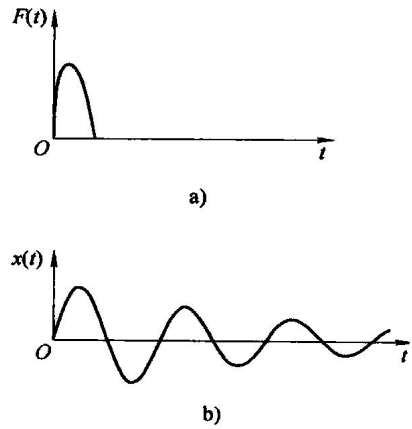


图 1-5 常见非周期信号  
a) 指数衰减信号 b) 指数衰减振荡信号

### 1.1.1.2 连续信号和离散信号

不论周期信号还是非周期信号，若从时间变量的取值是否连续出发，又可以分为连续信号和离散信号。若信号在所有连续时间上均有定义，则称连续信号（图 1-6）；若信号的取值仅在一些离散时间点上有定义，则称离散信号（图 1-7）。

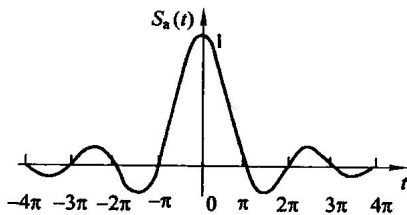


图 1-6 连续信号

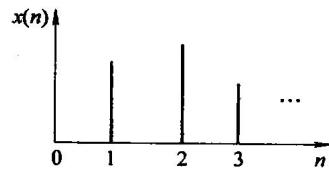


图 1-7 离散信号

### 1.1.1.3 因果信号与非因果信号

若信号  $x(t)$  在  $t=0$  作为初始观察时刻，有  $x(t)=0$ ，在该输入信号作用下，因果系统的零状态响应只能出现在  $t \geq 0$  的时间区间上，故把从  $t=0$  时刻开始的信号称为因果信号，否则为非因果信号。

### 1.1.1.4 能量信号和功率信号

#### 1. 能量信号

在所分析的区间  $(-\infty, \infty)$ ，能量为有限值的信号称为能量信号，满足条件

$$\int_{-\infty}^{+\infty} x^2(t) dt < \infty \quad (1-6)$$



关于信号的能量，可作如下解释：对于电信号，通常是电压或电流，电压在已知区间  $(t_1, t_2)$  内消耗在电阻上的能量为

$$E = \int_{t_1}^{t_2} \frac{U^2(t)}{R} dt \quad (1-7)$$

对于电流，能量为

$$E = \int_{t_1}^{t_2} RI^2(t) dt \quad (1-8)$$

在上面每一种情况下，能量都是正比于信号平方的积分。取  $R = 1\Omega$  时，上述两式具有相同形式，采用这种规定时，就称方程

$$E = \int_{t_1}^{t_2} x^2(t) dt \quad (1-9)$$

为任意信号  $x(t)$  的“能量”。

## 2. 功率信号

有许多信号，如周期信号、随机信号等，它们在区间  $(-\infty, \infty)$  内能量不是有限值。在这种情况下，研究信号的平均功率更为合适。在区间  $(t_1, t_2)$  内，信号的平均功率为

$$P = \frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} x^2(t) dt \quad (1-10)$$

若区间变为无穷大时，式 (1-10) 仍然是一个有限值，信号具有有限的平均功率，称为功率信号。具体讲，功率信号满足条件

$$0 < \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T x^2(t) dt < \infty \quad (1-11)$$

由式 (1-11) 可知，一个能量信号具有零平均功率，而一个功率信号具有无限大能量。

### 1.1.2 信号的时域描述和频域描述

直接观测或记录的信号一般为随时间变化的物理量。这种以时间为独立变量，用信号的幅值随时间变化的函数或图形来描述信号的方法称为时域描述。

时域描述简单直观，只能反映信号的幅值随时间变化的特性，而不能明确揭示信号的频率组成关系。为了研究信号的频率组成和各频率成分的幅值大小、相位关系，应对信号进行频谱分析，即把时域信号通过适当的数学方法处理变成以频率  $f$  (或角频率  $\omega$ ) 为独立变量，相应的幅值或相位为因变量的频域描述，这种信号描述的方法称为信号的频域描述。对连续系统的信号来说，常采用傅里叶变换和拉普拉斯变换；对离散系统的信号则采用  $Z$  变换。频域分析法将时域分析法中的微分或差分方程转换为代数方程，有利于问题的分析。

一般说来，实际信号的形式通常比较复杂，直接分析各种信号在一个测试系统中的传输情形常常是困难的，有时甚至是不可能的。所以常常将复杂信号分解成某些特定类型的基本信号之和，这样易于实现和分析。常用的基本信号有正弦信号、复指数信号、阶跃信号、冲击信号。

**例 1-1** 图 1-8 所示是一个周期方波时域信号描述，其表达式为

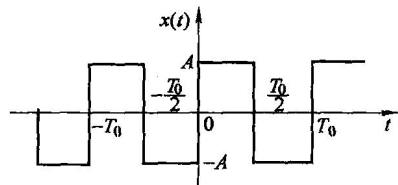


图 1-8 周期方波

$$\begin{cases} x(t) = x(t + nT_0) \\ x(t) = \begin{cases} A & (0 < t < \frac{T_0}{2}) \\ -A & (-\frac{T_0}{2} < t < 0) \end{cases} \end{cases}$$

将该周期方波应用傅里叶级数展开，可得

$$x(t) = \frac{4A}{\pi} \left( \sin\omega_0 t + \frac{1}{3}\sin 3\omega_0 t + \frac{1}{5}\sin 5\omega_0 t + \frac{1}{7}\sin 7\omega_0 t + \dots \right)$$

式中， $\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0}$ 。

从上式可以看出，该信号是由一系列幅值按 $\frac{1}{n}$ 衰减和频率不等、相角为零的奇次正弦信号叠加而成的。

在信号的分析中，可以将组成方波的各个频率成分按序排列起来，得出方波的频谱。图1-9所示为周期方波时域图形、幅频谱、相频谱三者之间的关系。

信号的频谱一般是以频率为横坐标、以幅值或相位为纵坐标分别描述，信号的幅值-频率为幅频谱，相位-频率为相频谱。每个信号都有其特有的幅频谱和相频谱，所以每一个信号在频域描述时都要用幅频谱和相频谱来描述。表1-1为两个周期方波及其幅频谱、相频谱。时域中两方波只是相对平移 $\frac{T_0}{4}$ ，其余不变。

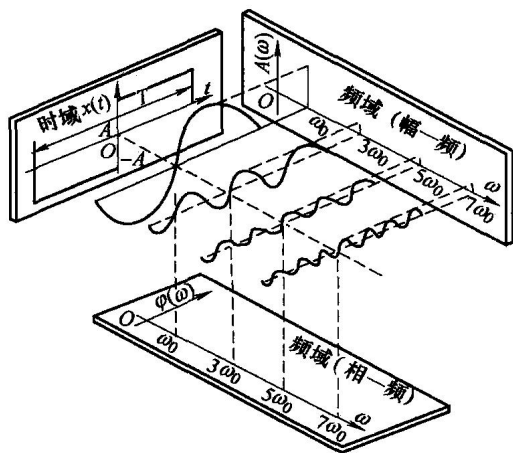


图1-9 周期方波描述

可以看出，幅频谱相同，但相频谱不同，平移使各频率分量产生了 $\frac{n\pi}{2}$ 相角。

表1-1 周期方波的频谱

时域波形	幅频谱	相频谱

## 1.2 周期信号的频谱

将周期信号分解为傅里叶级数 (Fourier Series), 为在频域中认识信号的特征提供了重要手段。

### 1.2.1 傅里叶级数的三角函数展开式

从数学知识得知, 在有限区间上, 任何一个周期信号  $x(t)$  只要满足狄里赫利条件, 便可将其展开成傅里叶级数, 其通式为

$$x(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos n\omega_0 t + b_n \sin n\omega_0 t) \quad (1-12)$$

式中  $a_0$ 、 $a_n$ 、 $b_n$ ——傅里叶系数, 只要求得代入通式即可展开;

$n$ ——正整数 ( $n=1, 2, 3, \dots$ );

$\omega_0$ ——基数角频率, 简称基频,  $\omega_0 = 2\pi/T_0$ 。

常值分量为

$$a_0 = \frac{2}{T_0} \int_{-T_0/2}^{T_0/2} x(t) dt$$

$$a_n = \frac{2}{T_0} \int_{-T_0/2}^{T_0/2} x(t) \cos n\omega_0 t dt \quad (1-13)$$

$$b_n = \frac{2}{T_0} \int_{-T_0/2}^{T_0/2} x(t) \sin n\omega_0 t dt \quad (1-14)$$

式中  $T_0$ ——周期。

由式 (1-13) 和式 (1-14) 可见, 傅里叶系数  $a_n$  和  $b_n$  均为  $n\omega_0$  的函数, 其中,  $a_n$  是  $n$  或  $n\omega_0$  的偶函数,  $a_{-n} = a_n$ ;  $b_n$  是  $n$  或  $n\omega_0$  的奇函数,  $-b_{-n} = b_n$ 。

将式 (1-12) 中正弦函数、余弦函数的同频率项合并、整理, 可得信号  $x(t)$  的另一种形式的傅里叶级数表达式为

$$x(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \sin(n\omega_0 t + \varphi_n) \quad (1-15)$$

$$\begin{cases} A_0 = a_0 \\ A_n = \sqrt{a_n^2 + b_n^2} \\ \varphi_n = \arctan \frac{a_n}{b_n} \end{cases} \quad (n=1, 2, 3, \dots) \quad (1-16)$$

从式 (1-15) 可知, 周期信号可分解成众多具有不同频率的正、余弦分量, 第一项  $\frac{a_0}{2}$  是直流分量, 从第二项依次向下分别称为信号的基波或一次谐波、二次谐波、三次谐波…… $n$  次谐波。 $A_n$  为  $n$  次谐波的幅值,  $\varphi_n$  为  $n$  次谐波的初相角。

**例 1-2** 图 1-2a 所示为周期性三角波, 求三角波的频谱表达式

$$x(t) = \begin{cases} A + \frac{2A}{T_0}t & \left(-\frac{T_0}{2} \leq t \leq 0\right) \\ A - \frac{2A}{T_0}t & \left(0 \leq t \leq \frac{T_0}{2}\right) \end{cases}$$

解:如图 1-2a 所示,三角波为偶函数,  $b_n = 0$ , 则

$$\begin{aligned}
 a_0 &= \frac{2}{T_0} \int_{-T_0/2}^{T_0/2} x(t) dt = \frac{4A}{T_0} \int_0^{T_0/2} \left(1 - \frac{2}{T_0}t\right) dt = A \\
 a_n &= \frac{2}{T_0} \int_{-T_0/2}^{T_0/2} x(t) \cos n\omega_0 t dt = \frac{4A}{T_0} \int_0^{T_0/2} \left(1 - \frac{2}{T_0}t\right) \cos n\omega_0 t dt \\
 &= \frac{2A}{(n\pi)^2} (1 - \cos n\pi) \\
 &= \begin{cases} 0 & (n = 2, 4, 6 \dots) \\ \frac{2\pi}{(n\pi)^2} & (n = 1, 3, 5 \dots) \end{cases} \\
 x(t) &= \frac{A}{2} + \frac{4A}{\pi^2} \left( \cos \omega_0 t + \frac{1}{3^2} \cos 3\omega_0 t + \frac{1}{5^2} \cos 5\omega_0 t + \dots \right) \\
 &= \frac{A}{2} + \frac{4A}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} \cos n\omega_0 t \quad (n = 1, 3, 5 \dots)
 \end{aligned}$$

可见三角波由奇次余弦函数波分量叠加构成,各谐波幅值按基波幅值的  $1/n^2$  比例衰减。

由上面分析可知,周期信号的频谱由不连续线条组成,每个线条代表一个谐波分量,且与基频有比例关系。

### 1.2.2 傅里叶级数的复指数形式及其复指数幅频谱

傅里叶级数还可以表达为指数函数形式。根据欧拉公式

$$e^{\pm j\omega t} = \cos \omega t \pm j \sin \omega t \quad (j = \sqrt{-1}) \quad (1-17)$$

则

$$\cos \omega t = \frac{1}{2} (e^{-j\omega t} + e^{j\omega t}) \quad (1-18)$$

$$\sin \omega t = \frac{1}{2j} (e^{-j\omega t} - e^{j\omega t}) \quad (1-19)$$

将式 (1-18) 和式 (1-19) 代入式 (1-12) 可得

$$x(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \left[ \frac{1}{2} (a_n + j b_n) e^{-jn\omega_0 t} + \frac{1}{2} (a_n - j b_n) e^{jn\omega_0 t} \right]$$

令

$$\left. \begin{aligned}
 C_0 &= a_0/2 \\
 C_n &= \frac{1}{2} (a_n - j b_n) \\
 C_{-n} &= \frac{1}{2} (a_n + j b_n)
 \end{aligned} \right\} \quad (1-20)$$

$C_n$  与  $C_{-n}$  共轭, 则

$$x(t) = C_0 + \sum_{i=1}^n C_{-i} e^{-jn\omega_0 t} + \sum_{i=1}^n C_n e^{jn\omega_0 t} \quad (n = 0, 1, 2 \dots) \quad (1-21)$$

或写成

$$x(t) = \sum_{i=-\infty}^{\infty} C_n e^{jn\omega_0 t} \quad (n = 0, \pm 1, \pm 2 \dots) \quad (1-22)$$

$C_n$  称为傅里叶级数的复系数, 将式 (1-13) 和式 (1-14) 代入式 (1-20), 求得

$$C_n = \frac{1}{T_0} \int_{-T_0/2}^{T_0/2} x(t) e^{-jn\omega_0 t} dt \quad (1-23)$$

一般  $C_n$  为复数, 写成实部和虚部的形式, 即

$$C_n = \text{Re}C_n + j\text{Im}C_n = |C_n| e^{j\varphi_n} \quad (1-24)$$

$\text{Re}C_n$ 、 $\text{Im}C_n$  分别称为实频谱和虚频谱,  $|C_n|$ 、 $\varphi_n$  分别称为幅频谱和相频谱。它们之间的关系为

$$|C_n| = \sqrt{(\text{Re}C_n)^2 + (\text{Im}C_n)^2} = \frac{1}{2} \sqrt{a_n^2 + b_n^2} = \frac{1}{2} A_n \quad (1-25)$$

$$\varphi_n = \arctan \frac{\text{Im}C_n}{\text{Re}C_n} \quad (1-26)$$

比较傅里叶级数的两种展开形式可知, 三角函数形式的频谱为单边谱 ( $\omega = 0 \sim \infty$ ), 复指数函数形式的频谱为双边谱 ( $\omega = -\infty \sim \infty$ )。两种频谱各个谐波幅值在量值上有确定的关系。双边幅频谱为偶函数, 双边相频谱为奇函数。

**例 1-3** 如图 1-8 所示周期方波, 分别以三角函数形式和复指数函数形式求频谱, 并作频谱图。

解: (1) 三角函数形式

$$x(t) = \begin{cases} A & \left(0 < t < \frac{T_0}{2}\right) \\ -A & \left(-\frac{T_0}{2} < t < 0\right) \end{cases}$$

因为  $x(t)$  是奇函数, 所以有

$$a_0 = 0$$

$$a_n = 0$$

$$\begin{aligned} b_n &= \frac{2}{T_0} \int_{-T_0/2}^{T_0/2} x(t) \sin n\omega_0 t dt = \frac{4}{T_0} \int_0^{T_0/2} A \sin n\omega_0 t dt \\ &= -\frac{4A}{T_0} \frac{\cos n\omega_0 t}{n\omega_0} \Big|_0^{T_0/2} = -\frac{2A}{n\pi} (\cos n\pi - 1) \\ &= \begin{cases} \frac{4A}{n\pi} & (n = 1, 3, 5 \dots) \\ 0 & (n = 2, 4, 6 \dots) \end{cases} \end{aligned}$$

所以有

$$x(t) = \frac{4A}{\pi} \left( \sin\omega_0 t + \frac{1}{3} \sin 3\omega_0 t + \frac{1}{5} \sin 5\omega_0 t + \frac{1}{7} \sin 7\omega_0 t + \dots \right)$$

$$\varphi_n = \arctan \left( \frac{a_n}{b_n} \right) = 0$$

其幅频谱和相频谱见表 1-1。

(2) 复指数函数形式

$$C_0 = \frac{1}{T_0} \int_{-T_0/2}^{T_0/2} x(t) dt = 0$$