

統計學

(上冊)

統計學編輯委員會編著

主編：莊 晉 葉金田
周杰之 何丁舜

暨各大專院校教授合編

科教圖書出版社印行

統計學

統計學編輯委員會編著

葉金田 莊 晉 主編
何丁舜 周杰之

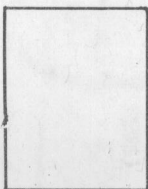
各大專院校教授合編

科教圖書出版社印行

統計學

(上冊)

版權所有



翻印必究

行政院新聞局局版台業字第 1921 號

編著者：編輯委員會 主編：葉金田 莊晉
何丁舜 周杰之
出版者：科教圖書出版社

社址：台北市南陽街十五之二號二樓

電話：314-8982 381-0575

發行者：周杰之

印刷者：龍泉印刷有限公司

地址：台北市寶興街八十巷二十九弄八號

電話：301-7461

特價：200 元

中華民國七十二年二月修訂版

編者序言

在這科學昌明與進步飛躍的時代中，人類對於瞭解現在，預測未來，以解決實際問題的方法渴望益甚，因而統計學形成爲一種重要的工具科學，應用範圍日漸廣泛，無論在理論科學、應用科學、社會科學、企業管理、工業生產、生物醫學的研究等統計方法成爲必不可少的工具。在人們無時不接觸“統計”之結果，與運用統計方法和受統計決策影響的今日，使統計知識已有逐漸成爲現代國民人人必備的基本知識。

爲了提供統計知識的完整性，本書着重於介紹資料之蒐集（Collecting）、組織（Organizing）、分析（Analyzing）、顯示（Presenting）、解釋（Interpreting），及應用（Application）等各項方法和技術，以便讀者能在不確定之情況下，從事推論和預測未來可能的演變，而作出最完善，最合理的決策。

本書爲了在大專教學的需求特按照教育部頒訂最新之大專統計學編輯原則與教學大綱編制章節，且參考中外有關書籍及歷屆高、普、特考試題，大學研究所，插班，轉學試題與各大專商學管理科系期中、期末考精選試題資料充實內容，取材及敘述均力求淺顯易懂，並在每一章節中都附有若干例題與習題俾使讀者實際應用各種方法。因此針對升學、就業、升等等各類考試，亦作了妥善、完備的安排。

編著者才疏學淺，又於倉促中脫稿付梓，雖作慎審校閱，但疏漏謬誤之處在所難免，尙祈碩學先進不吝賜教指正爲盼。

編 著 者 謹 識

民國七十二年二月

參考書目

中文部份

- 1 商務書局：統計學辭典
- 2 幼獅書局：統計學辭典
- 3 歷屆高、普、特考試題各大學研究所、插班（轉學）、入學試題
及各大專商學管理科系、期中、期末考試試題。

外文部份

- 4 Dixon, W. J. and Massey, F. J.: Introduction to Statistical Analysis, 1969.
- 5 Fisher, R. A. : The Design Experiments 1953.
- 6 Freund, J. E. : Modern Elementary Statistics, 1967.
- 7 Grant, E. L. : Statistical quality control 1952.
- 8 Hartley, H. O. : The Maximum F-ratio as a short-cut test for heterogeneity of uariance, 1950.
- 9 Hoel, P. G. : Introduction to methematical statistics, 1971.
- 10 Hogg, R. V. : Introduction to mathemetical statistics, 1969.
- 11 Johnson, P.O. : Modern statistical methods, 1959.
- 12 Lacey, O. L. : Statistical Methods in Experimentation,

目録

1960.

13. Moad, A. M. and Grayhill, F. A.: Introduction to the Theory of statistics, 1974.
14. Scheff'e, H.: The analysis of variance, 1959.
15. Wonnacott T. H. and Wonnacott R. J. : Introductory Statistics, 1972.
16. 佐藤良人 : 統計圖表繪製法與使用法。
17. 占部實 : 機率與統計。

外文部份

1. Dixon, W. J. and Massey, F. J. : Introduction to Statistical Analysis, 1969.
2. Fisher, R. A. : The Design Experiments 1923.
3. Freund, J. E. : Modern Elementary Statistics, 1967.
4. Gurn, E. E. : Statistical quality control 1952.
5. Hartley, H. O. : The Maximum F-ratio as a short-cut test for heterogeneity of variance, 1950.
6. Hoel, F. G. : Introduction to mathematical statistics, 1971.
7. Hogg, R. V. : Introduction to mathematical statistics, 1969.
8. Johnson, P. O. : Modern statistical methods, 1959.
9. Lacey, O. L. : Statistical Methods in Experimentation.

統計學

(上冊)

目 錄

第一章 緒 論	1
1-1 統計學的意義	2
1-2 統計學之發展	4
1-3 統計方法之特質與功用	7
1-4 統計方法的限制與誤解	12
第二章 統計資料的蒐集分類與列表 ...	16
2-1 統計資料之種類及蒐集方法	16
2-2 靜態資料之調查	19
2-3 動態資料之登記	24
2-4 資料分類之方法	25
第三章 次數分配及統計圖表	30
3-1 次數分配表及統計圖表	30
3-2 各種統計圖表之製作方法	37

第四章 集中趨勢的測定 (Measures of

Central Tendency) 69

4-1 集中趨勢之意義及功用 (Central tendency) ... 69

4-2 算術平均數 (Arithmetic mean) 71

4-3 中位數 (Median) 81

4-4 衆 數 (Mode) 87

4-5 幾何平均數 (Geometric mean) (又稱相乘平均數) 92

4-6 調和平均數 (Harmonic Mean) 97

4-7 各種平均數間之關係與特性 102

第五章 離差之測定 (Descriptive Measures)

..... 118

5-1 離差之意義及功用 118

5-2 全距、四分位差及 10-90 百分位差 122

5-3 平均差 (Mean Deviation or Average Deviation) 129

5-4 標準差 (Standard Deviation) 133

5-5 均互差 (Mutual Deviation) 140

5-6 相對離差 (Relative Dispersion) 144

5-7 各種離差之比較 148

第六章 動差與偏態及峯態 156

6-1 動 差 156

6-2 偏態與峯態之意義 163

6-3	偏態 (Skewness)	165
6-4	峯態 (Kurtosis, peakness)	175
第七章 指數		183
7-1	指數之意義、性質及功用	183
7-2	簡單指數的計算	188
7-3	加權指數之計算	195
7-4	基期之選擇	204
7-5	指數公式優劣評定	206
7-6	指數的編製	210
7-7	指數實例	215
第八章 時間數列之分析		248
8-1	時間數列 (Time Series)	248
8-2	長期趨勢之分析	254
8-3	季節變動	288
8-4	循環變動與不規則變動	305
8-5	商業預測 (Business Forecasting)	316
第九章 機率		324
9-1	集合論概要	324
9-2	樣本空間與機率定義	329
9-3	機率的基本定理	341
9-4	條件機率與獨立事件	346
9-5	貝氏公式 (Baye's Theorem)	356
9-6	計數方法	363

9-7	隨機變數	373
9-8	期望值與變異數	381
9-9	二變量隨機變數	390
9-10	隨機變數的動差	398

第十章 常用的機率分配..... 411

10-1	二項分配 (Binomial Distribution) ...	411
10-2	超幾何分配 (Hypergeometric Distribution)	420
10-3	負二項分配 (Negative Distribution) ...	424
10-4	卜瓦松分配 (Poisson Distribution)	428
10-5	常態分配 (Normal Distribution)	441
10-6	伽瑪分配 (Gamma Distribution)	455
10-7	指數分配 (Exponential Distribution) ...	459
10-8	一致分配 (Uniform Distribution)	461

附錄一	卜瓦松隨機變數機率密度函數的導出	469
附錄二		471

第一章 緒 論

什麼是統計學？其功能為何？它又怎麼能幫我們解決某些實際生活中的問題？

一般人認為和統計學有關的事物不外報章雜誌等所刊出的出生率、物價指數、證券行情、進出口金額、棒球打擊率等一行行的數字或各式各樣的圖形。事實上，這種想法頗接近統計學的傳統定義：統計學是搜集、組織、綜合、陳示、和分析數值資料的方法。現代的解釋則認為統計學是一體系的理論和方法，用以搜集和解釋一項特定研究領域的資料，並在不定性和變異性的情況下進行推論和作成決策。就作為一種決策過程言，可知統計學的應用範圍相當廣，很多研究工作都需要用到它。舉例說，醫師如何檢定一種新藥品的有效性？社會學家如何預測西元2,000年的世界人口總數？基於晤談數百名選民的結果，如何決定，又怎麼決定選舉結果是鹿死誰手？兩個不同生產過程的效率是否有差異？還有其他諸如此類的問題，都可以應用統計方法解決。對於經常接觸數值資料並須作成決策的各類型的專業人員，統計學已經成為不可或缺的工具。他們多少都需要熟悉統計學原理，這樣在推論和作決策的時候，才不至誤用統計學。因此，很多學科的學生都必須具備一些基本統計學知識。

自科學昌明以後，人們所研究之事項，不僅範圍廣泛，而其分類亦更形精細，然其所用的方法，則不乎兩種：其一為演繹法（Deduction method）即數學；另一為歸納法（Induction method）即統計學，但不論用演繹或歸納法，均需先將所欲研究之事項以數字表示之，故科學研究之主要過程，亦即將事項加以數量化之處置。

各種科學發展之先後，也可以其所應用之數學與統計學之多寡而

2 統計學

加以測定。凡發展較早之科學，其基本原則均大致完成，故可根據此種原則，利用數學原理演繹出更多的新知識，但新興科學則只能以統計方法來推論其基本原則。

1-1 統計學的意義

統計學 (Statistics) 乃研究在遇到不能確定情況時如何選擇決策的科學，亦可說是一種由實驗資料去尋求結論之工具科學，其應用極廣，在科學研究上，商業經營上，以及日常生活上皆有其應用；近數年來，應用統計學發展特速，凡乎所有社會科學與自然科學之領域莫不涉及，例如：台北市某年某月空氣污染的程度，台中市某年某月降雨量，高雄市某年某月車禍次數，……等等，此等數字記錄並非每次相同，此等現象具有不定性，此項數量皆係第一次觀測的記錄，稱為原始資料，(Primary Data)。統計學家可能對大量原始資料加以敘述，因資料很多，以致不會產生不可靠之結論，而我們用適當的方法來處理此等資料，並求對此現象有相當之了解，以便於吾人選定處理此類問題之決策。統計學即研究此等方法之科學。

統計科學所論者為蒐集 (Collection) 整理 (Adjust) 與分析 (Analysis) 統計資料並解釋其結果之科學方法。所有關於統計方法之應用問題，可分為兩大範圍：一為描寫統計或敘述統計 (Descriptive statistics) 僅限於有關資料之蒐集與表列，以及各種數值之計算如平均數、離差、及指數等均屬之。一為推測統計 (Inferential statistics) 或統計推論 (Statistical inference) 即是根據從母體 (即全部現象) 中抽出少數個體所組成之樣本，用有系統之方法去尋出一個結論來推斷母體之特性，以便選定處理有關問題之最佳決策。

敘述統計與推測統計之區別，如舉例說明：可更清楚，設有若干數值代表台北地區十年來八月份的總雨量，由此項數值計算而得之任

何數值如平均雨量、或十年來最乾燥的八月，皆為敘述統計的範圍，十年來以外的雨量概不加以估計。若該地區十年來八月份之雨量為 1.5 吋，因此，可希望明年八月份之雨量為 1.3 吋至 1.7 吋此時所論者即屬推測統計之範圍。

另一種分類法是將統計學分為：

(一)數理統計學：數理統計學包括兩部份

(1)統計理論：主要有下列各部分

- ①抽樣理論：研究抽樣方法之選擇，抽樣技術，樣本變動及機率分配等。
- ②實驗設計：來源於農業實驗，用以比較各種品種、土壤、肥料等之優劣；但現在已不限於農業上之應用，其理論研究主要在於決定樣本大小，如何才能使統計實驗之結論達到預定之精確度，以及如何選擇實驗對象，控制實驗之環境與步驟以降低實驗結果之誤差。
- ③估計理論：分為點估計與區間估計兩部分，其基本的問題為估計群體的分布狀態與其未知之參數。估計之資料來自抽樣，研究之問題包括設計估計法，分析各種方法之特點與利弊。
- ④假設檢定理論：包括假設之設定，檢定式之選取，檢定結果可靠性之決定等。
- ⑤抉擇理論：主要認為統計方法係研究取捨的問題，即如何自所有可能採取之行動中選擇其一，無論選取任何行動都可能帶來損失，所以取捨之原則便是如何使被選取的行動所引起的損失愈小愈好。
- ⑥非參數統計：乃對於群體的分配形式不作任何假定，以增廣統計方法之應用。
- ⑦順序分析：其特性為樣本為任一變數，不於抽樣事前決定，目的在獲得抽樣之經濟。
- ⑧共變數分析：對於一個以上的變數加以研究，包括迴歸分析，

4 統計學

相關，變異數分析，因子分析，判別分析等。

⑨時間數列分析。

⑩對局理論。

(2)機率理論：為研究現代統計理論的基礎。

以機率的公理體系為基礎，並以集合論、測度論來定義機率。隨機變數，期望值，條件機率等，主要研究機率之運算。此外還包括大數法則，極限問題，分配理論，隨機過程等。其中隨機過程之發展最為迅速，主要的有馬可夫過程，隨意遊走，高氏過程及隨機過程之極限分配等。

(二)應用統計：討論統計方法在各種科學研究上或事業管理上如何應用。如：

(1)實驗設計、判別分析、因子分析、共變數分析、變異數分析用於農業、心理學、經濟學。

(2)序列分析用於品質管制。

(3)隨機過程用於物理學、生物學、病理學、遺傳學。

(4)對局理論用於社會科學。

(5)排隊理論用於交通、存貨等管制。

(6)資訊理論用於電信翻譯。

應用統計獨立成為專門學科者更多，如計量經濟、生物統計、人口統計、統計力學、遺傳統計學。

1-2 統計學之發展

自人類有史以來，敘述統計即已存在，早在公元前 3050 年，埃及國王因修金字塔，曾對全國人口財產加以調查，我國在夏禹治水劃全國為九州，以定貢賦之數，已略具統計之雛形。此即為原始統計學時代。

在 17 世紀中葉，當時德國有所謂國勢學派產生，由德人 Herman

Conring (1606-1681) 首用統計觀念執教於希來特 (Helmstadt) 大學，而後由 Gottfried Achenwall, (1719-1772) 繼之，將此種統計知識冶於一爐，而後運用矩陣統計方法對英、法、俄、荷、西、葡等國之土地、人口、兵力及生產等分別予以比較。藉作政治動向之指標，此實為統計科學之鼻祖，故被稱為統計之父。

當時又有丹麥人 Johann Peter Ancherson (1700-1765)，他主張使用數字分欄製表，以比較一切繁雜事象，是為統計製表之始。又於十七世紀中葉，英國有政治算術 (Political Arithmetic) 行於世。十八世紀瑞典開始有人口登記局之設立，奧國於 1754 年，美國於 1790 年，英、法於 1801 年亦先後舉辦全國人口調查。1796 年法國成立統計局，普魯士於 1805 年，奧國於 1829 年，美國於 1900 年亦先後分別設立。官署統計開始對於民衆大部份並不公開，其製表技術亦十分簡單，由下級機關填表送達上級機關後，不過彙集總計而已，故可稱為集計時期。

後有比人 Lambert Adolphe Jacques Quetelet (1796-1874) 十九世紀中葉，出任其中央統計委員會主席，對官署統計有重大影響，致使統計由國勢學說之境地轉變為一種社會科學。繼之有英人 Karl Pearson (1857-1936) 十九世紀末期至二十世紀初期，將機率函數 (Probability Function) 觀念應用於生物現象之群體或母體 (Population) 研究，其主要者為常態分配 (Normal Distribution) 之次數函數 (Frequency Function)，所研究對象之群體為無限大，其變域亦為無限大。皮爾生氏富有創造能力，發表甚多之統計常數計算公式，其中尤以相關係數 (Coefficient of Correlation) 及卡方 (Chi-square) 兩式，迄今仍為統計學者所應用。尤其皮爾生曲線系 (The Family of Frequency Distributions developed by Karl Pearson)，在統計理論上留下不可磨滅之功績。

機率理論之研究 Chevalier de Mere 於十七世紀開其端。其後法入 James Bernoulli (1654-1705) 於二項分配 (Binomial

6 統計學

Distribution)，Abraham De Moivre (1667-1754) 於常態分配，Simeon Denis Poisson (1781-1840) 於波厄尚分配 (Poisson Distribution) 等，皆由數學而拓入統計學之領域。同時統計曲線形態亦應用到解析幾何 (Analytic Geometry) 及高等數學。其他對極限觀念 (Conception of Limit)，最小二乘方 (Least Squares) 等，均有廣泛之用途，統計學家 Francis Galton (1822-1911) 與 Arthur L. Bowley (1869-1933) 等在這方面亦均有很大貢獻，且使統計學之範圍乃得以相關論應用於遺傳之研究。Irving Fisher (1867-1946) 將指數 (Index) 應用於物價及貨幣價值，並予以公式代號示其性質，用數列之分解理論應用於經濟循環，其擴張情況與日俱增，終使僅以記述國家政治情形者，至此則物理學、氣象學、生物學、心理學、遺傳學、人類學、社會學、教育學、經濟學及醫學等，或依其探討原理或賴以表明現況，莫不以統計方法作為重要工具。

在這時期中，統計學者囿於觀察愈多結果愈確之觀念，必須使觀察值或變量值之群體儘量擴張，方能獲致滿意之答案，因之被稱為大樣本時期，此即為記敘統計學時期。

英人 William Sealy Gosset (1876-1937) 於 1908 年提倡 Z 法，並謂於適當條件下，選取數十個變量值即可求得所需之統計常數。後經 Ronald Aylmer Fisher (1890-1962) 利用隨機化 (Randomization) 思想，確定實驗設計 (Experimental Design) 之基礎，並將 Z 法之若干缺點加以補正，成為 t 分配 (t -distribution)，仍命名為學生氏 t (Student's t)，用以紀念 Gosset 在統計上之貢獻。Fisher 於其小樣本之理論體系中，曾提出很多新興之觀念，諸如自由度 (Degrees of Freedom)，統計值之認識 (Information)，期望值 (Expectation)，變異數分析 (Analysis of variance) 及虛無假設 (Null Hypothesis) 等。在其思維中，認為凡有適當計劃之調查，觀測，試驗或研究所得之資料數字，亦即

變量值 (Variate)，不論其個數多少，均係來自群體之樣本 (Sample)。若樣本之獲致係徹底採用隨機抽樣 (Random Sampling)，則據此而得之統計常數，其期望值 (Expected value) 必與群體之參數相等。因此可用常數推得參數之特性，使統計學在研究上，放棄大樣本之看法，建立小樣本之觀念，此為近代統計學之特徵，故稱為小樣本時期。此即為推測統計學時期。

美人 A. Wald (1902-1950) 更進而依此等理論由統計決策函數之理論從更高之立場以 J. V. Neumann 與 O. Morgenstern 之對局理論為基礎，將之系統化。產品之品質管制方面則與 W. A. Shewhart 貢獻最著，近代數理統計學中之抽樣調查理論之進步則以 Neyman, F. Yates 貢獻較多。現代電子計算機之進步，對計算方面大有助益，為現代統計發展迅速原因之一。

現代之統計理論，由於俄人 A. N. Kolmogorov 之大著「機率理論之基礎，1933」問世，及數學家與統計學家之努力，因而日臻嚴密，其應用範圍日益擴大。如統計與數理經濟相結合的經濟計量，應用於作戰及企業管理計劃之作業研究等是。更由於 N. Wiener 之自動傳送學 (Cybernetics) 與 C. E. Shannon 之情報理論之進展，推測統計之數學基礎益廣，將來之發展大有突飛猛晉之趨向。

1-3 統計方法之特質與功用

統計工作的過程為搜集、整理、分析、表述、解釋，現分述如下：

- (1) 搜集：統計資料為研究問題的依據，資料之是否合用與可靠，對於統計結果影響很大。若所搜集的資料不夠正確，或不合研究目的，不僅浪費時間、金錢，且可能因錯誤，產生不良的影響。
- (2) 整理：搜集而得的資料雜亂無章，須加以整理，使之簡單化、