数字信号处理

SHUZI
XINHAO
CHULI

● 李芬华 主编

● 河北大学出版社

责任编辑　韩　勇
封面设计　王占梅
责任印制　蔡进建

SHUZIXINHAO CHULI

ISBN 7-81028-615-3

9 787810 286152 >

ISBN 7-81028-615-3/TP · 58 定价:30.00元

数字信号处理

李芬华　主编

河北大学出版社

责任编辑：韩 勇
封面设计：王占梅
责任印制：蔡进建

图书在版编目（CIP）数据

数字信号处理/李芬华主编.—保定：河北大学
出版社，2003.10
ISBN 7-81028-615-3

Ⅰ. 数… Ⅱ. 李… Ⅲ. 数字信号—信号处理
—高等学校—教材 Ⅳ.TN911.72
中国版本图书馆 CIP 数据核字（2003）第 092498 号

出版者：河北大学出版社（保定市合作路 88 号，邮编 071002）
经 销：全国新华书店
印 刷：河北大学印刷厂
规 格：1/16（787mm × 1092mm）
印 张：19.5
字 数：470 千字
版 次：2003 年 10 月第 1 版
印 次：2003 年 10 月第 1 次
书 号：ISBN 7-81028-615-3/TP · 58
定 价：30.00 元

前　言

本书是适用于电信工程、通信工程、自动化等电子类工科专业本科的教材，可在50~70学时左右讲授。该教材也可供有关专业研究生及从事数字信号处理方面工作的科研人员参考。

书中较为系统地介绍了数字信号处理的基本概念、基础理论和算法。在内容编排方面，编者认为本书有以下特点：一、把‘数学基础——Z变换’作为单独的一章，先讲Z变换再讲傅立叶变换，由一般到具体，学生容易接受；也可根据学生数学课的情况，少讲或不讲这一部分；二、讲完离散傅立叶变换后，讲数字滤波器的结构与设计，再讲快速傅氏变换，将算法作为掌握基本理论之后进一步深化的内容，注意到了数字信号处理理论整体的连贯性；三、注意基本概念、基本技巧的训练。教材中配有大量的例题，能及时地使学生对理论概念有一个形象化的理解，另外，把其他教材中属于课外作业的有代表性的分析方法归纳到教材中讲授，加深了学生对基本概念的理解。例如延长序列的DFT，用DFT的共轭对称性提高计算效率，全通系统与最小相位系统等；四、在讲解基本理论的同时，介绍了数字信号处理的新进展；五、增加多率数字信号处理、离散随机信号概述、数字信号处理器概述，以适应21世纪教学的需要。

全书共分11章，第1章：数学基础——Z变换；第2章：离散时间信号和离散时间系统；第3章：离散傅立叶变换（DFT）；第4章：数字滤波器的结构；第5章：无限长单位脉冲响应数字滤波器的设计；第6章：有限长单位脉冲响应数字滤波器的设计；第7章：快速傅立叶变换FFT；第8章：多率数字信号处理；第9章：离散随机信号概述；第10章：有限字长效应；第11章：数字信号处理器概述。每章都附有一定量的练习题，供读者练习。为使读者能真正掌握数字信号处理的理论知识和技术，还附有教学软件，可用于课堂插播教学和实验练习，以加深对各章节内容的理解。

该教材着重基础，重点突出，内容分布合理，配有计算机辅助教学软件，利用现代教育技术，改变传统教学方法，把枯燥的数学计算变成了形象直观的可操作过程，激发了学生的学习兴趣，教学效果明显。

本书第1，2，3，4，5，7，10章由李芬华编写，第6章由常铁原编写，第11章由潘立冬编写，第9章由侯正信编写，第8章由杜声孚编写。在教材的编写过程中，侯正信教授、邹国良教授对许多章节的编写提出过详细的建议，王凤先教授、王兰勋副教授、陈永甫教授、张春华教授等对这本教材的出版给与过热情的关注，王素玉在校稿过程做了许多工作，在此一并表示真诚的感谢。

因编者水平所限，书中难免有不妥之处，恳请读者批评指正。

编　者

2002年12月

内容简介

本书主要论述了数字信号处理的基本原理和方法，全书共分 11 章，第 1 章：数学基础——Z 变换；第 2 章：离散时间信号和离散时间系统；第 3 章：离散傅立叶变换（DFT）；第 4 章：数字滤波器的结构；第 5 章：无限长单位脉冲响应数字滤波器的设计；第 6 章：有限长单位脉冲响应数字滤波器的设计；第 7 章：快速傅立叶变换 FFT；第 8 章：多率数字信号处理；第 9 章：离散随机信号概述；第 10 章：有限字长效应；第 11 章：数字信号处理器概述。每章都附有一定量的练习题。

本书着重基础理论的论述，并配有相当数量的例题，条理清楚，深入浅出，可作为大专院校电子类本科教材，也可供有关专业研究生及从事数字信号处理方面工作的科研人员参考。

目 录

序列的积和和都是两序列中同一序号的序列值之间的乘或求和。

c. 序列的移位（或延时）

$$y(n)=x(n-n_0)$$

$y(n)$ 序列的每一序列值都是由序列 $x(n)$ 移 n_0 位后得到，n_0 为正整数，$x(n)$ 序列右移，n_0 为负左移。若 $n_0=1$，叫做单位延时，对序列求 z 变换后在 z 域可用移位算子 z^{-1} 表示。

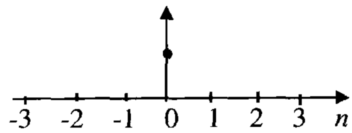

图 1-2　单位脉冲序列

d. 序列的卷积

两序列的卷积定义为 $z(n)=\sum_{k=-\infty}^{\infty}x(k)y(n-k)$，卷积结果得到一个新的序列 $z(n)$，卷积关系用“$*$”号表示，即 $z(n)=x(n)*y(n)$。

1.1.2　常用典型序列

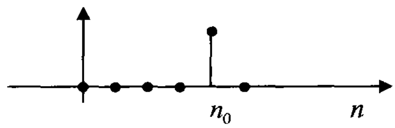

图 1-3　单位脉冲序列的移位

1. 单位脉冲序列

其定义为

$$\delta(n)=\begin{cases}1 & n=0\\ 0 & n\neq 0\end{cases}$$

这个序列只在 $n=0$ 处有一个单位值 1，其余点上皆为 0，因此也称为“单位取样序列”。如图 1-2 所示。这种序列是最常用的最重要的序列，它在离散时间系统中起的作用，类似于连续时间系统中的单位冲激函数 $\delta(t)$ 所起的作用，但是 $\delta(t)$ 的脉宽为 0，幅度为无穷，完全是一种数学极限，并非任何现实的信号，而 $\delta(n)$ 是一个完全现实的序列，它的脉冲幅度是有限值 1。

单位脉冲序列的延迟

$$\delta(n-n_0)=\begin{cases}1 & n=n_0\\ 0 & n\neq n_0\end{cases}$$

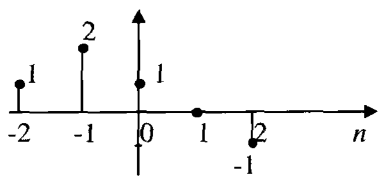

图 1-4　例 1-1 图

$\delta(n-n_0)$ 是单位脉冲序列的延迟序列，只有在 $n=n_0$ 时，取值为 1，对于其他 n，皆取 0 值。任何序列都可以表示成各延迟单位脉冲序列的加权组合。

例 1-1　如图 1-4 所示序列 $x(n)$，可表示为

$$x(n)=\delta(n+2)+2\delta(n+1)+\delta(n)-\delta(n-2)$$

更一般的说，任何序列都可表示成

$$x(n)=\sum_{k=-\infty}^{\infty}x(k)\delta(n-k) \tag{1-2}$$

2. **单位阶跃序列**

单位阶跃序列的定义为

$$u(n)=\begin{cases}1 & n\geq 0\\ 0 & n<0\end{cases}$$

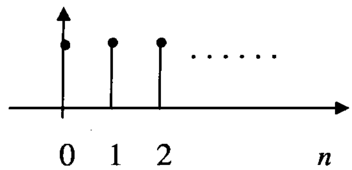

图 1-5 单位阶跃序列

如图 1-5 所示，它类似于连续时间信号的单位阶跃函数。

单位脉冲序列与单位阶跃序列之间的关系为

$$\delta(n)=u(n)-u(n-1) \tag{1-3}$$

而单位阶跃序列等于各延迟单位取样之和

$$u(n)=\delta(n)+\delta(n-1)+\ \cdots\ =\sum_{k=0}^{\infty}\ \delta(n-k) \tag{1-4}$$

令 $n-k=m$ 代人上式可得

$$u(n)=\sum_{m=-\infty}^{n}\delta(m) \tag{1-5}$$

可以看出（1-4）式比（1-5）式直观易理解。

3. **矩形序列**

矩形序列的定义为

$$R_N(n)=\begin{cases}1 & 0\leq n\leq N-1\\ 0 & \text{其他}\end{cases}$$

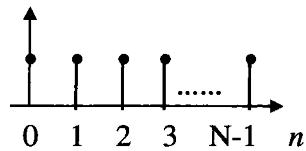

图 1-6 矩形序列

如图 1-6 所示，显然 $R_N(n)$ 是有限长序列。序列长度为 N，它与 $\delta(n)$ 、$u(n)$ 的关系为

$$R_N(n)=u(n)-u(n-N)$$

或 $$R_N(n)=\delta(n)+\delta(n-1)+\ \cdots\ +\ \delta[n-(N-1)\ ]=\sum_{m=0}^{N-1}\ \delta(n-m)$$

4. **实指数序列**

实指数序列的定义为

$$x(n)=a^n u(n) \tag{1-6}$$

其中 a 为实数，当 $0<a<1$ 时序列是收敛的，如图 1-7，而当 $|a|>1$ 时，序列是发散的。

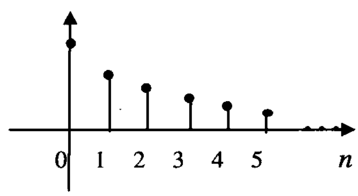

图 1-7 实指数序列

5. **正弦序列**

正弦序列的定义为

$$x(n)=A\sin(\omega_0 n+\phi) \tag{1-7}$$

其中 A 为信号幅度，ω_0 为数字域频率，ϕ 为初始相位，图 1-8 所示为 $\phi=0$ 的情况。

6. 复指数序列

复指数序列定义为

$$x(n)=e^{(\sigma+j\omega_0)n}$$

也可以表示为

$$x(n)=e^{\sigma n}\cos(\omega_0 n)+je^{\sigma n}\sin(\omega_0 n)$$

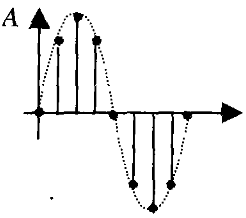

图 1-8　正弦序列

复指数序列的实部和虚部都是随 n 按正弦规律变化的，它的周期性特性与正弦序列的周期性特性一样。

1.1.3　序列的周期性

如果序列对于所有的 n 值，下式成立

$$x(n)=x(n+N) \tag{1-8}$$

N 为满足上式的最小正整数，则称序列 $x(n)$ 为周期序列，且其周期为 N。下面讨论正弦序列的周期性。

据定义，若 $x(n)=\sin\omega_0 n=\sin[\omega_0(n+N)]=\sin[\omega_0 n+\omega_0 N]$ 成立，则正弦序列为周期序列，其周期 N 为正整数，显然若要上式成立，必须有 $\omega_0 N=2k\pi$。这里的 k 也是整数，于是有

$$N=\frac{2\pi}{\omega_0}k \tag{1-9}$$

根据 $\dfrac{2\pi}{\omega_0}$ 的取值，分三种情况讨论。

(1) 当 $\dfrac{2\pi}{\omega_0}$ 为整数，只需 $k=1$，就能保证 N 为整数，显然此时 $N=\dfrac{2\pi}{\omega_0}$；

(2) 当 $\dfrac{2\pi}{\omega_0}$ 不是整数，而 $\dfrac{2\pi}{\omega_0}=\dfrac{Q}{P}$，且 Q、P 是互素的整数，此时只要取 $k=P$，则有 $N=Q$，正弦序列仍为周期序列，周期 $N=P\dfrac{2\pi}{\omega_0}$；

(3) 当 $\dfrac{2\pi}{\omega_0}$ 是无理数时，无论怎样取 k 值，都不能使 N 为正整数。此时的正弦序列不是周期序列。

对于复指数序列，它的周期性也分上述（1）、（2）、（3）三种情况讨论。

1.1.4　序列的能量定义为

$$\varepsilon=\sum_{n=-\infty}^{\infty}x^2(n)$$

1.2 Z 变换及其收敛域

序列 $x(n)$ 的 z 变换定义为

$$X(z)=\sum_{n=-\infty}^{\infty}x(n)z^{-n} \tag{1-10}$$

$X(z)$ 是以 z 为变量的函数，z 是复变量，它具有实部和虚部，是一个以实部为横坐标，以虚部为纵坐标的平面上的变量，这个平面就是 Z 平面。

常用 $Z[x(n)]$ 表示对序列 $x(n)$ 进行 Z 变换。

$$Z[x(n)]=\sum_{n=-\infty}^{\infty}x(n)z^{-n}=X(z)$$

上式中 n 的取值范围为 $-\infty,\infty$，这种变换叫做双边 Z 变换，假如在 $n<0$ 时，有 $x(n)\equiv 0$，上式可写为

$$Z[x(n)]=\sum_{n=0}^{\infty}x(n)z^{-n} \tag{1-11}$$

求和的下限为 0 上限为 ∞ 的 Z 变换称为单边 Z 变换。若 $n<0$ 时有 $x(n)=0$，则称 $x(n)$ 是因果序列。对于因果序列单边 Z 变换与双边 Z 变换是一样的，而对于非因果序列单边 Z 变换与双边 Z 变换不同。单边 Z 变换可看作双边 Z 变换的特殊情况，所以单边 Z 变换的大多数特性与双边 Z 变换相同，只有少数特性不同。

例 1–2 求单位阶跃序列的 Z 变换

$$x(n)=u(n)$$

$$X(z)=Z[u(n)]=\sum_{n=-\infty}^{\infty}u(n)z^{-n}=\sum_{n=0}^{\infty}z^{-n}=1+z^{-1}+z^{-2}+\cdots \tag{1-12}$$

这是一个 z^{-1} 的无穷几何级数，当 $|z^{-1}|<1$ 时，级数收敛，$X(z)$ 可以用封闭形式表示。

$$X(z)=\sum_{n=0}^{\infty}z^{-n}=\frac{1}{1-z^{-1}} \qquad |z^{-1}|<1 \text{ 或 } |z|>1 \tag{1-13}$$

这说明 $u(n)$ 的 Z 变换只在 Z 平面的一定区域内收敛，这区域 $|z|>1$ 称为其 Z 变换的收敛域。任意序列的 Z 变换都可以写成级数的形式，但只有在其收敛域内才可能写成封闭形式。根据级数理论，级数收敛的充要条件是满足绝对可和，即要求

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty}|x(n)z^{-n}|<\infty$$

适当选择 z 的取值范围，使上式成立，则 $X(z)<\infty$，一般情况下，Z 变换的收敛域是环状区域，可表示为

$$R_{x-} < |z| < R_{x+}$$

R_{x-} 、R_{x+} 为收敛半径。说明收敛域是以 R_{x-} 、R_{x+} 为半径以原点为中心的两个圆之间的环状区域，在Z 平面上收敛域的位置与序列有着密切关系，主要有下面几种情况。

1.2.1 有限长序列

序列 $x(n)$ 只在有限长度 $n_1 \le n \le n_2$ 之间有值，　在此区间外，序列值皆为零，即

$$x(n) = \begin{cases} x(n) & n_1 \le n \le n_2 \\ 0 & \text{其他} \end{cases}$$

其 Z 变换为

$$X(z) = \sum_{n=n_1}^{n_2} x(n) z^{-n}$$

显然，$X(z)$ 是有限项的和，只要级数每一项有界，有限项和也有界，级数就收敛，所以要求

$$\left|x(n)z^{-n}\right| < \infty \qquad n_1 \le n \le n_2$$

又因为序列 $x(n)$ 是有界的，只要

$$\left|z^{-n}\right| < \infty \quad \text{，即} \quad 0 < |z| < \infty$$

级数就收敛，这就是说，有限长序列 Z 变换的收敛域为（0，∞），在一定情况下，收敛域还会扩大。

当　$n_1 \ge 0$，　收敛域扩大为 $0 < |z| \le \infty$，

　　$n_2 \le 0$，则收敛域为 $0 \le |z| < \infty$。

例 1-3　矩形序列的 Z 变换为

$$X(z) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} R_N(n) z^{-n} = 1 + z^{-1} + \cdots + z^{-(N-1)} = \frac{1-z^{-N}}{1-z^{-1}} \qquad 0 < |z| \le \infty$$

脉冲序列 $\delta(n)$，对应有限长序列 $n_1 = n_2 = 0$ 的特殊情况，其 z 变换的收敛域为 $0 \le |z| \le \infty$，即整个 z 平面。

1.2.2 右边序列

$x(n)$ 是在 $n \ge n_1$ 时有值，而 $n < n_1$ 时 $x(n)=0$ 的序列称为右边序列，其 Z 变换为

$$X(z) = \sum_{n=n_1}^{\infty} x(n) z^{-n} \qquad (1\text{-}14)$$

上式中的 n_1 可正可负，分两种情况讨论。

(1) $n_1 \ge 0$，假设这时的级数 $X(z)$ 在 $|z| = |z_1|$ 处绝对收敛，则有

$$\sum_{n=n_1}^{\infty}\left| x(n)z_1^{-n} \right| < \infty \tag{1-15}$$

因为，$n_1 \geq 0$，当$|z|>|z_1|$时下式成立，

$$\sum_{n=n_1}^{\infty}\left| x(n)z^{-n} \right| < \sum_{n=n_1}^{\infty}\left| x(n)z_1^{-n} \right| < \infty$$

$n_1 \geq 0$时的右边序列的收敛域可以写成$|z_1| \leq |z| \leq \infty$ ，包括闭域∞。

(2) n_1<0 时，Z 变换可写为

$$X(z) = \sum_{n=n_1}^{\infty} x(n)z^{-n} = \sum_{n=n_1}^{-1} x(n)z^{-n} + \sum_{n=0}^{\infty} x(n)z^{-n}$$

上式中第一项是有限长序列，第二项属于 1) 中$n_1 \geq 0$的情况，综合两序列的收敛域，得总的收敛域为$|z_1| \leq |z| < \infty$。

总之，右边序列的收敛域，是某个圆外的区域，可以写为$R_{x-} < |z| < \infty$，收敛域是否包括∞，要视它是否为因果序列而定。

例 1-4 求指数序列$x(n)=a^n u(n)$的 z 变换及其收敛域。

$$X(z) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(n)z^{-n} = \sum_{n=0}^{\infty} a^n z^{-n}$$

$$= \sum_{n=0}^{\infty} (a z^{-1})^n$$

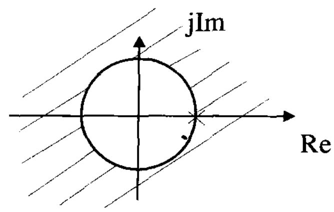

图 1-9 右边序列的收敛域

只有$|az^{-1}|<1$时， $X(z)$ 才可以写成封闭形式

$$X(z) = \frac{1}{1-az^{-1}} = \frac{z}{z-a} \qquad |z|>|a| \tag{1-16}$$

从$X(z)$的封闭式可以看出，$X(z)$在$z=a$有一个极点，在$z=0$有一个零点，收敛域是极点所在圆的外部区域，显然收敛域包括∞，如图 1-9 所示。

1.2.3 左边序列

若序列$x(n)$只在$n \leq n_2$有值，当$n > n_2$时，$x(n)=0$， 则称$x(n)$为左边序列，其Z变换为

$$X(z) = \sum_{n=-\infty}^{n_2} x(n)z^{-n} \tag{1-17}$$

若$n_2 \leq 0$，假设$X(z)$在$|z|=|z_2|$上收敛，

$$\sum_{n=-\infty}^{n_2}\left| x(n)z_2^{-n} \right| < \infty$$

对于$|z|<|z_2|$级数也必然收敛，收敛域可以写为$|z| < R_{x+} = |z_2|$，如果$n_2>0$ ，可做如下考虑。

$$X(z)=\sum_{n=-\infty}^{0}x(n)z^{-n}+\sum_{n=1}^{n_2}x(n)z^{-n}$$

$X(z)$有两项，两项级数的共同收敛域即$X(z)$的收敛域。

$$\begin{cases}|z|<R_{x+}\\0<|z|\le\infty\end{cases}\Rightarrow 0<|z|<R_{x+}$$

总之，$n_2\le 0$时，$X(z)$收敛域为某个圆内的整个区域，而$n_2>0$时，收敛域为某个圆内，除z=0点以外的整个区域。

例 1-5　求指数序列$x(n)=-b^n u(-n-1)$ 的Z变换及其收敛域。

$$X(z)=\sum_{n=-\infty}^{\infty}-b^n u(-n-1)z^{-n}$$

$$=\sum_{n=-\infty}^{-1}-b^n z^{-n}=1-\sum_{n=0}^{\infty}b^{-n}z^n$$

对于上式中的级数，若公比$|b^{-1}z|<1$时，即$|z|<|b|$级数收敛，即

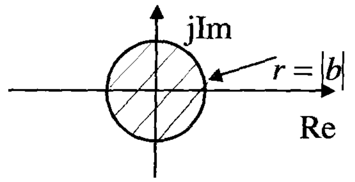

图 1-10　左边序列的收敛域

$$X(z)=1-\frac{1}{1-b^{-1}z}=\frac{z}{z-b}\qquad |z|<|b| \tag{1-18}$$

$X(z)$在$z=0$有一个零点，在$z=b$有一个极点，序列的收敛域为圆内整个区域，但不包括$z=b$所在的圆，如图 1-10 所示。

1.2.4　双边序列

一个双边序列可以看成一个左边序列和一个右边序列之和，其Z 变换为

$$\begin{aligned}X(z)&=\sum_{n=-\infty}^{\infty}x(n)z^{-n}\\&=\sum_{n=-\infty}^{-1}x(n)z^{-n}+\sum_{n=0}^{\infty}x(n)z^{-n}\\&=X_1(z)+X_2(z)\end{aligned}$$

左边序列的Z 变换$X_1(z)$，收敛域$0\le|z|<R_{x+}$。右边序列的Z变换$X_2(z)$，收敛域$R_{x-}<|z|\le\infty$。其公共区域即$X(z)$的收敛域，如果$R_{x+}>R_{x-}$，$R_{x-}<|z|<R_{x+}$，如果$R_{x-}>R_{x+}$，没公共区域，$X(z)$不收敛。

例 1-6　求序列$x(n)=b^{|n|}$的Z变换及收敛域。

$x(n)$是双边序列，其Z变换为

$$X(z)=\sum_{n=-\infty}^{\infty}x(n)z^{-n}$$