

TURING

图灵新知



Professor Stewart's
Cabinet of Mathematical Curiosities

数学万花筒

五光十色的数学趣题和逸事

[英] Ian Stewart 著
张云 译



人民邮电出版社
POSTS & TELECOM PRESS

TURING 图灵新知

数学万花筒

五光十色的数学趣题和逸事

[英] Ian Stewart 著
张云 译

人民邮电出版社
北 京

图书在版编目(CIP)数据

数学万花筒：五光十色的数学趣题和逸事 / (英)
斯图尔特(Stewart, I.) 著；张云译. -- 北京：人民邮
电出版社，2010.7

(图灵新知)

书名原文：Professor Stewart's Cabinet of
Mathematical Curiosities
ISBN 978-7-115-22657-0

I. ①数… II. ①斯… ②张… III. ①数学—普及读
物 IV. ①O1-49

中国版本图书馆CIP数据核字(2010)第061998号

内 容 提 要

本书内容庞杂，包括有趣的数学游戏、谜题、故事及坊间流传的“事实”等。大部分内容独立成篇，可以任选阅读。本书取材新颖，不仅包含了逻辑谜题、几何谜题、数字谜题、概率谜题的怪异内容，还解释了最新的一些突破，如费马最后定理、混沌理论、四色定理等，亦展示了一些尚未解决的问题。

本书适用于对数学及数学史有着浓厚兴趣的中学生、大学生等数学爱好者阅读。

图灵新知

数学万花筒：五光十色的数学趣题和逸事

- ◆ 著 [英] Ian Stewart
- 译 张 云
- 责任编辑 傅志红
- 执行编辑 卢秀丽
- ◆ 人民邮电出版社出版发行 北京市崇文区夕照寺街14号
邮编 100061 电子函件 315@ptpress.com.cn
网址 <http://www.ptpress.com.cn>
北京隆昌伟业印刷有限公司印刷
- ◆ 开本：880×1230 1/32
印张：10
字数：265千字 2010年7月第1版
印数：1-3 500册 2010年7月北京第1次印刷

著作权合同登记号 图字：01-2009-2106号

ISBN 978-7-115-22657-0

定价：29.00元

读者服务热线：(010)51095186 印装质量热线：(010)67129223

反盗版热线：(010)67171154

版 权 声 明

Original edition, entitled *Professor Stewart's Cabinet of Mathematical Curiosities*, by Ian Stewart, ISBN 978-1-84668-064-9, published by Profile Books Ltd.

Copyright © Joat Enterprises 2008, All rights reserved. This translation published under License.

Translation edition published by POSTS & TELECOM PRESS
Copyright © 2010.

本书简体中文版由Profile Books Ltd. 授权人民邮电出版社独家出版。
版权所有，侵权必究。

译者序

.....

这是一本让我边译边笑、寓教于乐的书。

从来没有见过像本书这样生动有趣的数学书。书中有对新颖而神奇的小魔术的揭秘，比如“割断”手指；有智力游戏，比如“取出樱桃”；有生活中的小故事，比如“骑乘狗传说”；还有对一些习以为常的问题的深入探讨，比如“为什么负负得正？”；也有对一些数学家的介绍，比如“大家风范之欧拉”。

从古老的魔方阵故事引发的猜想到连接电线这样的家庭实用数学问题，从被盗的汽车到博罗梅奥艺术品……时而会让人忘记这是一本关于数学的书，时而又会不由分说地讲一些典型的数学问题，比如“毕达哥拉斯三元组”及“素因子”等。

作者就像一位幽默而睿智的教授，有时会一本正经地讲些严肃的数学问题，有时又会做个调皮的鬼脸。有时还会拿数学家“开涮”，甚至连大数学家也会想不起来9乘以7等于几呢！（见“不要以为数学家的算术都很好”。）

谁说数学只是枯燥的数字和符号？通过本书，你会发现原来数学可以如此精彩！

而且，本书不是长篇大论，而是一篇又一篇的“短平快”结构。最长的小节可能会占几页纸，有些短小篇幅的趣事只有一两句话，甚至只是一幅图。所有这些，使得对本书的阅读变成一次愉快的心灵之旅，更是一场有趣的脑力激荡。

2 | 数学万花筒：五光十色的数学趣题和逸事

有些谜题猜出了答案想要验证一下，有些谜题怎么也想不出答案，怎么办？没关系，书后有详细的解答，让你对于自己的正确解答自豪不已，或者看了书中的解答后恍然大悟。有的地方还会作一些补充说明，以便给你进一步的启发。

总之，这是一本相当“可爱”的数学书，随便翻开几页，都会爱不释手。

张 云

2010年3月

前 言

世人可分为三类：一些人会数数，一些人不会。

在我14岁时，我有了一本记事本，是一本数学记事本。在你认为我可悲可怜之前，我有必要解释一下，这并不是用来记录学校里教授的数学知识的记事本。我用它来记录我搜集到的有关数学的趣闻。后来我发现，这样的奇闻轶事相当多，我不得不很快又买了一本记事本。

现在你可以开始可怜我了。但是在此之前，你明白这个悲伤的小故事所要表达的意思吗？那就是：**学校里教的数学并非数学的全部**。更容易让人理解的说法是：**学校之外的数学十分有趣**。事实上，这类数学知识多数都很有趣，特别是，你不需要准备考试或者一定要正确求和。

我的记事本最终累积到了六本之多，到现在我还没有丢掉它们。后来我发现复印机很好使，就将这些记事本复印整理，装进了文件柜中。本书即来自我的文件柜，这是一本杂集，内容包括有趣的数学游戏、谜题、故事和坊间流传的“事实”。大部分内容独立成篇，所以你可以任选部分阅读。其中一些内容形成了简短的微型系列。我秉持这样一种观点，即杂集就应该内容庞杂，而这本书恰恰做到了这一点。

书中有一些游戏和谜题在以前十分流行，现在也不时可以看到它们。每次重新出现，总会引人瞩目。比如汽车与山羊和十二球称重谜题，就分别在美国和英国的媒体上引起了巨大轰动。本书的很多材料都是崭新的，为本书特别设计的。我尽力使谜题多样化，所以在书中包含了逻辑谜题、几何谜题、数字谜题、概率谜题、数学文化的怪异内容，还有一

些要动手制作的内容。

知道一点数学知识的好处是可以让朋友们刮目相看。（但是我建议你谦虚，因为过分炫耀的话可能会惹恼他们。）为满足此目的，你要了解最新的行话。所以我在书中穿插了一些短文，采用了非正式、非技术性写作风格。这些文章解释了最新的一些突破性研究成果，媒体已经对它们做了铺天盖地的宣传。比如费马最后定理（还记得那个电视节目吗？），还有四色定理、庞加莱猜想、混沌理论、分形理论、复杂性科学、彭罗斯模式。哦，对了，还有一些尚未解决的问题，列出它们只是为了证明人类还没有完全了解数学。一些问题是消遣性的，而还有一些则是严肃的数学问题，比如 $P=NP?$ 问题，解决这个问题可以获得百万美元的奖金。你可能没有听说过这个问题，但是这么多奖金却不能不知道。

有些话题虽然人们耳熟能详，但是它们依然引人入胜，比如 π 、质数、毕达哥拉斯定理、排列、贴砖。书中包含一些简短精练的部分，揭示了关于这类话题的有趣的事实和发现。而著名数学家的有趣轶闻则给本书添加了一个历史维度，使我们有机会善意地调笑他们可爱的小缺点。

我确实说过，你可以任选部分阅读——相信我，你的确可以。但是，实话实说，最好还是从头开始，按照顺序阅读。前面的一些内容会对后面的内容有所帮助。而且前面的内容一般来说比较简单，而后面的内容中有一些就比较……有挑战性。不过我确实是到处夹杂了一些简单的内容，免得你早早地就头晕脑胀。

我希望通过展示数学有趣而迷人的一面能够激发你的想象。我希望你能享受乐趣，但是如果这本书能使你投身数学这个领域，体验发现带来的兴奋，并了解重要的发展——不管它们来自四千年前、上一周，还是未来，我都将喜出望外。

Ian Stewart

2008年1月于英国考文垂

目 录

.....

一、遭遇外星人.....	1	二四、白尾巴猫.....	28
二、触摸动物游戏.....	2	二五、找出假硬币.....	29
三、奇特的计算.....	3	二六、万年历.....	32
四、纸牌三角.....	3	二七、数学笑话一则.....	33
五、弹出式十二面体.....	4	二八、欺骗性骰子.....	33
六、“割断”手指.....	5	二九、一道古老的老年人年龄 问题.....	34
七、农民卖大头菜.....	6	三十、为什么负负得正?.....	34
八、四色定理.....	7	三一、漂亮猫.....	36
九、骑乘狗传说.....	13	三二、希腊式十字架变形.....	36
十、九尾猫的故事.....	16	三三、如何记圆周率.....	37
十一、帽中兔子.....	16	三四、哥尼斯堡七桥问题.....	38
十二、过河1——农产品.....	17	三五、大家风范之欧拉.....	40
十三、更多有趣的计算.....	18	三六、在五边形中练习寻找欧拉 路径.....	41
十四、取出樱桃.....	19	三七、乌洛波洛斯环.....	42
十五、变五边形.....	20	三八、乌洛特洛斯.....	43
十六、 π 是什么?.....	20	三九、毕达哥拉斯之生平.....	44
十七、立法规定 π 的值.....	21	四十、毕达哥拉斯的证明.....	45
十八、如果他们通过了这一 法案.....	22	四一、常量孔.....	47
十九、空玻璃杯.....	23	四二、费马大定理.....	48
二十、一些数据.....	24	四三、毕达哥拉斯三元组.....	55
二一、三道脑筋急转弯.....	24	四四、素因子之趣闻.....	56
二二、骑士漫游.....	25	四五、关于毕达哥拉斯三元组的	
二三、纽结理论.....	25		

2 | 数学万花筒：五光十色的数学趣题和逸事

鲜为人知的趣事	58	七三、百分比算法	86
四六、数字游戏	59	七四、人分几种	86
四七、用正方形拼成正方形	59	七五、香肠猜想	87
四八、魔方阵	61	七六、蝴蝶结	88
四九、方阵的平方	63	七七、新基本组织学	89
五十、环城公路问题	64	七八、数字拼写	91
五一、纯数学家与应用数学家	65	七九、拼写错误	92
五二、魔六边形	66	八十、膨胀的宇宙	92
五三、五角星形	66	八一、什么是黄金分割数？	93
五四、墙纸图案	67	八二、什么是斐波纳契数？	95
五五、丢番图多大年纪？	68	八三、塑性数	100
五六、不要以为数学家的算术 都很好	69	八四、家族聚会	102
五七、狮身人面像是复制瓷砖	69	八五、不要放手！	102
五八、六度分离	71	八六、定理：所有数都是有趣的…	102
五九、关于三等分角的注意 事项！	73	八七、定理：所有数都是无趣的…	103
六十、兰福德立方体	75	八八、最可能的数字	103
六一、倍立方体	76	八九、为什么将这条曲线称为 女巫？	106
六二、魔星	77	九十、莫比乌斯与他的带子	108
六三、宽度固定的曲线	78	九一、经曲老歌	110
六四、连接电线	78	九二、另外三道经典脑筋 急转弯	110
六五、交换硬币	79	九三、贴瓷砖	111
六六、被盗的汽车	80	九四、混沌理论	114
六七、空间填充曲线	80	九五、滑雪胜地	121
六八、误差补偿	81	九六、皮克定理	121
六九、方轮子	82	九七、各数学奖项	123
七十、为什么不能除以0？	83	九八、为什么没有诺贝尔 数学奖？	125
七一、渡河2——缺乏信任的 婚姻	84	九九、是否存在完全立方体？	126
七二、博罗梅奥艺术品	85	一百、悖论之困惑	127

- 一〇一、我的 MP3 何时重播?128
- 一〇二、六个猪圈130
- 一〇三、获得过专利的素数131
- 一〇四、庞加莱猜想132
- 一〇五、河马逻辑136
- 一〇六、兰顿蚂蚁136
- 一〇七、用绳子系着的猪139
- 一〇八、突击考试140
- 一〇九、抗引力锥形140
- 一一〇、数学笑话 2142
- 一一一、高斯为什么成为数学家142
- 一一二、什么形状算是月牙?145
- 一一三、著名的数学家146
- 一一四、什么是梅森素数?147
- 一一五、哥德巴赫猜想150
- 一一六、从大到小一直排列下去
的海龟152
- 一一七、希尔伯特酒店154
- 一一八、连续长途汽车156
- 一一九、不可思议的剪裁158
- 一二〇、真正不可思议的裁剪160
- 一二一、我的袖子上端没有机关163
- 一二二、我的裤腿下端没有机关164
- 一二三、两条正交线164
- 一二四、你能听出鼓的形状吗?165
- 一二五、e 是什么, 为什么这样
定义?168
- 一二六、王后出行170
- 一二七、很多“膝盖”, 很多
“座位”170
- 一二八、欧拉公式173
- 一二九、今天星期几175
- 一三〇、严格逻辑176
- 一三一、是否符合逻辑?176
- 一三二、饲养问题177
- 一三三、平分178
- 一三四、第六宗罪178
- 一三五、奇怪的算法179
- 一三六、井有多深?179
- 一三七、麦克马洪正方形180
- 一三八、-1 的平方根是多少?181
- 一三九、最美的公式183
- 一四〇、为什么漂亮的欧拉公式是
正确的?183
- 一四一、为了训练的目的, 你的
电话可能被监听185
- 一四二、阿基米德, 你个
“老骗子”!185
- 一四三、分形——大自然的
几何学186
- 一四四、缺失的符号192
- 一四五、有墙就有路192
- 一四六、一些常数的前 50 位193
- 一四七、理查德悖论193
- 一四八、连接家用设施195
- 一四九、“难问题”容易吗? 如何
证明这个显而易见的问题
以赚一百万美元?195
- 一五〇、我不要山羊198
- 一五一、所有三角形都是等腰
三角形199
- 一五二、根据年龄的平方猜
出生年份200

4 | 数学万花筒：五光十色的数学趣题和逸事

一五三、哥德尔定理	200	一六七、绘制椭圆的简易方法可以 用来绘制其他图形吗? ...	225
一五四、如果 π 不是分数，如何 计算它呢?	204	一六八、数学笑话之三	226
一五五、无限财富	206	一六九、开普勒问题	227
一五六、听天由命	207	一七〇、牛奶箱问题	231
一五七、一些有趣的数字	208	一七一、平等权利	231
一五八、彩虹是什么形状?	209	一七二、公路网	232
一五九、外星人绑架猪	210	一七三、同义反复	232
一六〇、黎曼猜想	211	一七四、复杂性科学	234
一六一、反无神论者	215	一七五、奇妙的拼字游戏 Scrabble	238
一六二、黎曼猜想的反证	215	一七六、龙形曲线	239
一六三、公园里的谋杀案	216	一七七、翻棋	240
一六四、立方体干酪	217	一七八、环切面包	241
一六五、生命游戏	218	一七九、数学乎神学乎	241
一六六、两马赛跑	223	参考答案	245

一、遭遇外星人

太空船无敌号在南克姆波门蒂斯星球的轨道上飞行。夸克船长和克洛克先生乘坐这艘太空船在这个星球上着陆。

“根据《银河大指南》记载，这个星球上生活着两个智能的外星人种族。”夸克说。

“没错，船长，分别是维拉希特人和吉伯利士人。他们都讲银河语，不过根据他们回答问题的方式可以辨别他们的种族。因为维拉希特人总是说真话，而吉伯利士人总是说假话。”

“但是在外形上——”

“——没有区别，船长。”

夸克听到了什么声音，他转过身来，发现三个外星人正朝着他们慢慢爬来。他们看上去完全一样。

“欢迎来到南克姆波门蒂斯星球！”一个外星人说道。

“谢谢。我叫夸克。你是……”夸克停住了。“没必要问他们叫什么，”他自言自语，“我们都知道，问出的名字可能是错误的。”

“这样想是合乎逻辑的，船长。”克洛克说。

“鉴于我们的银河语说得太不好，”夸克灵机一动，说道，“希望你们不介意我叫你们阿尔菲、贝蒂和姬玛。”他一边说一边依次指向那三个外星人。然后他对克洛克小声说：“我们也还不知道他们的性别。”

“他们是不分性别的。”克洛克说道。

“管他呢。现在我来提问，阿尔菲：贝蒂属于哪个种族？”

“吉伯利士。”

“哦。贝蒂：阿尔菲和姬玛属于不同的种族吗？”

“不是。”

“好……他们很健谈，不是吗？嗯……姬玛：贝蒂属于哪个种族？”

“维拉希特。”

夸克胸有成竹地点了点头说：“好了，这样的话事情就清楚了。”

“什么清楚了，船长？”

“他们分别属于哪个种族。”

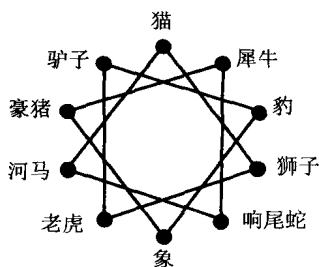
“明白了。他们分别是——？”

“我可不知道，克洛克。你不是懂逻辑的那个人嘛！”

详解参见参考答案1。

二、触摸动物游戏

这是一个适合儿童玩的很棒的数学游戏。每个人依次选择一种动物，然后逐字母读出动物的名称，而此时你或另外一个小孩则连续触摸十角星的每个顶点。必须从标有“Rhinceros”（犀牛）的点开始，沿着每条线顺时针移动。神奇的是，当他们念出最后一个字母时，你会触摸到正确的动物。



拼名称找动物

为什么会如此？沿着线遇到的第三个词是“Cat”（猫），有三个字母；第四个词是“Lion”（狮子），有四个字母；以此类推。为了避免让人看

穿这个戏法，位置0、1和2处的动物分别有10、11和12个字母。由于触摸10次后会回到起点，所以效果是一样的。

为了隐藏这个小技巧，可以使用动物图代替动物的名称。为了清晰起见，我在上图中使用了它们的英文名称。

.....

三、奇特的计算

可以用计算器来变一些戏法。

(1) 进行下面的乘法运算，你发现了什么规律？

$$\begin{array}{r}
 1 \times 1 \\
 11 \times 11 \\
 111 \times 111 \\
 1\ 111 \times 1\ 111 \\
 11\ 111 \times 11\ 111
 \end{array}$$

如果继续增加1的个数，这种模式还会继续吗？

(2) 输入数字

$$142\ 857$$

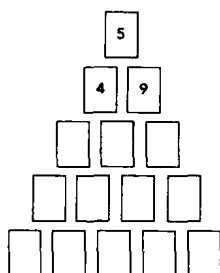
(最好输入到存储器中) 并将其分别与2、3、4、5、6和7相乘。你发现了什么情况？

详解参见参考答案2。

.....

四、纸牌三角

我有15张牌，其数字从1连续排到15。我想把它们排列成一个三角形。我标出了上面三张牌的数字，以资参考。



纸牌三角

但是，我不想采用既有的排列。我想让每张牌都是其正下方左右两张牌的差。例如，5是9与4的差。（总是用较大的数减去较小的数，以便得到的差总为正值。）你也知道，这个条件对最下面一行不适用。

最上面的三张牌已经放好了，它们是符合要求的。你知道如何放置剩下的十二张牌吗？

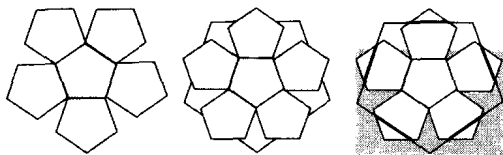
数学家已经发现像这样的“差三角”，可以有两行、三行或四行纸牌，纸牌上的数字是从1开始的连续整数。人们已经证明不存在6行及6行以上的差三角。

详解参见参考答案3。



五、弹出式十二面体

十二面体是由12个五边形组成的几何体，是5种正几何体之一。

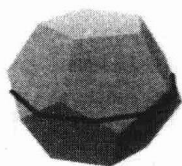


制作弹出式十二面体的三个步骤

将一块厚纸板剪成两个与左图相同的形状，宽约10cm。用力沿连接处折弯，使五个五边形折弯下垂。将一块纸板放到另外一块纸板的上方，如中图所示放法。用橡皮筋上下交替捆绑，如右图所示（粗实线表明此处橡皮筋在上方），同时用手指按住纸板的对应部分。

现在松手。

如果橡皮筋的尺寸和弹力适当，那么这个小玩意将会弹开，形成一个三维的十二面体。



弹出的十二面体

六、“割断”手指

下面告诉你怎么在一个人(不管这个人是你自己还是一位“志愿者”)的手指上缠一圈绳子，当拉紧这根绳子时看上去绳子似乎会割断手指。这个把戏很引人注目，因为经验告诉我们，如果绳子和手指真的连在一起，那么应该不会滑落。更确切地说，想象你所有的手指都贴在一个固定表面上，以防绳子从指尖滑落。这个把戏相当于从手指和固定表面形成的缝隙中拿开绳圈。如果绳圈真的通过这些缝隙与手指连在一起，那么根本不能拿开绳子。所以绳子必须看上去是与手指绞结在一起的，但是实际上却没有。

如果误把绳子与手指连在一起，那么真要割断你的手指了，所以一定要小心。