质量专业工程技术人员应用应试参考书

质量专业常用统计技术

于善奇　编著

华龄出版社

质量专业工程技术人员应用应试参考书

质量专业
常用统计技术

于善奇 编著

华龄出版社

责任编辑：杨　宁
装帧设计：冯　跃
责任印刷：李浩玉

图书在版编目(CIP)数据

质量专业常用统计技术/于善奇编著．—北京：华龄出版社，2003.2
ISBN 7-80178-074-4

Ⅰ．质…　Ⅱ．于…　Ⅲ．质量管理-统计-方法　Ⅳ．F273.2

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2003)第 010117 号

书　　名：质量专业常用统计技术
作　　者：于善奇　编著
出版发行：华龄出版社(北京西城区西什库大街甲 10 号，
　　　　　邮编：100034)
印　　刷：河北省满城文斋印刷厂
版　　次：2003 年 2 月第 1 版　2003 年 2 月第 1 次印刷
开　　本：880×1230　1/32　印张：19.875
字　　数：480 千字　印数：1-2000
定　　价：56.00 元

本书编委会成员

序　言

本书是数理统计学在工业生产和技术管理领域中的应用。要求读者具备高等数学的基础知识,这对于理解所提问题的实质和通晓所述方法的原理,无疑是十分必要的。对于不具备上述数学基础的管理人员,可以略去原理,弄清例题,掌握方法,就不难应用于实际。

统计技术及其应用作为一门应用基础课,其内容丰富,应用广泛,几乎涉及到自然科学和社会科学的各个领域。本书在介绍了概率统计的基础知识后,主要介绍统计理论在假设检验和参数估计中的应用;在回归与相关分析中的应用;在抽样检验方法和抽样检验标准中的应用;在质量控制方法与分析中的应用;在正交试验设计与分析中的应用等。此外,对可靠性基础、计量基础和测量不确定度等方面的内容及应用,也作了简明扼要的介绍。

为了使读者更好地掌握所学知识,本书还有针对性地编写了各章复习题要,并精心编制各种类型练习题五百余道,以飨读者。

本书目的之一,是为工科和管理类专业的师生提供选修课教材。数理统计类书的版本很多,但大多偏重于理论(理论是必要的),而与实际应用密切结合者相对较少。本

书目的之二，是为质量专业的中、高级工程师们，特别是质量控制、质量检验和实验室技术人员，为其提供常用的统计技术。本书目的之三，为实施ISO9000系列标准的企业，提供常用的统计工具。本书目的之四，是为参加质量工程师职业资格考试的工程技术人员提供参考读物，以加深其背景知识。

本书在写作过程中参考了若干中外著名学者的论著，在此表示衷心感谢。

鉴于作者才疏学浅，纰漏之处在所难免，恳请各界批评指正。

作者　于善奇
于北京工业大学管理楼教授室
2003年2月8日

目　　录

第一章　概率论基础知识

§1.1　概率基础知识

一、事件与概率

（一）随机现象

在一定条件下进行试验，可能出现不同结果的现象称为随机现象。它有两个基本特点：

（1）随机现象的结果至少有两个；

（2）究竟哪一个结果出现，人们事先并不知道。

随机现象是概率论与数理统计的研究对象。

随机现象是自然科学和社会科学中普遍存在的。例如，抛一枚硬币，可能出现正面，也可能出现反面，究竟哪一面出现，人们事先并不知道；又如掷一棵骰子，可能出现 1 点至 6 点中的某一种，至于哪一种出现，人们事先并不确知。

随机现象中的每一个结果，称为一个样本点；所有可能的样本点集合称为该随机现象的样本空间，记为 Ω。

〔例 1.1－1〕　写出下面各随机现象的样本空间。

"抛一枚硬币"：$\Omega=\{$正面，反面$\}$；

"掷一棵骰子"：$\Omega=\{1,2,3,4,5,6$(点)$\}$；

"一支显象管的寿命"：$\Omega=\{t:t\geqslant 0\}$；

"一台钟表的误差"：$\Omega=\{t:-\infty<t<+\infty\}$。

（二）随机事件

随机现象的某些样本点组成的集合称为随机事件，简称为事件，通常用英语大写字母 A、B、C 等表示事件。描述随机事件可以采用

文字语言，也可采用数字语言。例如，在掷一棵骰子的随机现象中，若记 $A=$“出现偶数点”，则该事件也可记为 $A=\{2,4,6\}$。前者用语言描述事件 A，后者用数字描述事件 A。

从随机事件的定义可知，随机事件有如下几个特征：

(1) 任一事件 A 是相应样本空间 Ω 的一个子集。为直观起见，常用一个长方形表示样本空间 Ω，用其中一个圆表示事件 A，见图 1.1－1。

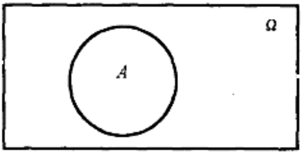


图 1.1－1　A 是 Ω 的子集

(2) 任一样本空间 Ω 都有一个最大子集，这个最大子集就是 Ω 本身，它对应的事件是一个必然事件，仍用 Ω 表示。顾名思义，必然事件就是在一次试验中必定发生的事件。例如，掷一棵骰子，“出现点数不超过 8”，就是一个必然事件。

(3) 任一样本空间 Ω 都有一个最小子集，这个最小子集就是空集，它对应的事件是一个不可能事件，记作 ϕ。例如，掷一棵骰子，“出现 8 点”就是一个不可能事件。

(4) 事件 A 发生是指，当且仅当 A 中的某一样本点发生。

〔例 1.1－2〕　在工业产品的检验中，常把合格品记为“0”，把不合格品记为“1”。则

(1) 检验一件产品的样本空间(含有 2 个样本点)为：

$$\Omega=\{0,1\}$$

(2) 检验两件产品的样本空间(含有 2^2 个样本点)为：

$$\Omega=\{(0,0),(0,1),(1,0),(1,1)\}$$

其中样本点(1,0)表示第一件为不合格品，第二件为合格品。其余样本点可类似解释。下面给出常见事件的描述：

A =“至少有一件不合格品”= $\{(0,1),(1,0),(1,1)\}$;

B =“恰有一件不合格品”= $\{(0,1),(1,0)\}$;

C =“至多有二件不合格品”= $\{(0,0),(0,1),(1,0),(1,1)\}=\Omega$.

(3) 检验三件产品的样本空间(含有 2^3 个样本点)为

$$\Omega=\{(0,0,0),(0,0,1),(0,1,0),(0,1,1),(1,0,0),(1,0,1),(1,1,0),(1,1,1)\}$$

其中样本点(0,1,0)表示第一件为合格品,第二件为不合格品,第三件为合格品。下面给出常见事件的描述:

A =“至少有一件合格品”

$=\{(0,0,0),(0,0,1),(0,1,0),(0,1,1),(1,0,0),(1,0,1),(1,1,0)\}$;

B =“恰有一件合格品”= $\{(0,1,1),(1,0,1),(1,1,0)\}$;

C =“至多有一件不合格品”= $\{(0,0,0),(0,0,1),(0,1,0),(1,0,0)\}$

(三) 随机事件的关系及运算

(1) 包含。在一个随机现象中有两个事件 A 与 B,若事件 A 中的样本点都在事件 B 中,则称事件 B 包含事件 A,记作 $B\supset A$,见图 1.1-2。换句话说,$B\supset A$ 是指,事件 A 发生必导致事件 B 发生。例如,掷一棵骰子,记事件 A =“出现 3 点”,事件 B =“出现奇数点”,则 $B\supset A$。虽然,对任一事件 A,恒有 $\Omega\supset A\supset\phi$。

(2) 相等。在一个随机现象中有两个事件 A 与 B。若事件 A 与 B 含有的样本点相同,则称事件 A 与 B 相等,记作 $A=B$。也可以说,若 $A\supset B$ 且 $B\supset A$,则 $A=B$。

(3) 互斥(互不相容)。在一个随机现象中有两个事件 A 与 B,若 A 与 B 无相同的样本点,则称事件 A 与 B 互斥,也称 A 与 B 互不相容。换句话说,不可能同时发生的两个事件称为互斥,其几何意义见图 1.1-3。

(4) 对立。在一个随机现象中,Ω 为样本空间,A 为事件,则由在 Ω 中而不在 A 中的样本点组成的事件称为 A 的对立事件,记作

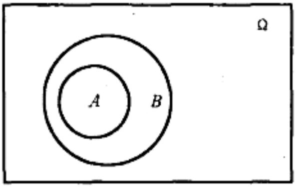


图 1.1－2　$B \supset A$

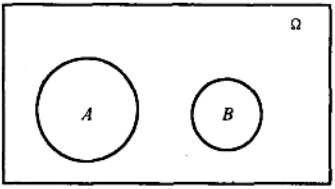


图 1.1－3　A 与 B 互斥

$\overline{A}$ 读作“A 补”，见图 1.1－4 中的阴影部分。事件 $\overline{A}$ 可理解为事件“A 不发生”。例如，在检验两件产品中，事件“无不合格品”的对立事件为“至少有一个不合格品”。按定义可知，$\overline{A}$ 的对立事件是 A，所以 A 与 $\overline{A}$ 互为对立事件。

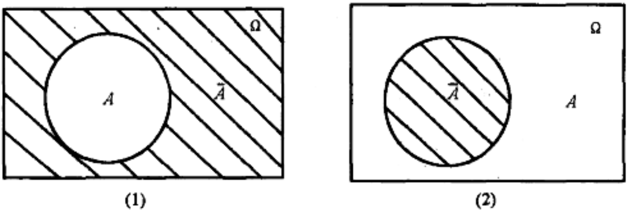
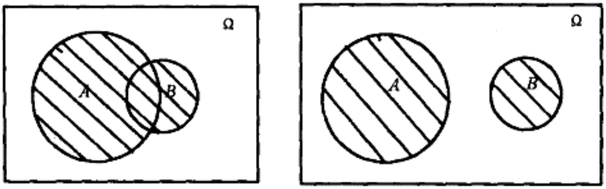


图 1.1－4　A 与 $\overline{A}$

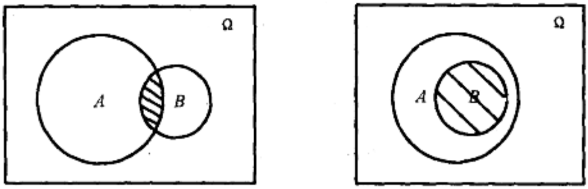
(5) 事件的并。在一个随机现象中有两个事件 A 与 B，则由事件 A 与 B 中所有的样本点组成的集合称为事件 A 与 B 的并，记作 $A \cup B$(或记作 $A+B$)，其几何意义见图 1.1－5 中阴影。按定义，$A \cup B$ 发生意味着“A 与 B 至少有一个发生”，也可以表述为“A 发生或 B 发生”。

(6) 事件的交。在一个随机现象中有两个事件 A 与 B，则由事件 A 与 B 中共有的样本点组成的集合称为 A 与 B 的交，记作 $A \cap B$(或记作 AB)，其几何意义见图 1.1－6 中的阴影部分。按定义，$A \cap B$ 发生意味着“A 与 B 同时发生”，也可表述为“A 发生且 B 发生”。



(1) (2)

图 1.1－5 $A \cup B$

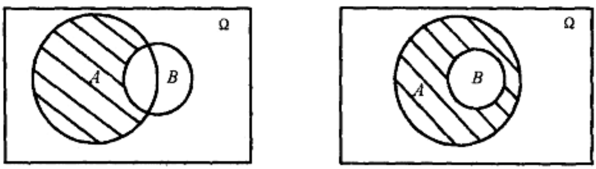


(1) (2)

图 1.1－6 $A \cap B$

两个事件的并与交可以推广到多个事件上去。

(7) 事件的差。在一个随机现象中有两个事件 A 与 B，则由在 A 中而不在 B 中的样本点组成的集合称为 A 对 B 的差，记作 $A-B$，其几何意义见图 1.1－7 是的阴影部分。$A-B$ 可以表述为“A 发生且 B 不发生”，也可以表为 $A-B=A\overline{B}$。



(1) (2)

图 1.1－7 $A-B$

(8) 事件的运算。除满足通常的交换律、结合律和分配律外，还满足德·莫根(De Morgan)定律：

$$\overline{A\cup B}=\overline{A}\,\overline{B},\overline{AB}=\overline{A}\cup\overline{B}。$$

(四) 事件的概率

如前所述，随机事件的发生是带有偶然性的。尽管如此，随机事件发生的可能性仍有大小之分，而且是可以度量的。下面介绍苏联数学家柯尔莫哥洛夫(Колмогоров,A.H)在1933年提出的概率公理化定义。

概率公理化定义。在一个随机现象中，表示任一随机事件 A 发生可能性大小的实数称为该事件的概率，记作 $P(A)$，并满足如下公理：

(1) 非负性公理。$P(A)\geqslant 0$；

(2) 正则性公理。$P(\Omega)=1$；

(3) 可加性公理。若 $A_1,A_2,\cdots,A_n$ 为两两互斥事件，则有 $P(A_1\cup A_2\cup\cdots\cup A_n)=P(A_1)+P(A_2)+\cdots+P(A_n)$。

应当注意，可加性公理中的 n 可以是无限可列个(完全可加性)。

〔例1.1-3〕 一个试验共有四种不同的结果，这四种结果分别记作 a,b,c,d。它们发生的概率为：

结果	a	b	c	d
概率	0.1	0.3	0.4	0.2

若定义事件 $A=\{a,b,d\}$，$B=\{b,c,d\}$，则

(1) $P(A)=P(a)+P(b)+P(d)=0.6$

(2) $P(B)=P(b)+P(c)+P(d)=0.9$

(3) $A\cup B=\{a,b,c,d\}=\Omega$，$P(A\cup B)=1$

(4) $A\cap B=\{b,d\}$，$P(A\cap B)=P(b)+P(d)=0.5$

(5) $A-B=\{a\}$，$P(A-B)=P(a)=0.1$

(6) $B-A=\{c\}$，$P(B-A)=P(c)=0.4$

二、概率的确定方法

确定某事件的概率是困难的,有时甚至是不可能的。但在某些条件下,可以确定事件的概率。下面介绍两种最常用的确定概率的方法。

(一) *古典方法*

确定概率的古典方法的基本条件为:

(1) 随机现象的样本空间只有有限个样本点;

(2) 每个样本点出现的可能性是相同的。

则样本空间中任一事件 A 的概率为

$$P(A)=\frac{A\text{ 中包含的样本点数}}{\Omega\text{ 中样本点总数}}=\frac{k}{n} \tag{1.1-1}$$

〔例 1.1-4〕 掷两棵骰子,记 x、y 分别表示第一棵与第二棵骰子出现的点数。则该随机现象的样本空间含有 $6^2=36$ 个样本点,并且每个样本点出现的可能性相同。样本空间可表示为:

$$\Omega=\{(x,y),x、y=1,2,3,4,5,6\}$$

(1) 设事件 A =“点数之和为 5” $=\{(1,4),(2,3),(3,2),(4,1)\}$,故 $P(A)=4/36=1/9$。

(2) 设事件 B =“点数之和超过 10” $=\{(5,6),(6,5),(6,6)\}$,故 $P(B)=3/36=1/12$

(3) 设事件 C =“点数之和大于 8,小于 12”

$$=\{(3,6),(4,5),(4,6),(5,4),(5,5),(5,6),(6,3),(6,4),(6,5)\}$$

故 $P(C)=9/36=1/4$。

(4) 设事件 D =“点数之和大于 5,不超过 7”

$$=\{(1,5),(1,6),(2,4),(2,5),(3,3),(3,4),(4,2),(4,3),(5,1),(5,2),(6,1)\}$$

故 $P(D)=11/36$。

〔例 1.1-5〕 一批产品共 100 件,其中有 4 件不合格品。从中

随机抽取 3 件,求其中恰有 i 件不合格品的概率?

解．记 A_i =“抽取 3 件中恰有 i 件不合格品”, $i=0,1,2,3$,则

$$P(A_0)=\frac{\binom{4}{0}\binom{96}{3}}{\binom{100}{3}}=\frac{4!}{0!\ 4!}\cdot\frac{96!}{3!\ 93!}\cdot\frac{3!\ 97!}{100!}=0.8836$$

类似地计算可求出:

$$P(A_1)=\frac{\binom{4}{1}\binom{96}{2}}{\binom{100}{3}}=0.1128$$

$$P(A_2)=\frac{\binom{4}{2}\binom{96}{1}}{\binom{100}{3}}=0.0036$$

$$P(A_3)=\frac{\binom{4}{3}\binom{96}{0}}{\binom{100}{3}}=0.0000$$

(二) 统计方法

确定概率的统计方法的基本条件为:

(1) 与事件 A 有关的随机试验可以重复进行;

(2) 在 n 次重复试验中,事件 A 发生 k_n 次,其频率为:

$$P_n(A)=\frac{\text{事件 } A \text{ 发生的次数}}{\text{重复试验的次数}}=\frac{k_n}{n} \qquad (1.1-2)$$

则当重复试验次数不断增加时,事件 A 的频率将在某个固定的常数附近波动,这个固定的常数称为频率的稳定值,也就是事件 A 的概率 $P(A)$。

在概率论的发展史中,部分学者对掷硬币的试验结果进行了统计,结果见表 1.1－1。