CHUZHONG SHUXUE
KETANG JIAOXUE

全国中小学教师
继续教育参考资料

# 初中数学课堂教学

张志远　著

湖南教育出版社

# 初中数学课堂教学

孙志远　编著

顾　问　张孝达

主　编　曹才翰

副主编　贾云山　郭维亮　吴占华

湖南教育出版社

# 初中数学课堂教学

孙志远　编著

责任编辑：欧阳维诚

湖南教育出版社出版发行
湖南省新华书店经销　三河市新科印刷厂印刷
850×1168 毫米　32 开　印张：10　字数：260,000
2000 年 11 月第 2 版　2000 年 12 月第 1 次印刷
ISBN7—5355—2423—0/G・2418
定价：21.00 元

# 目　录

# §1. 课堂教学的基本环节

青浦教改是从对课堂教学方法的改革起步的. 在七十年代末，面对濒于绝境的教育现状，以顾泠沅为代表的青浦从事基础教育的人们既没有被无所作为的思想所压倒，也没有被急功近利的做法所诱惑，而是决心按教育本身的规律办事，抓起点、抓基础、抓关键，走上了艰苦漫长的改革之路. 他们经过调查，从广大第一线教师中收集、整理出点滴教学经验 160 余项；又经过筛选，从原型经验中提炼出一个纯粹有序的经验系统，其中包括四条比较有效的教学措施：

*让学生在迫切要求之下学习；*

*组织好课堂教学的层次（序列）；*

*在采用讲授法的同时辅之以“尝试指导”的方法；*

*及时提供教学效果的信息，随时调节教学（简称“效果回授”）.*

在八十年代上半期，经过大规模的教学实验，验证了这些教学措施的有效性，并带动了全县教学方法的改革. 青浦数学教改实验小组对教学改革的认识并没有停留在经验系统的水平上，而是继续追求教学经验的理论化，在吸收国内外有关学习理论的研究成果并批判继承我国传统学习理论的基础上，把筛选得到的有序的经验上升为四条基本教学原理：

**情意原理；序进原理；活动原理；反馈原理.**

基于以上这些研究，初步找到了让所有学生都有效学习的一种教学结构，这种教学结构具有层次性的五个环节：

1. 把问题作为教学的出发点；

2. 指导学生开展尝试活动；

3. 组织变式训练，提高训练效率；

4. 归纳总结，纳入知识系统；

5. 根据教学目标分类细目，及时回授调节.

至此，青浦数学教改实验在认识论上完成了“实践—理论—实践”的一个螺旋式上升过程，即从原始经验概括出经验系统，从经验系统提炼出基本教学原理，又在教学原理的指导下衍生出包含五个具体环节的教学结构，为提高经验的实践操作性能以利于传播推广创造了条件.

我们将这五个环节分别简称为：**创设情境**、**尝试活动**、**变式训练**、**归纳总结**和**回授调节**. 本书的这一部分将以这五个教学环节为线索对青浦中学数学课堂教学经验作些介绍.

## 一、创设情境

### （一）创设情境的意义

教学是科学，但也是一门艺术. 生动的教学语言、巧妙的教学设计、有序的教学结构、精湛的教学图式，无不闪烁着教学的艺术光辉. 教师通过教学的艺术感染力来唤起学生的求知欲望，鼓舞学生的学习信心. 而成功的课堂教学情境的创设，正是教学艺术的集中体现.

七十年代末，在教改小组对全县的教学现状进行调查时，发现学生普遍存在上课注意力不集中的状况. 但有的老师上课学生却喜欢听，注意比较集中，这是为什么呢？教改小组的同志们在一所乡校听了一堂课，很受启发，后来这个教学案例也广为流传了. 这堂课的内容是学习“常用对数表”. 教师首先拿出一张纸对学生说：“这张纸厚约 0.083 毫米，现在对折三次，厚度还不足 1 毫米. 要是对折 30 次，请同学们估计一下厚度是多少？”学生议

论纷纷，进行了各种“估计”，听到教师说出“厚度将超过十座珠穆朗玛峰的高度”这一结论时，同学们无不感到惊讶！于是列出算式 $0.083\times2^{30}$. 学生感到无法很快算出结果，迫切想知道有什么“先进”的计算方法. 在这种情境下，教师开始讲解对数表的构造，查表求对数值等等. 这堂课学生都仔细听、认真练，直到下课有的学生还急着问老师现在能不能算 $2^{30}$？教师解释说，下堂课还得再学习查反对数表，那时就能算了.

从这一案例中，可以看出创设课堂教学情境，能让学生在迫切要求之下学习，因此能使学生听课注意集中，保持积极思维的精神状态，并能活跃课堂气氛，提高课堂教学的效果.

创设情境，首先是创设问题情境. 教师在讲授新课时，应根据教材特点，选择内容编成问题，不是直接以教材本身作为出发点，而是把问题作为教学过程的出发点，唤起学生解决问题的欲望，进而激发学生的学习兴趣和迫切性.

除了创设问题情境，还有其他一些机会也可以造成学生迫切学习的气氛. 譬如，当他们理解了教学内容并感到很有用的时候；当他们在解数学问题感到有趣的时候；当他们通过自己思考、自行归纳结论并对自己的认识能力很有信心的时候等等. 这些时机，恰为教师提供了创设教学情境的机会，教师应善于抓住这些时机，及时引导，使课堂气氛达到最佳状态.

**（二）问题情境的设计**

课堂教学是教师的一种创造性劳动. 教师在备课和课堂教学过程中应遵循教材的知识体系和科学性，但又不应拘泥于教材对每个概念的叙述方式，也不能仅根据教材内容组织整个课堂教学的层次. 如果把教案写成教材的翻版，那么会使课堂气氛变得沉闷呆板，是引不起学生兴趣的. 由于教材的编写要考虑到适用的广泛，篇幅的简洁，加之数学本身所要求的严密、抽象等特点，因此，教师必需根据自己所教学生的特点和教学的具体环境进行再创造，根据学生的认识规律，构思出与学生的心理活动相协调的

教学活动层次. 也就是说，教师在备课中必须对教材内容重新加工整理，不仅在内容上有所取舍，形式上有所变通，更重要的是，为了能创设出吸引学生兴趣的教学情境，应当把问题作为教学过程的出发点. 问题情境的创设，是一种重要的教学手段.

创设问题情境的基本途径是：在引入新概念、新方法之前先提出一个具有挑战性的问题，学生运用旧知识已不能顺利地解决这个问题，激起学生原有的认知状况与新问题需求之间的冲突，从而产生学习新知识的迫切愿望，这种由问题情境引发的认知冲突的激起和解决，将成为教学过程的动力.

我们根据自己的教学实践，对问题情境的设计提出以下几种具体做法.

1. 以旧引新创情境

有经验的老师都很善于通过以旧引新开始一堂课的进程. 从知识的迁移规律来看，这样做是很有道理的. 如果教师一开始就提出新知识新概念，学生会感到突然，不易激起学生的学习热情. 在复习旧知识中，教师可采用诱发的手段，在新旧知识的衔接点上做些文章，启发学生运用旧知识来思考新问题，从而在不知不觉之中从旧课复习转入新课讲授，这将有利于学生学习积极性和主动性的发挥.

**例 1**. 初一代数中二次三项式 $x^2+(a+b)x+ab$ 的因式分解.

学生已经具有公式法分解因式的基础，就以完全平方公式为起点.

复习练习. 因式分解　$x^2-4y^2$、$a^2+4ab+4b^2$

**问题** (1) $x^2+4x+$____中添上什么数才能使这个式子可以用公式分解. 答：添上 4，就可以用完全平方公式分解成 $(x+2)^2$.

**问题** (2) 如果添上的数不是 4 而是 3，即

$x^2+4x+3$　还能不能分解?

与 $x^2+4x+4=(x+2)^2=(x+2)(x+2)$ 比较，

问 $x^2 + 4x + 3 = (x + ?)(x + ?)$

学生通过试探比较，可以发现这两个数分别是1和3，还可以再提出一、二个类似的例子，如 $x^2+7x+6$、$x^2+5x+6$ 进行试探.

**问题** (3) 改为：$x^2 - 5x - 6 = (x + ?)(x + ?)$ 常数项是$-6$，所填的两数应是一正一负，从各种可能（$-2$、$+3$；$+2$、$-3$；$-6$、$+1$；$+6$、$-1$）中，经试探应是

$$x^2 - 5x - 6 = (x - 6)(x + 1)$$

在这一系列问题解决之后，再提出一般的 $x^2 + (a + b)x + ab$ 的分解问题，学生得到的不只是形式上的结果 $(x + a)(x + b)$，而且对 $a$、$b$ 两数可能取的符号情况也有了感性的认识.

从这里可以看出，以旧引新中的情境是在提出用旧知识已不能解决的问题时出现的. 本例中，由二次三项式 $x^2+4x+4$ 的分解引出 $x^2+4x+3$ 的分解，这就是问题情境的开始. 这时，教师要及时渲染气氛，让全体学生都进入这个问题的思考之中；教师还要有耐心，要让大多数学生都经过充分思考，而不要马上公布结果，在对第一个问题充分思考以后，再逐步深化，逐次提出以下问题时节奏可以渐渐加快些.

**例 2.** 圆与圆的位置关系

学生已学过点与圆、直线与圆的位置关系，本课可以复习直线与圆的位置关系为起点.

**问题** (1) 直线与圆有几种位置关系？这几种位置关系是如何定义的？学生回答：有三种位置关系，相离、相切、相交；是用公共点的个数来定义的，直线与圆没有公共点叫做外离，有一个公共点叫相切，有两个公共点叫相交.

**问题** (2) 怎样判定直线和圆的这几种位置关系？学生回答：可以用圆心到直线的距离 $d$ 和半径 $R$ 的关系来判定，当 $d>R$ 时相离，当 $d=R$ 时相切，当 $d<R$ 时相交.

教师小结：直线和圆的位置关系有三种，我们是用公共点的个数来定义的，也可以用圆心到直线的距离 $d$ 和半径 $R$ 的数量关

系来判定（边用教棒表示直线作演示）.

**问题**（3）把一条直线换成一个圆（用透明纸做的圆的教具代替教棒，与黑板上已画好的圆演示位置关系）这就是今天要研究的内容：圆与圆的位置关系. 请同学们想象一下，在同一平面上的两个圆可能有几种位置关系？

学生可能仿照直线与圆的位置关系提出圆与圆之间也有三种位置关系（外离、外切、相交），但继续演示教具，很快会发现还有另外两种关系（内切、内含）.

在这里，通过复习与新授知识结构相似的旧知识来引入课题，既是情境的创设，又可使不同水平的学生对新知识的探究有共同的起点，能充分发挥旧知识在新情境之下的迁移作用.

2. 构想趣题创情境

更能吸引学生兴趣，把学生带入“问题情境”中去的是一些带趣味性的实际问题. 这类问题的构思巧妙，还要紧扣教材，既要让学生动一番脑筋，但又不使学生感到无从下手，因此设计难度较大. 但是，一个成功的趣题能创设出理想的教学情境，对提高学习效率能起到事半功倍的作用.

**例 1.** 等腰三角形的判定

这堂课的引进，我们设计了这样一个问题情境：有人在纸上画好一个等腰三角形，不小心被墨水涂污了，只剩下底边 $BC$ 和一个底角 $\angle B$，（如图 1—1）试问你有办法把这个等腰三角形重新画出来吗？

学生经过观察思考之后，分别得出如下画法：（见图 1—2）

（1）以 $BC$ 为一边作 $\angle BCF=\angle B$，延长 $BE$ 与 $CF$ 交于点 $A$，得所求等腰三角形 $ABC$.

（2）作 $BC$ 的中垂线与 $BE$ 的延长线交于点 $A$，也可得等腰三角形 $ABC$.

从第（1）种画法出发，得到的三角形是不是等腰三角形呢？也就是说：如果 $\triangle ABC$ 中，$\angle B=\angle C$，那么 $AB=AC$ 对不对？从

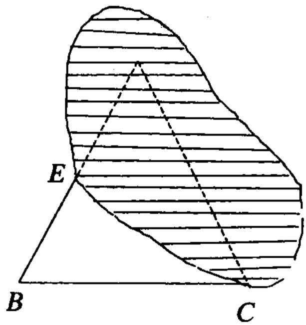


图 1—1

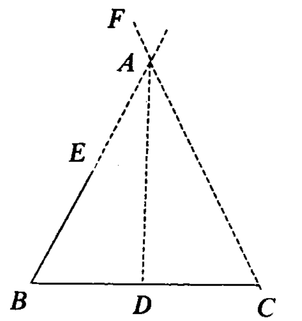


图 1—2

这里就引出了课题“等腰三角形的判定：等角对等边.”对这个命题的证明，一般是作顶角平分线或底边上的高 $AD$，通过 AAS 定理证$\triangle ABD\cong\triangle ACD$，但不能通过作中线 $AD$ 来证明，应让学生了解那样只能造成两边一对角对应相等的情况，无法证两个三角形全等.

在讨论中也有一位学生提出不添辅助线的想法，他认为在$\triangle ABC$ 和$\triangle ACB$ 中，

$$\because\begin{cases}\angle A=\angle A\\ \angle B=\angle C\\ BC=CB\end{cases}$$

$\therefore\triangle ABC\cong\triangle ACB$（AAS）

$\therefore AB=AC.$

这种证法极其简洁，充分体现了学生在问题情境的启迪之下激发出的创造性.

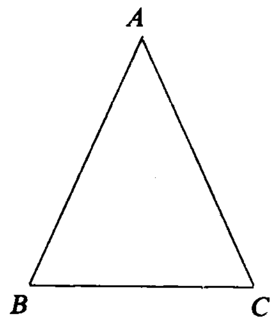


图 1—3

这个教案设计的特点，是利用了人们有一种希冀“残片复原”的美学心理，以此来引起学生的兴趣. 我县一位青年教师在学习了“等腰三角形的判定”这堂课的情境设计后，把这一构思引入“平行四边形的判定”一课，效果也很好.

一个平行四边形被擦去两条邻边，(见图 1—4) 只剩下一组邻边和夹角，如何把这个平行四边形重新画出来？

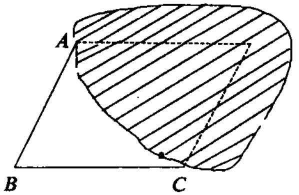


图 1—4

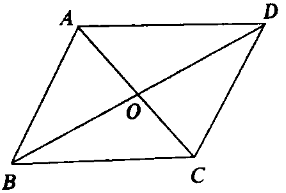


图 1—5

学生可以较容易地想出几种画法，每一种正确的画法都可以导出一种正确的判定方法：(见图 1—5)

(1) 过 $A$、$C$ 分别作 $BC$、$BA$ 的平行线交于 $D$——根据“平行四边形的定义”；

(2) 分别以 $A$、$C$ 为圆心，$BC$、$BA$ 为半径作弧交于 $D$，连结 $AD$、$CD$——导出“两组对边相等的四边形是平行四边形”；

(3) 作 $AD/\!/BC$，并截取 $AD=BC$——导出“一组对边平行且相等的四边形是平行四边形”；

(4) 连 $AC$，取中点 $O$，连 $BO$ 延长到 $D$，使 $OD=BO$——导出“对角线互相平分的四边形是平行四边形”.

教师还可以提出，如使 $AD/\!/BC$，$CD=AB$，即“一组对边平行，另一组对边相等”能否得到平行四边形？可以画一个等腰梯形来说明结论不一定成立.

**例 2.** 三角形中位线定理

上课后让学生拿出一张三角形纸片，提出这样一个问题：有一个任意三角形，要求剪一刀分成两部分，然后拼成一个平行四边形.

学生对这个剪剪拼拼的智力问题很有兴趣，经过思考议论，动手试探，都能较快获得成功. 即沿任意两边中点连线剪一刀，把剪下的小三角形拼接在剩下的梯形的一腰上，就可得到一个平行

四边形了.

教师在给出了三角形中位线定义后再提出：三角形中位线有什么性质？由于学生在剪拼过程中已经过思考，再对图形观察，不难猜测出：三角形中位线平行于第三边并且等于第三边的一半. 此外，由于有前面的拼接过程作铺垫，证明过程中所需要的辅助线学生也很容易想到，其实也就是用几何语言叙述“把$\triangle ADE$的边$AE$与$EC$拼接”这一过程而已，至此，整个证明过程就呼之即出了. 因此，虽然一开始学生考虑拼剪费去了三、二分钟时间，但这种思考对接受和理解新概念新定理是极有益的.

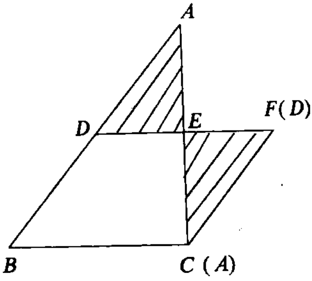

图 1—6

3. 设置疑虑创情境

孔子曰：“不愤不启，不悱不发.”在教学中，教师有时可以利用问题的可变性，不定性，提出一些似是而非或似非而是的结论，制造悬念，有意识地创造一个“愤悱”的情境，激起学生的认知冲突，使这种心理冲突转变成探究知识真谛的欲望. 教师则采用“开而不达”的方式予以指导，令学生从“山穷水尽”的疑虑困境之中解脱，转入“柳暗花明”的境界.

这里举出“用拆添项法分解因式”一课为例. 先介绍一下我县教师对这堂课的设计过程. 起初，教师要求学生直接试着分解$x^4+4$，学生无从下手，显然步子太大，费时费力，学生兴趣淡然，情境难以出现，后来又设计了较小的步子，让学生先分解$(x^4+4x^2+4)-4x^2$，然后提出分解$x^4+4$的问题，这样做框得太死，不足以激发思维，情境也无从谈起. 经过反复调节，才确定采用下面这样一个较成熟的方案.

请同学们用学过的方法分解$x^6-1$. 有的学生先用平方差公式，分解成：

$$x^6-1=(x^3+1)(x^3-1)$$
$$=(x+1)(x^2-x+1)(x-1)(x^2+x+1);$$

有的学生先用立方差公式，分解成：

$$x^6-1=(x^2-1)(x^4+x^2+1)$$
$$=(x+1)(x-1)(x^4+x^2+1)$$

面对两种不同的结果，学生们各抒己见，都认为自己的解法没有错. 教师让大家冷静下来想一想，造成这两种不同结果的原因是什么？有的学生猜想，也许 $x^4+x^2+1$ 还能继续分解下去，应该有

$$x^4+x^2+1=(x^2-x+1)(x^2+x+1)$$

但让学生用因式分解来证明这一点还有困难，教师让学生用乘法运算进行验证：

$$(x^2-x+1)(x^2+x+1)$$
$$=[(x^2+1)-x][(x^2+1)+x]$$
$$=(x^2+1)^2-x^2=x^4+2x^2+1-x^2=x^4+x^2+1$$

这一方面验证了这种分解确实是对的，另一方面，学生从中又得到了启发：可以把 $x^4+x^2+1$ 看作 $x^4+2x^2+1-x^2$. 这正是拆添项法！

从这一教学案例可以体会到，一次成功的情境设计，既要激起学生的思维冲动，还需要把学生的思维引入周密考虑的轨道，才能得出正确的结论.

**（三）创设情境的几个环节**

上面谈了问题情境设计中的一些具体做法. 问题情境的设计有一定的难度，需要教师对教材作适当的变通，设计要难易适当，还要求教师熟练地把握好问题的层次，因而在设计和操作两方面对教师的要求都比较高.

其实，教学情境是教学过程中的普遍现象. 我们所需要创设的教学情境，应当是这样一种课堂情境：学生被教学内容深深地吸引，产生了浓厚的兴趣，对教师提出的问题主动地进行思考，并

积极参与讨论、发言、练习等各种形式的教学活动，从而达到良好的教学效果.

实际上，教师从走进教室起，就在有意无意之中，通过自己的动作、表情、语言、语调，无时不在创设着某种教学情境. 有经验的教师，能通过一个手势，一句双关的妙语把学生的注意力一下子吸引过来. 对概念深入浅出的讲解、对例题作精辟的分析，以及娴熟正确的演算、新颖奇特的技巧、对称精美的图形，都能集中学生的注意力，激发学生的学习兴趣. 教师在备课时对下面几个环节作些考虑，并在课堂上有意识地进行把握，对良好的教学情境的创设将会起到积极的作用.

1. 课堂导语

"好的开头等于成功的一半". 一堂课的开头关系极大. 课堂导语应起到激起（学生）兴趣、调整情绪、集中注意力的作用. 一种做法是，把本节课要学的知识作些"新闻透露"，让学生产生悬念，迫切希望了解，从而达到吸引学生兴趣的目的. 如一位教师在讲"解三角形"这一课之前先说："今天我们开始学习一种测量计算的方法，学会了这种方法，不上山就能测出山高，不过河便能量出河宽，不航天也能算出月亮有多远，这种方法的根据就是余弦定理和正弦定理."这一段简短的导语把学生的注意一下子吸引了过来. 另一种做法是，结合数学史上的趣闻轶事设计课堂导语. 如讲二元一次方程组这堂课，可以先介绍阿基米德利用浮力原理准确地称出王冠重量的故事，再告诉学生，阿基米德计算的方法就是我们今天要学的建立二元一次方程组的方法. 中学数学课程中许多内容都闪烁着中国古代数学的光芒，记载着中国数学发展的源远流长，勾股定理、圆周率、祖暅原理、杨辉三角等均为广大教师所熟知，这些内容也都是对学生进行爱国主义教育的极好材料.

我县一所中学对初二学生的一次数学讲座，题目是："从祖冲之到哥德巴赫猜想"，教师作了这样一段开场白：