高考密码系列丛书
GAOKAOMIMAXILIECONGSHU

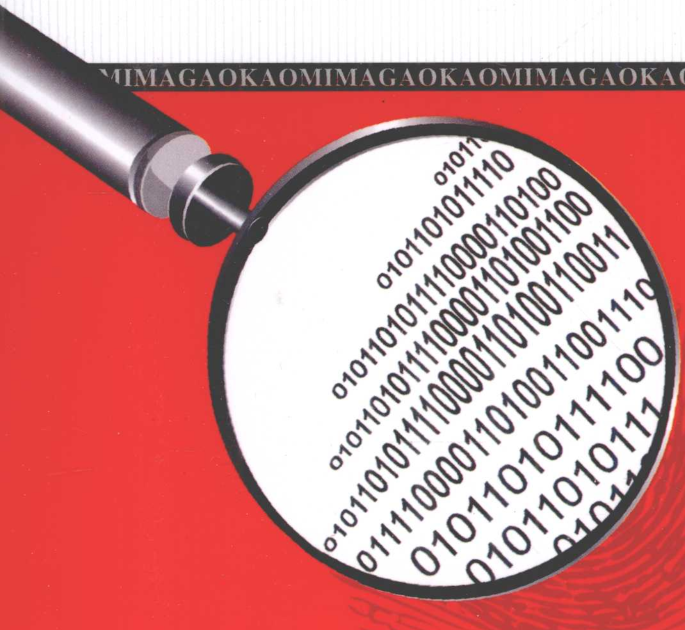
原创密码

2011高中总复习

高考密码

丛书策划 / 十年高考教育研究院　丛书主编 / 任志鸿

MIMAGAOKAOMIMAGAOKAOMIMAGAOKAOMIMAGAOKAOMIMAGAOKAOMIMAGAOKAOMIMAGAOKAOMIM



理科数学

云南出版集团公司
云南教育出版社

打造中国高考第一原创品牌

2011

高考密码系列丛书

GAOKAOMIMAXILIECONGSHU

密码原创

2011高中总复习

高考密码

丛书策划 / 十年高考教育研究院　丛书主编 / 任志鸿

主　编：管目军

副主编：宋克金　王金芳　安振平

编　委：袁海燕　李新星　赵先举
孙小明　胡大波　苗立国

理科数学

云南出版集团公司

云南教育出版社

打造中国高考第一原创品牌

2011

图书在版编目(CIP)数据

高考密码:大纲版.理科数学/任志鸿主编.—昆明:云南教育出版社,2009.3(2010.3重印)

ISBN 978-7-5415-3757-8

Ⅰ.高…　Ⅱ.任…　Ⅲ.数学课—高中—升学参考资料　Ⅳ.G634

中国版本图书馆CIP数据核字(2009)第030835号

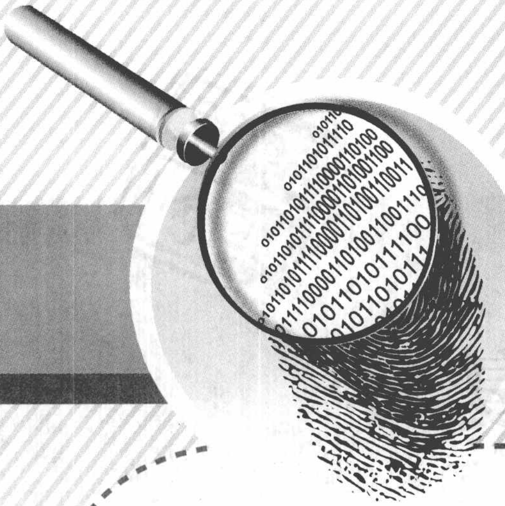
丛书主编:任志鸿
责任编辑:杨顺枫
封面设计:邢　丽

高考密码系列丛书

2011高中总复习·高考密码·大纲版·数学

出　　版:云南出版集团公司　云南教育出版社
地　　址:昆明市环城西路609号　邮编:650034
电　　话:0871—4120382
印　　刷:山东滨州汇泉印务有限公司
开　　本:890×1240　1/16
印　　张:23
字　　数:808千字
版　　次:2010年3月第2版
印　　次:2010年3月第1次印刷
书　　号:ISBN 978-7-5415-3757-8

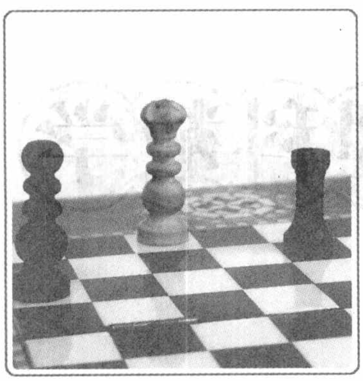
定　　价:59.80元



Contents 目录

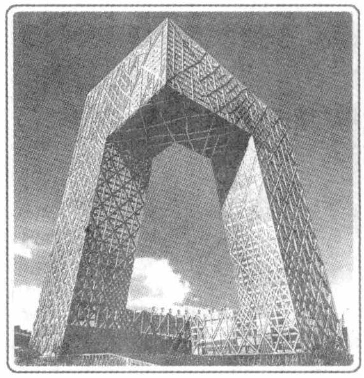
高考密码系列丛书

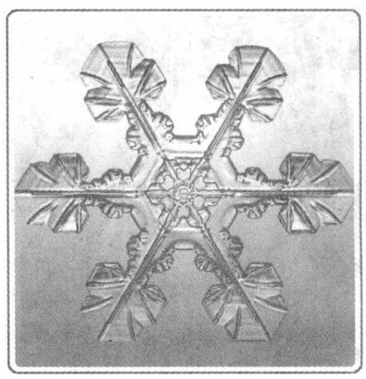
GAO KAO MI MA XI LIE CONG SHU



Contents 高考密码

GAO KAO MI MA



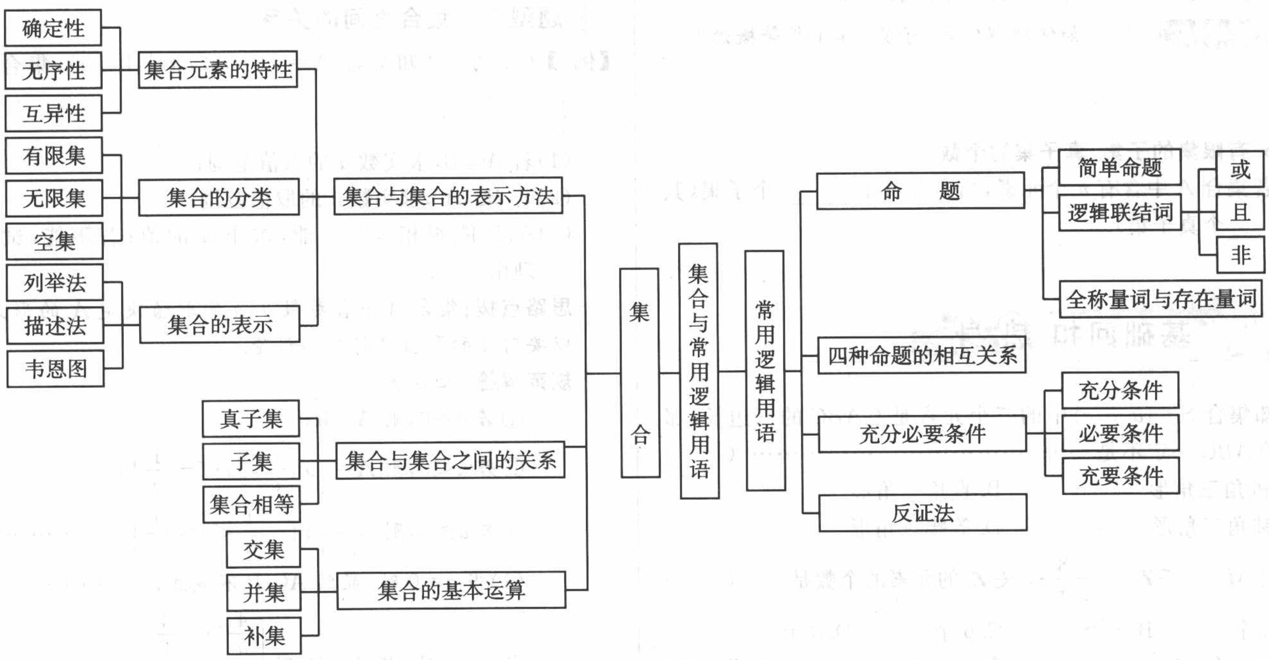


高考密码 Contents

GAO KAO MI MA

第一章 集合与简易逻辑

知识体系构建



§1.1 集合与集合之间的关系

考纲目标锁定

1. 理解集合、子集的概念.

2. 了解空集的意义,了解属于、包含、相等关系的意义.

3. 掌握有关的术语和符号,并会用它们正确表示一些简单的集合.

知识要点梳理

1. 集合的概念

(1)集合的概念:某些指定的对象集在一起就构成一个______,简称集.集合中的每个对象叫做这个集合的______.

(2)集合的分类:根据集合中元素的多少,可以分为三类:______、______、____.

(3)元素与集合之间的关系:若 a 是集合 A 的元素,记作______;若 b 不是集合 A 的元素,记作______.

(4)元素的特征:①______、②______、③______.

(5)常用数集及其记法:自然数集,记作______;正整数集,记作______或 N_+;整数集,记作______;有理数集,记作______;实数集,记作______.

2. 集合的表示方法

集合有三种表示方法:______、______、______.

特别提醒 解答集合有关的问题首先认清集合中的元素是什么,是数集还是点集?然后再进行相关运算,以免混淆集合中元素的属性.

例如:$\{x|x^2+2x-3=0\}$ 表示方程 $x^2+2x-3=0$ 的解组成的集合;$\{x|x^2+2x-3>0\}$ 表示不等式 $x^2+2x-3>0$ 的解集;$\{y|y=x^2+2x-3\}$ 表示函数 $y=x^2+2x-3$ 的值域;$\{(x,y)|y=x^2+2x-3\}$ 表示函数 $y=x^2+2x-3$ 的图象上的点构成的集合.

3. 集合之间的关系

(1)对于两个集合 A 和 B,如果集合 A 中的任何一个元素都是集合 B 中的元素,那么集合 A 叫做集合 B 的______,记作______或______.

(2)如果集合 A 是集合 B 的子集，并且 B 中______有一个元素不属于集合 A，那么集合 A 叫做集合 B 的______，记作______或______.

(3)集合相等：构成两个集合的元素完全一样. 若 $A\subseteq B$ 且 $B\supseteq A$，则称____________，记作______.

简单性质：①$A\subseteq A$；②$\varnothing\subseteq A$；③若 $A\subseteq B$，$B\subseteq C$，则$A\subseteq C$.

思考感悟 怎样正确使用$\in$，$\notin$，$\subseteq$，$\supseteq$等符号？

4. 空集

空集是指____________的集合，它是任何一个集合的子集，是任何一个非空集合的真子集. 记作$\varnothing$.

思考感悟 如何理解空集、子集、真子集等概念？

5. 有限集的子集、真子集的个数

若集合 A 中含有 n 个元素，则集合 A 有______个子集(其中______个真子集).

基础回扣热身

JICHUHUIKOURESHEN

1. 已知集合 $S=\{a,b,c\}$ 中的三个元素是$\triangle ABC$ 的三边长，那么$\triangle ABC$ 一定不是 …………………………（　　）

A. 锐角三角形　　B. 直角三角形

C. 钝角三角形　　D. 等腰三角形

2. 集合 $M=\{y\in\mathbf{Z}\mid y=\dfrac{8}{x+3},x\in\mathbf{Z}\}$的元素的个数是 …（　　）

A. 2 个　　B. 4 个　　C. 6 个　　D. 8 个

3. 已知集合 $M=\{x\mid 3+2x-x^2>0\}$，$N=\{x\mid x>a\}$，若 $M\subseteq N$，则实数 a 的取值范围是 ……………………（　　）

A. $[3,+\infty)$　　B. $(3,+\infty)$

C. $(-\infty,-1]$　　D. $(-\infty,-1)$

4. 已知集合 $M=\{x\mid x=a^2-3a+2,a\in\mathbf{R}\}$，$N=\{x\mid x=b^2-b,b\in\mathbf{R}\}$，则 M、N 的关系是 ……………………（　　）

A. $M\subsetneqq N$　　B. $M\supsetneqq N$　　C. $M=N$　　D. 不确定

5. 已知集合 $A=\{-1,3,2m-1\}$，集合 $B=\{3,m^2\}$，若 $B\subseteq A$，则实数 $m=$________.

精典例题示范

JINGDIANLITISHIFAN

题型一　集合的基本概念

【例1】定义集合运算：$A\cdot B=\{z\mid z=xy,x\in A,y\in B\}$，设集合 $A=\{-1,0,1\}$，$B=\{\sin\alpha,\cos\alpha\}$，则集合 $A\cdot B$ 的所有元素之和为 ……………………………………（　　）

A. 1　　B. 0

C. -1　　D. $\sin\alpha+\cos\alpha$

规范解答：

题型二　元素与集合之间的关系

【例2】已知由实数构成的集合 A 满足条件，若 $a\in A$，$a\neq1$，则 $\dfrac{1}{1-a}\in A$.

(1)若 $2\in A$，则 A 中必还有另外两个元素，求出这两个元素；

(2)求证：若 $a\in A$，则 $1-\dfrac{1}{a}\in A$；

(3)A 不可能是单元素集.

规范解答：

题型三　集合之间的关系

【例3】(12 分)已知集合 $A=\{x\mid 0<ax+1\leqslant5\}$，集合 $B=\left\{x\mid -\dfrac{1}{2}<x\leqslant2\right\}$.

(1)若 $A\subseteq B$，求实数 a 的取值范围；

(2)若 $B\subseteq A$，求实数 a 的取值范围；

(3)A、B 能否相等？若能，求出 a 的值；若不能，试说明理由.

思路点拨： 集合 A 中含参数 a，a 的取值决定 A 的形式，所以要对 a 的取值进行分类讨论.

规范解答： 求集合 A：

①若 $a=0$，则 $A=\mathbf{R}$；

②若 $a<0$，则 $A=\left\{x\mid \dfrac{4}{a}\leqslant x<-\dfrac{1}{a}\right\}$；

③若 $a>0$，则 $A=\left\{x\mid -\dfrac{1}{a}<x\leqslant\dfrac{4}{a}\right\}$ ………… 2 分

(1)当 $a=0$ 时，显然 $A\subseteq B$ 不成立； ………………… 3 分

当 $a<0$ 时，若 $A\subseteq B$，则$\begin{cases}\dfrac{4}{a}>-\dfrac{1}{2}\\ -\dfrac{1}{a}\leqslant2\end{cases}$，

$\therefore\begin{cases}a<-8\\ a\leqslant-\dfrac{1}{2}\end{cases}$，得 $a<-8$. ……………………… 4 分

当 $a>0$ 时，若 $A\subseteq B$，则$\begin{cases}-\dfrac{1}{a}\geqslant-\dfrac{1}{2}\\ \dfrac{4}{a}\leqslant2\end{cases}$，

$\therefore\begin{cases}a\geqslant2\\ a\geqslant2\end{cases}$，得 $a\geqslant2$. ………………………… 5 分

综上知，此时 a 的取值范围是 $a<-8$ 或 $a\geqslant2$. ……………………………………… 6 分

(2)当 $a=0$ 时，显然 $B\subseteq A$ 成立； ………………… 7 分

当 $a<0$ 时，若 $B\subseteq A$，则$\begin{cases}\dfrac{4}{a}\leqslant-\dfrac{1}{2}\\ -\dfrac{1}{a}>2\end{cases}$，

$\therefore\begin{cases}a\geqslant-8\\ a>-\dfrac{1}{2}\end{cases}$，得$-\dfrac{1}{2}<a<0$； ………………… 8 分

当 $a>0$ 时，若 $B\subseteq A$，则$\begin{cases}-\dfrac{1}{a}\leqslant-\dfrac{1}{2}\\ \dfrac{4}{a}\geqslant2\end{cases}$，

密码心语： 一个人生活中的失意乃至失败在很大程度上来说是心理的而不是现实的，是技术性的而不是宿命的。现实至多为失败者提供了解脱的借口，而对宿命的信仰最终无情地扑灭了成功的任何希望。不是每一次努力都会有收获，但是，每一次收获都必须努力，这是一个不公平的不可逆转的命题。高考密码愿意陪你一起努力、一起欢唱，去赢取美好的明天！

$\therefore \begin{cases} a\leqslant 2 \\ a\leqslant 2 \end{cases}$，得 $a\leqslant 2$，所以 $0<a\leqslant 2$. ………… 9 分

综上知，当 $B\subseteq A$ 时 a 的取值范围是 $-\frac{1}{2}<a\leqslant 2$. ……………… 10 分

(3) 当且仅当 A，B 两个集合互相包含时，$A=B$，由 (1)、(2) 可知，$a=2$. …………… 12 分

点评：在解决两个数集关系时，应合理运用数轴帮助分析与求解. 另外在解含有参数的不等式(或方程)时，要对参数进行讨论，分类要遵循“不重不漏”的分类原则，然后对每一类情况都要给出问题的解答.

变式演练

已知集合 $P=\{x|x^2+x-6=0\}$，$Q=\{x|ax+1=0\}$ 且满足 $Q\subsetneqq P$，求 a 所取的一切值.

方法规律总结

FANGFAGUILVZONGJIE

1. 解答集合问题，首先要正确理解集合的有关概念，特别是集合中元素的确定性、互异性、无序性；对于用描述法给出的集合 $\{x|x\in P\}$，要紧紧抓住竖线前面的代表元素 x 及其所具有的性质；要重视发挥图示法的作用，充分运用数形结合(数轴、坐标系、韦恩图)或特例法解集合与集合之间的包含关系，直观地解决问题.

2. 注意空集的特殊性. 在解题中，若未能指明集合非空时，要考虑到空集的可能性. 如 $A\subseteq B$，则有 $A=\varnothing$ 和 $A\neq\varnothing$ 两种可能，此时应进行分类讨论.

3. 含参数的问题，多根据集合元素的互异性来处理，有时需要讨论，注意空集.

速效提升训练

SUXIAOTISHENGXUNLIAN

1. (密码改编)已知集合 $A=\left\{a\left|\frac{6}{5-a}\in \mathbf{N}^*\right.\right\}$，则集合 A 中所有元素之和……………………………………（　）

A. 5　B. 11　C. 12　D. 8

2. (密码改编)设 P、Q 为两个非空实数集合，定义集合 $P*Q=\{z|z=a\div b, a\in P, b\in Q\}$，若 $P=\{-1,0,1\}$，$Q=\{-2,2\}$，则集合 $P*Q$ 中元素的个数是 ……………………（　）

A. 2　B. 3　C. 4　D. 5

3. 设集合 $P=\{m|-1<m<0\}$，$Q=\{m|mx^2+4mx-4<0$ 对任意的实数 x 恒成立$\}$，则下列关系中成立的是……（　）

A. $P\subsetneqq Q$　B. $Q\subsetneqq P$　C. $P=Q$　D. $P\not\subseteq Q$

4. (2009 · 江苏高考)已知集合 $A=\{x|\log_2 x\leqslant 2\}$，$B=(-\infty, a)$，若 $A\subseteq B$ 则实数 a 的取值范围是 $(c,+\infty)$，其中 $c=$________.

5. 已知集合 $A=\{a+2,(a+1)^2,a^2+3a+3\}$，若 $1\in A$，则实数 a 的取值集合为________.

§1.2　集合的基本运算

考纲目标锁定

KAOGANGMUBIAOSUODING

1. 理解交集、并集的概念.
2. 理解补集的概念，了解全集的意义.
3. 会用交集、并集、补集正确地表示一些简单的集合.

知识要点梳理

ZHISHIYAODIANSHULI

1. 交集

(1) 定义：一般地，由所有____________的元素所组成的集合，叫做 A 与 B 的交集，记作________，即 $A\cap B=$________.

(2) 运算性质：$A\cap A=$______，$A\cap B$______$B\cap A$，$A\cap\varnothing=$______，$A\cap B=A\Leftrightarrow$______.

2. 并集

(1) 定义：一般地，由所有__________的元素所组成的集合，叫做 A 与 B 的并集，记作______，即 $A\cup B=$__________.

(2) 运算性质：$A\cup A=$______，$A\cup B$______$B\cup A$，$A\cup\varnothing=$______，$A\cup B=A\Leftrightarrow$______.

思考感悟 如何理解交集和并集定义中的“且”与“或”？

3. 全集与补集

(1) 定义：如果集合 U 含有我们需要研究的各个集合的全部元素，这个集合就可以看作一个全集，全集通常用 U 表示.

一般地，设 U 是一个全集，A 是 U 的一个子集(即 $A\subseteq U$)，由 U 中所有不属于 A 的元素组成的集合，叫做 U 中子集 A 的补集(或余集)，记作 $\complement_U A$，即 $\complement_U A=$__________.

(2) 运算性质：$A\cap\complement_U A=$______，$A\cup\complement_U A=$______，$\complement_U(A\cap B)=(\complement_U A)\cup(\complement_U B)$，$\complement_U(A\cup B)=(\complement_U A)\cap(\complement_U B)$.

思考感悟 两个集合的交集、并集与补集之间有什么关系？

基础回扣热身

JICHUHUIKOURESHEN

1. 已知 $M=\{直线\}$，$N=\{圆\}$，则 $M\cap N$ 中的元素个数为 ……（ ）

A. 0　B. 1　C. 2　D. 0或1或2

2. (2009·海南宁夏高考)已知集合 $A=\{1,3,5,7,9\}$，$B=\{0,3,6,9,12\}$，则 $A\cap \complement_N B$ 等于 ……（ ）

A. $\{1,5,7\}$　B. $\{3,5,7\}$　C. $\{1,3,9\}$　D. $\{1,2,3\}$

3. (2009·浙江高考)设 $U=\mathbf{R}$，$A=\{x|x>0\}$，$B=\{x|x>1\}$，则 $A\cap \complement_U B$ ……（ ）

A. $\{x|0\leqslant x<1\}$　B. $\{x|0<x\leqslant 1\}$

C. $\{x|x<0\}$　D. $\{x|x>1\}$

4. (密码改编)集合 $A=\{-1,0,1\}$，$B=\{y|y=\sin x,x\in A\}$，则 $A\cap B$ ……（ ）

A. $\{0\}$　B. $\{1\}$　C. $\{0,1\}$　D. $\{-1,0,1\}$

5. 设全集 $U=\{1,2,3,4,5\}$，集合 $A=\{1,a^2-1,4\}$，$\complement_U A=\{2,a+3\}$，则 a 的值为________.

精典例题示范

JINGDIANLITISHIFAN

题型一　集合的基本运算

【例1】(2009·安徽高考)若集合 $A=\{x||2x-1|<3\}$，$B=\left\{x\left|\frac{2x+1}{3-x}<0\right.\right\}$，则 $A\cap B$ 是 ……（ ）

A. $\left\{x\left|-1<x<-\frac{1}{2}或2<x<3\right.\right\}$

B. $\{x|2<x<3\}$

C. $\left\{x\left|-\frac{1}{2}<x<2\right.\right\}$

D. $\left\{x\left|-1<x<-\frac{1}{2}\right.\right\}$

规范解答：

题型二　与集合有关的新情景题

【例2】设数集 $M=\left\{x\left|m\leqslant x\leqslant m+\frac{3}{4}\right.\right\}$，$N=\left\{x\left|n-\frac{1}{3}\leqslant x\leqslant n\right.\right\}$，且 M、N 都是集合 $\{x|0\leqslant x\leqslant 1\}$ 的子集，如果把 $b-a$ 叫做集合 $\{x|a\leqslant x\leqslant b\}$ 的“长度”，那么集合 $M\cap N$ 的“长度”的最小值是 ……（ ）

A. $\frac{1}{3}$　B. $\frac{2}{3}$　C. $\frac{1}{12}$　D. $\frac{5}{12}$

规范解答：

题型三　韦恩图的应用

【例3】(2009·陕西高考)某班有36名同学参加数学、物理、化学课外探究小组，每名同学至多参加两个小组，已知参加数学、物理、化学小组的人数分别为26，15，13，同时参加数学和物理小组的有6人，同时参加物理和化学小组的有4人，则同时参加数学和化学小组的有________人.

规范解答：

题型四　含参数的集合问题

【例4】(12分)设集合 $A=\{x|x^2-3x+2=0\}$，$B=\{x|x^2+2(a+1)x+(a^2-5)=0\}$.

(1)若 $A\cap B=\{2\}$，求实数 a 的值；

(2)若 $A\cup B=A$，求实数 a 的取值范围；

(3)若 $U=\mathbf{R}$，$A\cap\complement_U B=A$，求实数 a 的取值范围.

思路点拨：对于含参数的集合运算，首先解出不含参数的集合，然后根据已知条件求解参数.

规范解答：由 $x^2-3x+2=0$ 解得 $x=1$ 或 $x=2$，故集合 $A=\{1,2\}$.

(1)因 $A\cap B=\{2\}$，故 $2\in B$，代入 B 中的方程，得 $a^2+4a+3=0$，

解得 $a=-1$ 或 $a=-3$. …… 1分

当 $a=-1$ 时，$B=\{x|x^2-4=0\}=\{2,-2\}$，满足已知条件；

当 $a=-3$ 时，$B=\{x|x^2-4x+4=0\}=\{2\}$，也满足条件.

综上所述，a 的值为 -1 或 -3. …… 3分

(2)对于集合 B 中的方程，$\Delta=4(a+1)^2-4(a^2-5)=8(a+3)$，

因为 $A\cup B=A$，所以 $B\subseteq A$.

①当 $\Delta<0$，即 $a<-3$ 时，$B=\varnothing$，满足条件；

②当 $\Delta=0$，即 $a=-3$ 时，$B=\{2\}$，满足条件；

③当 $\Delta>0$，即 $a>-3$ 时，$B=A=\{1,2\}$ 才能满足条件， …… 5分

则由根与系数之间的关系得：$\begin{cases}1+2=-2(a+1)\\1\times 2=a^2-5\end{cases}$，解得 $\begin{cases}a=-\frac{5}{2}\\a^2=7\end{cases}$，显然相互矛盾，故此时 a 无解.

综上所述，a 的取值范围是 $a\leqslant -3$. …… 7分

(3)因为 $A\cap\complement_U B=A$，所以 $A\subseteq\complement_U B$，故有 $A\cap B=\varnothing$. …… 8分

①若 $B=\varnothing$，则由 $\Delta<0$，解得 $a<-3$；

②若 $B\neq\varnothing$，则当 $a=-3$ 时，$B=\{2\}$，$A\cap B=\{2\}$，不合题意；

当 $a>-3$ 时，此时需要 $1\notin B$ 且 $2\notin B$；

将2代入 B 中的方程，得 $a=-1$ 或 $a=-3$(舍去)；

将1代入 B 中的方程，得 $a^2+2a-2=0$，解得 $a=-1\pm\sqrt{3}$.

所以 $a\neq -1$，且 $a\neq -3$ 且 $a\neq -1\pm\sqrt{3}$. …… 11分

综上所述，a 的取值范围是 $a<-3$ 或 $-3<a<-1-\sqrt{3}$ 或 $-1-\sqrt{3}<a<-1$ 或 $-1<a<-1+\sqrt{3}$ 或 $a>-1+\sqrt{3}$. …… 12分

点评：解决含参数的集合运算问题，首先要理清题目要求，

看清集合间存在的相互关系，注意分类讨论、数形结合思想的应用以及空集作为一个特殊集合与非空集合间的关系.

变式演练

已知集合 $A=\{x|x^2-3x-10\leqslant 0\}$，$B=\{x|m+1\leqslant x\leqslant 2m-1\}$，若 $A\cup B=A$，求实数 m 的取值范围.

方法规律总结

FANGFAGUILVZONGJIE

1. 在进行集合的运算时要注意：①勿忘对空集的讨论；②勿忘集合中元素的互异性；③对于集合 A 的补集运算，勿忘 A 必须是全集的子集；④对于含参数（或待定系数）的集合问题，勿忘对所求数值进行合理取舍.

2. 在集合运算过程中应力求做到"三化"：

①意义化：即首先分清集合的类型，是表示数集、点集还是图形，是表示函数的定义域、值域还是表示方程或不等式的解集；

②直观化：借助数轴、直角坐标平面、Venn 图等将有关集合直观地表示出来；

③具体化：具体求出相关集合中的函数的定义域、值域或方程、不等式的解集等；不能具体求出的，也应力求将集合化为最简单的形式.

3. 运用集合知识确定集合的"包含关系"与求集合的"交、并、补"是学习集合的中心内容，解决问题时应根据问题所涉及到的具体的数学内容来寻求方法.

①求方程（组）、不等式（组）的解或讨论它们是否有解，有多少解等问题，就是求解集，或各个解集的交、并、补集等问题；

②求两条曲线 $y=f(x)$ 与 $y=g(x)$ 的交点坐标，或讨论它们是否有公共点的问题也就是求方程（组）的解集以及解的交、并、补集等问题；

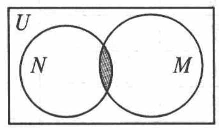
③求解若干个数式具有某种共同性质的问题，就是求交集问题；而将一个问题分成若干类解决，最后要求各类结果的并集；

④许多计数问题（即计算种数、个数、方法数等）都要用到集合的交、并、补以及元素个数等知识.

速效提升训练

SUXIAOTISHENGXUNLIAN

1. **(2009·广东高考)** 已知全集 $U=\mathbf{R}$，集合 $M=\{x|-2\leqslant x-1\leqslant 2\}$ 和 $N=\{x|x=2k-1,k=1,2,\cdots\}$ 的关系的韦恩(Venn)图如图所示，则阴影部分所示的集合的元素共有 …（　　）



A. 3 个　　B. 2 个　　C. 1 个　　D. 无穷个

2. **(2009·山东高考)** 集合 $A=\{0,2,a\}$，$B=\{1,a^2\}$，若 $A\cup B=\{0,1,2,4,16\}$，则 a 的值为 ……………（　　）

A. 0　　B. 1　　C. 2　　D. 4

3. **(2009·全国Ⅱ高考)** 已知全集 $U=\{1,2,3,4,5,6,7,8\}$，$M=\{1,3,5,7\}$，$N=\{5,6,7\}$，则 $\complement_U(M\cup N)$ 等于 …（　　）

A. $\{5,7\}$　　B. $\{2,4\}$　　C. $\{2,4,8\}$　　D. $\{1,3,5,6,7\}$

4. **(密码改编)** 设 P 和 Q 是两个集合，定义集合 $P-Q=\{x|x\in P$，且 $x\notin Q\}$，如果 $P=\left\{x\left|\frac{2}{x}>1\right.\right\}$，$Q=\{x||x-2|<1\}$ 那么 $P-Q$ 等于 ………………………………………（　　）

A. $\{x|0<x<1\}$　　B. $\{x|0<x\leqslant 1\}$

C. $\{x|1\leqslant x<2\}$　　D. $\{x|2\leqslant x<3\}$

5. **(2009·天津高考)** 设全集 $U=A\cup B=\{x\in\mathbf{N}^*|\lg x<1\}$，若 $A\cap\complement_U B=\{m|m=2n+1,n=0,1,2,3,4\}$，则集合 $B=$ ______.

6. 记函数 $f(x)=\lg(x^2-x-2)$ 的定义域为集合 A，函数 $g(x)=\sqrt{3-|x|}$ 的定义域为集合 B.

(1) 求 $A\cap B$ 和 $A\cup B$；

(2) 若 $C=\{x|4x+p<0\}$，$C\subseteq A$，求实数 p 的取值范围.

§1.3　逻辑联结词和充要条件

考纲目标锁定

KAOGANGMUBIAOSUODING

1. 理解逻辑联结词"或""且""非"的含义.
2. 理解四种命题及其相互关系.
3. 掌握充分条件、必要条件及充要条件的意义.

知识要点梳理

ZHISHIYAODIANSHULI

1. 命题及其关系

(1) 命题：可以判断真假的陈述句叫做命题. 判断为______的语句叫做真命题，判断为______的语句叫做假命题.

(2) 每一个命题都可以写成"若 p，则 q"的形式. 其中命题中______叫做命题的条件，______叫做命题的结论，也就是说，命题由两部分构成，即条件和结论.

2. 简单的逻辑联结词

(1) "或""且""非"叫做逻辑联结词.

(2) 不含逻辑联结词的命题是简单命题，由简单命题和逻辑联结词构成的命题是复合命题.

(3) p 且 q 就是用逻辑联结词"______"把命题 p 和命题 q 联结起来得到的新命题，记作______.

(4) p 或 q 就是用逻辑联结词"______"把命题 p 和命题 q 联结起来得到的新命题，记作______.

数学名家：沃尔夫　1887 年生于德国，其父亲是汉诺威城的五金商人。沃尔夫曾在德国研究化学，并获得博士学位，后移居古巴。他用了近 20 年的时间，经过大量的试验，历尽艰辛，成功地发明了一种从熔炼废渣中回收铁的方法，从而成为百万富翁。他是沃尔夫基金会的倡导者和主要捐献人。沃尔夫于 1981 年逝世。

(5)对一个命题 p 进行全盘否定,得到一个新命题,记作________,读作非 p 或 p 的否定.

(6)已知 p、q 的真假时,可以判断 $p\wedge q$、$p\vee q$、$\neg p$ 的真假,它们之间的关系是:

p	q	$p\wedge q$	$p\vee q$	$\neg p$
真	真	______	______	______
真	假	______	______	______
假	真	______	______	______
假	假	______	______	______

用语言概括为:$p\wedge q$"见假就假",$p\vee q$"见真就真",$\neg p$"真假相对".

3. 四种命题

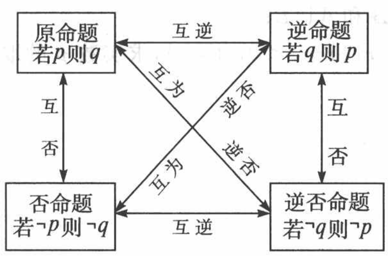
(1)对于两个命题,如果一个命题的条件和结论分别是另一个命题的结论和条件,把这样的两个命题叫做________,其中一个命题叫做原命题,另一个命题叫做原命题的______.

(2)对于两个命题,如果一个命题的条件和结论恰好是另一个命题的条件的否定和结论的否定,把这样的两个命题叫做_______,其中一个命题叫做原命题,另一个命题叫做原命题的否命题.

(3)对于两个命题,如果一个命题的条件和结论分别是另一个命题的结论的否定和条件的否定,把这样的两个命题叫做__________,其中一个命题叫做原命题,另一个命题叫做原命题的________.

(4)原命题和逆否命题的关系是互为逆否命题,它们具有______的真假性,逆命题和________的关系是互为逆否命题,它们也具有相同的真假性.

(5)四种命题的关系可以用图表的形式表达如下:



思考感悟>>> 命题的否定与否命题一样吗?

4. 充要条件

(1)一般地,当"若 p,则 q"为真命题,即由 $p\Rightarrow q$ 时,就说 p 是 q 的________,q 是 p 的________.

(2)若 $p\Rightarrow q$ 且 $q\Rightarrow p$,即 $p\Leftrightarrow q$,就说 p 是 q 的既充分又必要条件,简称充要条件,那么 q 也是 p 的充要条件,充要条件是相互的.

(3)判断充分条件、必要条件、充要条件时,常用的方法是通过"$\Rightarrow$"来判断.一方面是要注意箭头的指向(单向或双向);另一个方面是看"p 是 q 的……"或"q 是 p 的……",p 是 q 的充分条件表示为 $p\Rightarrow q$,p 是 q 的必要条件表示为 $q\Rightarrow p$.

5. 反证法

(1)用反证法证明命题的一般步骤为:

①假设命题的______不成立,即假设__________成立.

②从这个假设出发,经过推理论证得出矛盾.

③由矛盾判断假设不正确,从而肯定命题的结论正确.

(2)反证法的第一步是否定结论,在解决实际问题中,需要掌握以下词语的否定.

词语	是	都是	大于(>)	所有的	任一个	至少一个	至多一个
词语的否定	不是	不都是	不大于(≤)	某些	某个	一个也没有	至少两个

(3)下列题型适宜用反证法:

①结论是否定形式的命题.

②结论是以"至多""至少""唯一"等形式给出的命题.

③结论的反面是较明显或较易证明的命题.

④用直接法证明困难的命题.

基础回扣热身

JICHUHUIKOURESHEN

1. 下列命题:

①三角形一定是平面图形;

②互相平行的三条直线都在一个平面内;

③梯形一定是平面图形;

④四边都相等的四边形是菱形.

其中真命题的个数是……………………………………( )

A. 0　　B. 1　　C. 2　　D. 3

2. 如果命题"p 或 q"与命题 $\neg p$ 都是真命题,那么 ……( )

A. 命题 p 不一定是假命题　B. 命题 q 一定是真命题

C. 命题 q 不一定是真命题　D. 命题 p 与 q 真假相同

3. 若命题 p 的否命题为 γ,命题 γ 的逆命题为 s,则 s 是 p 的逆命题 t 的……………………………………………( )

A. 逆否命题　B. 逆命题　C. 否命题　D. 原命题

4. **(密码改编)**若集合 $A=\{1,m^2\}$,集合 $B=\{3,9\}$,则"$m=3$"是"$A\cup B=\{1,3,9\}$"的…………………………………( )

A. 充分不必要条件　　B. 必要不充分条件

C. 充分必要条件　　D. 既不充分也不必要条件

5. **(密码原创)**给出以下四个条件:①$ab>0$;②$a>0$ 或 $b>0$;③$a+b>2$;④$a>0$ 且 $b>0$.其中可以作为"若 $a,b\in\mathbf{R}$,则 $a+b>0$"的一个充分而不必要条件的是________.

精典例题示范

JINGDIANLITISHIFAN

题型一　判断命题的真假

【例1】已知命题 p:所有有理数都是实数,命题 q:正数的对数都是负数,则下列命题中为真命题的是………………( )

A. $(\neg p)\vee q$　　B. $p\wedge q$

C. $(\neg p)\wedge(\neg q)$　　D. $(\neg p)\vee(\neg q)$

规范解答:

题型二　充要条件的判定

【例2】(2009·浙江高考)已知 a,b 是实数,则"$a>0$ 且 $b>0$"是"$a+b>0$ 且 $ab>0$"的……………………………( )

A. 充分而不必要条件　B. 必要而不充分条件

魅力数学:菲尔兹奖　诺贝尔奖中为什么没有设数学奖?对此人们一直有着各种猜测与议论。其实,数学领域中也有一种世界性的奖励,这就是每四年颁发一次的菲尔兹奖。第一次菲尔兹奖颁发于1936年。菲尔兹奖只是一枚金质奖章,与诺贝尔奖金的十万美元相比真是微不足道。但在各国数学家的眼里,菲尔兹奖所带来的荣誉可与诺贝尔奖金媲美,是国际数学界的最高奖。

C. 充分必要条件　　D. 既不充分也不必要条件

规范解答：

题型三　四种命题及其真假判断

【例3】原命题："设 a、b、$c\in\mathbf{R}$，若 $a>b$，则 $ac^2>bc^2$."以及它的逆命题，否命题、逆否命题中，真命题共有______个……………………………………（　　）

A. 0　　B. 1　　C. 2　　D. 4

规范解答：

题型四　充要条件的探讨与应用

【例5】(12分)已知：p：$\left|1-\frac{x-1}{3}\right|\leqslant 2$，$q$：$x^2-2x+1-m^2\leqslant 0(m>0)$，且$\neg p$是$\neg q$的必要而不充分条件，求实数 m 的取值范围.

思路点拨：解决本题时，有两种思路：第一，先把$\neg p$与$\neg q$对应的条件求出来，然后利用充要条件判断两个条件之间的关系；第二，先把条件转化为 p 与 q 之间的关系，即 p 是 q 的充分而不必要条件.

规范解答：方法一：由 q：$x^2-2x+1-m^2\leqslant 0$，得 $1-m\leqslant x\leqslant 1+m$，……………………………… 2分

$\therefore\neg q$：$A=\{x|x>1+m$ 或 $x<1-m,m>0\}$. …… 3分

由 $\left|1-\frac{x-1}{3}\right|\leqslant 2$，解得 $-2\leqslant x\leqslant 10$，…………… 6分

$\therefore\neg p$：$B=\{x|x>10$ 或 $x<-2\}$. …………………… 7分

$\because\neg p$ 是$\neg q$ 的必要而不充分条件，

$\therefore A\subsetneqq B$，即 $\begin{cases}m>0\\1-m\leqslant -2.\\1+m\geqslant 10\end{cases}$ ……………………… 10分

解得 $m\geqslant 9$. ……………………………………… 12分

方法二：$\because\neg p$ 是$\neg q$ 的必要而不充分条件，

$\therefore p$ 是 q 的充分而不必要条件. …………………… 2分

由 q：$x^2-2x+1-m^2\leqslant 0$，得 $1-m\leqslant x\leqslant 1+m$，

……………………………………………………… 4分

$\therefore q$：$Q=\{x|1-m\leqslant x\leqslant 1+m\}$ ……………………… 5分

由 $\left|1-\frac{x-1}{3}\right|\leqslant 2$，解得 $-2\leqslant x\leqslant 10$，…………… 6分

$\therefore p$：$P=\{x|-2\leqslant x\leqslant 10\}$. …………………… 7分

$\because p$ 是 q 的充分而不必要条件，

$\therefore P\subsetneqq Q$，即 $\begin{cases}m>0\\1-m\leqslant -2.\\1+m\geqslant 10\end{cases}$ ……………………… 10分

解得 $m\geqslant 9$. ……………………………………… 12分

点评：本例涉及到参数问题，直接解决较为困难，先用等价转化思想，将复杂、生疏的问题化归为简单、熟悉的问题来解决. 一般地，在涉及到字母参数的取值范围的充要条件问题中，常常要利用几何的包含、相等关系来考虑.

变式演练（密码原创）

已知 $c>0$，且 $c\neq 1$，设 p：函数 $y=c^x$ 在 $\mathbf{R}$ 上递减；q：函数 $f(x)=x^2-2cx+1$ 在 $\left(\frac{1}{2},+\infty\right)$ 上为增函数，若"p 且 q"为假，"p 或 q"为真，求实数 c 的取值范围.

方法规律总结

FANGFAGUILVZONGJIE

1. 命题的否定与否命题是完全不同的概念

(1)任何命题均有否定，无论是真命题还是假命题；而否命题仅针对命题"若 p，则 q"提出来的；

(2)命题的否定是原命题的矛盾命题，两者的真假性必然是一真一假；而否命题与原命题可能同真同假，也可能一真一假.

2. 一个命题的原命题与其逆否命题同真同假；原命题的逆命题与否命题互为逆否关系，也同真同假. 有时一个命题的真假不易被判断时，可以通过判断它的逆否命题的真假，从而得到原命题的真假.

3. "$p\vee q$"为真，当且仅当 p 和 q 中至少有一个为真（一真为真）；"$p\wedge q$"为假，当且仅当 p 和 q 中至少有一个为假（一假为假）；p 与$\neg p$ 真假相反.

4. A 是 B 的充分不必要条件是指：$A\Rightarrow B$，$B\not\Rightarrow A$. A 的充分不必要条件是 B，是指 $B\Rightarrow A$，$A\not\Rightarrow B$. 这两种说法是在充要条件推理判断中经常出现且容易混淆的说法，在解题时一定要根据问题的设问方式，弄清它们的区别，以免出现判断错误.

速效提升训练

SUXIAOTISHENGXUNLIAN

1. (2009·江西高考)下列命题是真命题的为…………（　　）

A. 若 $\frac{1}{x}=\frac{1}{y}$，则 $x=y$　　B. 若 $x^2=1$，则 $x=1$

C. 若 $x=y$，则 $\sqrt{x}=\sqrt{y}$　　D. 若 $x<y$，则 $x^2<y^2$

2. 若命题 p：$x\in A\cap B$，则"非 p"是 ……………………（　　）

A. $x\in A$ 或 $x\in B$　　B. $x\notin A$ 或 $x\notin B$

C. $x\notin A$ 且 $x\notin B$　　D. $x\in A\cup B$

3. 命题"若 $a\notin A$，则 $b\in B$"的否命题是 ………………（　　）

A. 若 $a\notin A$，则 $b\notin B$　　B. 若 $a\in A$，则 $b\notin B$

C. 若 $b\in B$，则 $a\notin A$　　D. 若 $b\notin B$，则 $a\in A$

4. (密码原创)已知命题 p：函数 $y=\log_{\frac{1}{2}}(x^2+\sqrt{3}x+a)$ 的定义域为 $\mathbf{R}$；命题 q：函数 $y=(2a-1)^x$ 是减函数. 若命题$\neg p$ 和"p 或 q"为真，则实数 a 的取值范围是 ……………（　　）

A. $a>\frac{3}{4}$　B. $\frac{1}{2}<a<1$　C. $\frac{1}{2}<a\leqslant\frac{3}{4}$　D. $\frac{3}{4}<a<1$

5. (2009·天津高考)设 $x\in\mathbf{R}$，则"$x=1$"是"$x^3=x$"的 ………

…………………………………………………………（　　）

A. 充分不必要条件　　B. 必要不充分条件

C. 充要条件　　D. 既不充分也不必要条件

6. 命题 p：0 不是自然数；命题 q：$\sqrt{2}$是无理数，则在命题"p 或 q""p 且 q""非 p""非 q"中，真命题是______；假命题是______.

魅力数学：邵逸夫数学奖　被媒体誉为"21世纪东方诺贝尔奖"的邵逸夫奖是2002年设立的，以表彰在学术及科学研究或应用等方面获得突破性成果，和该成果对人类生活产生深远影响的科学家。每项奖金100万美元。中国科学院与系统科学研究院吴文俊院士由于"对数学机械化这一新兴交叉学科的贡献"荣获2006年邵逸夫数学奖。这是中国国内学者首次获得此项国际性大奖。

第二章　函　数

知识 体系构建

ZHISHI TIXIGOUJIAN

- 映射 — 函数
  - 函数概念
    - 函数定义
    - 函数三要素 — 定义域、值域、对应法则
    - 函数表示法 — 图象法、列表法、解析法
  - 函数性质
    - 奇偶性
    - 单调性
    - 周期性和对称性
  - 反函数
    - 反函数概念
    - 互为反函数的定义域、值域关系
    - 互为反函数的图象间关系
  - 函数的图象变换
    - 平移变换
    - 伸缩变换
    - 对称变换
    - 翻折变换
  - 基本函数
    - 二次函数
    - 指数函数
    - 对数函数
  - 分段函数与抽象函数
  - 函数的应用

§2.1　映射、函数及反函数

考纲目标锁定

KAOGANGMUBIAOSUODING

1. 了解映射的概念.

2. 理解函数的概念.

3. 了解反函数的概念及互为反函数图象的关系;会求一些简单的反函数.

知识要点梳理

ZHISHIYAODIANSHULI

1. 映射

(1)映射的概念:

设 A、B 是两个集合,如果按照某种对应法则 f,对于集合 A 中的________元素,在集合 B 中都有________的元素与之对应,这样的________叫做从集合 A 到集合 B 的映射,记作________.

(2)象和原象:给定一个集合 A 到 B 的映射,且 $a\in A$,$b\in B$,如果元素 a 和元素 b 对应,那么我们把元素 b 叫做元素 a 的________,元素 a 叫做元素 b 的________.

(3)一一映射:设 A、B 是两个集合,$f:A\to B$ 是集合 A 到集合 B 的映射,如果在这个映射下,对于集合 A 的不同元素,在集合 B 中都有________的象,而且集合 B 中的每一个元素都有________,那么这个映射叫做集合 A 到集合 B 的一一映射.

2. 函数

(1)定义:设 A、B 是两个____________,如果按照某种对应关系 f,使对于集合 A 中的____________x,在集合 B 中都有________的数 $f(x)$ 和它对应,那么就称 $f:A\to B$ 为集合 A 到集合 B 上的一个函数,记作 $y=f(x)$,$x\in A$.

其中 x 叫做自变量,x 的取值范围 A 叫做这个函数的________;与 x 值相对应的 y 值叫做__________,函数值的集合 $\{f(x)|x\in A\}$ 叫做函数的________.

(2)函数的三要素:________、________和________,而值域由________和________可以确定.

(3)函数的表示方法:常用的函数表示方法有________、________、________.

魅力数学:沃尔夫数学奖　1976 年 1 月,R. 沃尔夫及其家族捐献一千万美元成立了沃尔夫基金会,其宗旨是为了促进全世界科学、艺术的发展。沃尔夫基金会有:数学、物理、化学、医学、农业五个奖(1981 年又增设艺术奖)。该奖的评奖标准不是单项而是终身奉献,获奖的数学大师不仅在某个数学分支上有极深的造诣和卓越的贡献,而且都博学多才,涉足多个分支,且均有建树,形成了自己的著名学派。

①解析法：就是把两个变量的函数关系用一个________来表示，这个等式叫做函数的解析表达式，简称解析式.

②列表法：就是列出表格来表示两个变量之间的函数关系.

③图象法：就是用函数图象来表示两个变量之间的函数关系.

思考感悟>>> (1)怎样正确理解函数的概念？

(2)函数与映射之间有怎样的关系？

3. 反函数

(1)定义：

一般地，函数 $y=f(x)(x\in A)$，设它的值域为 C. 我们根据这个函数中的 x、y 的关系，用 y 把 x 表示出来，得到 $x=\varphi(y)$，x 在 A 中都有唯一的值和它对应，那么 $x=\varphi(y)$ 来表示 y 是自变量，x 是因变量的函数. 这样的函数 $x=\varphi(y)(y\in C)$ 叫做函数 $y=f(x)(x\in A)$ 的反函数，记作 $f^{-1}(y)$.

习惯上用 x 表示自变量，y 表示函数，函数 $y=f(x)$ 的反函数记作 $y=f^{-1}(x)$. 函数 $f(x)$ 的定义域就是它的反函数的________，其值域是它的反函数的________.

(2)互为反函数的函数图象间的关系：

函数 $y=f(x)$ 的图象和它的反函数 $y=f^{-1}(x)$ 的图象关于直线________对称.

(3)求函数 $y=f(x)$ 的反函数的一般步骤：

①确定原函数的值域，也就是确定反函数的________；

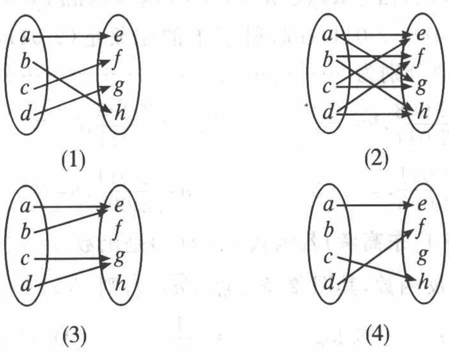
②由 $y=f(x)$ 的解析式求出 $x=f^{-1}(y)$；

③将 x、y 互换，得反函数的一般表达式 $y=f^{-1}(x)$.

思考感悟>>> 函数 $f(x)=x^2$ 存在反函数吗？定义域如何变化就有反函数？

基础回扣热身
JICHUHUIKOURESHEN

1. 下列各对应关系中，是从 A 到 B 的映射的有……（　　）



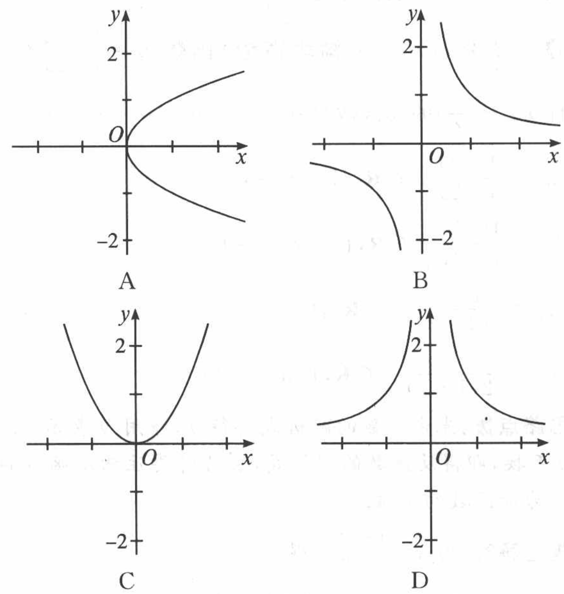
A. (2)(3)　B. (1)(4)　C. (2)(4)　D. (1)(3)

2. 已知集合 $P=\{x|0\leqslant x\leqslant 4\}$，$Q=\{y|0\leqslant y\leqslant 2\}$，下列从 P 到 Q 的各对应关系 f 不是函数的是……（　　）

A. $f: x\to y=\frac{1}{2}x$　　B. $f: x\to y=\frac{1}{3}x$

C. $f: x\to y=\frac{2}{3}x$　　D. $f: x\to y=\sqrt{x}$

3. 下列图象中不能作为函数 $y=f(x)$ 的图象的是……（　　）



4. 已知函数 $y=\begin{cases}x^2+1 & (x\leqslant 0)\\ -2x & (x>0)\end{cases}$，使函数值为 5 的 x 的值是……（　　）

A. -2　　B. 2 或 $-\frac{5}{2}$

C. 2 或 -2　　D. 2 或 -2 或 $-\frac{5}{2}$

5. (2009·上海高考)函数 $f(x)=x^3+1$ 的反函数 $f^{-1}(x)=$________.

6. (密码原创)设 (x,y) 在映射 f 下的象是 $(y-x,x+y)$，则象 $(2\ 010,2\ 012)$ 在 f 下的原象是________.

精典例题示范
JINGDIANLITISHIFAN

题型一　函数的概念

【例1】下列三组函数中，$f(x)$ 与 $g(x)$ 是否为同一函数？

(1) $f(x)=\lg x, g(x)=\frac{1}{2}\lg x^2$；

(2) $f(x)=x, g(x)=\sqrt{x^2}$；

(3) $f(x)=\begin{cases}x+1(-1<x<0)\\ x-1(0<x<1)\end{cases}, g(x)=f^{-1}(x)$.

规范解答：

题型二　映射的概念

【例2】已知映射 $f: A\to B$，其中 $A=B=\mathbf{R}$，对应法则 $f: y=-x^2+2x$，对于实数 $k\in B$，在集合 A 中不存在原象，则 k 的取值范围是……（　　）

A. $k>1$　B. $k\geqslant 1$　C. $k<1$　D. $k\leqslant 1$

规范解答：

题型三　反函数问题

【例3】(12 分)(2009·湖北高考)函数 $y=\frac{1-2x}{1+2x}$($x\in\mathbf{R}$,且 $x\neq-\frac{1}{2}$)的反函数是…………………………(　　)

A. $y=\frac{1+2x}{1-2x}$($x\in\mathbf{R}$,且 $x\neq\frac{1}{2}$)

B. $y=\frac{1-2x}{1+2x}$($x\in\mathbf{R}$,且 $x\neq-\frac{1}{2}$)

C. $y=\frac{1+x}{2(1-x)}$($x\in\mathbf{R}$,且 $x\neq1$)

D. $y=\frac{1-x}{2(1+x)}$($x\in\mathbf{R}$,且 $x\neq-1$)

思路点拨:先由函数的解析式解得 x,即用 y 表示,然后 x、y 互换,即得反函数的解析式,求解时要注意反函数的定义域为原函数的值域.

规范解答:由 $y=\frac{1-2x}{1+2x}$,得

$y(1+2x)=1-2x$,即$(2y+2)x=1-y$

求得:$x=\frac{1-y}{2(1+y)}$…………………………4 分

x、y 互换,得 $y=\frac{1-x}{2(1+x)}$…………………………6 分

由 $y=\frac{1-2x}{1+2x}=-1+\frac{2}{1+2x}\neq-1$ 可知原函数的值域为$\{y|y\neq-1\}$,…………………………8 分

故反函数的定义域为$\{x|x\neq-1\}$.…………………………10 分

所以反函数为 $y=\frac{1-x}{2(1+x)}$($x\in\mathbf{R}$,且 $x\neq-1$),

选 D.…………………………12 分

点评:求反函数的步骤是"一解"、"二换"、"三定义". 所谓一解,即首先由给出的原函数的解析式 $y=f(x)$,反解出用 y 表示 x 的式子 $x=f^{-1}(y)$;二换,即是将 $x=f^{-1}(y)$ 中的 x、y 两个字母互换,得到 $y=f^{-1}(x)$ 即为所求的反函数(即先解后换);三定义,即求出反函数的定义域(即原函数的值域).

变式演练(2009·全国Ⅱ高考)

函数 $y=\sqrt{-x}$($x\leqslant0$)的反函数是…………………………(　　)

A. $y=x^2$($x\geqslant0$)　　B. $y=-x^2$($x\geqslant0$)

C. $y=x^2$($x\leqslant0$)　　D. $y=-x^2$($x\leqslant0$)

方法规律总结

FANGFAGUILVZONGJIE

1. 正确理解函数的概念是关键,函数的本质是一种特殊的对应关系,它的特殊性在于:

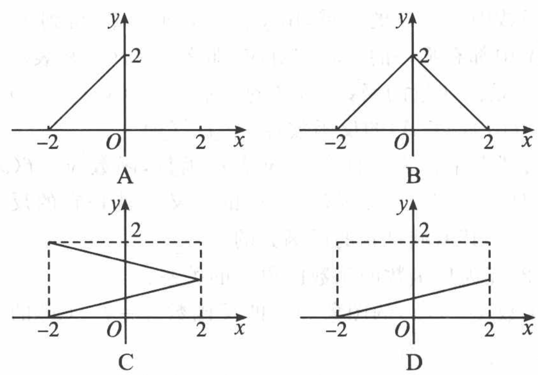
(1)它是非空数集到非空数集的对应;(2)定义域中的每一个元素只有一个函数值;(3)定义域中的每个元素一定有函数值. 确定一个函数需要三个要素:①定义域;②对应法则;③值域. 对应法则是规定元素对应关系的法则,它不一定能够用解析式表示,如列表法和图象法表示的函数. 对于 $f(x)$,可以理解为根据对应法则 f,自变量 x 对应的函数值;也可理解为根据对应法则 f 产生函数 $f(x)$. 表示函数时,前面一般加"函数"二字. 列表法、图象法和解析法是函数三种最常用的表示方法,函数的图象是直观理解函数性质和解决函数问题的有力工具,注意灵活运用.

2. 求反函数时,一要注意在开方时"±"的选取由原函数的定义域确定;二要注意标明反函数的定义域,特别是当使反函数的解析式有意义的自变量的取值集合于反函数的定义域不相同时,更要标明其定义域.

速效提升训练

SUXIAOTISHENGXUNLIAN

1. 设 $M=\{x|-2\leqslant x\leqslant2\}$,$N=\{y|0\leqslant y\leqslant2\}$,函数 $f(x)$的定义域为 M,值域为 N,则 $f(x)$的图象可以是…………(　　)



2. 下列各组函数中,表示同一函数的是………………(　　)

A. $y=x-1$ 和 $y=\frac{x^2-1}{x+1}$　　B. $y=x$ 和 $y=\frac{x^2}{x}$

C. $y=x^2$ 和 $y=(x+1)^2$　　D. $y=\frac{(\sqrt{x})^2}{x}$ 和 $y=\frac{x}{(\sqrt{x})^2}$

3. (密码改编)已知集合 $M=\{(x,y)|x+y=2\}$,映射 $f:M\to N$,在 f 作用下点(x,y)的象是$(2^x,2^y)$,则集合 N 等于(　　)

A. $\{(x,y)|x+y=4,x>0,y>0\}$

B. $\{(x,y)|xy=2,x>0,y>0\}$

C. $\{(x,y)|xy=4,x<0,y<0\}$

D. $\{(x,y)|xy=4,x>0,y>0\}$

4. (密码原创)设 $f:A\to B$ 是从集合 A 到集合 B 的映射,$A=B=\{(x,y)|x\in\mathbf{R},y\in\mathbf{R}\}$,$f:(x,y)\to(ax,y-b)$,若 B 中元素(2 008,2 011)在映射 f 下的原象是(2 011,2 008),则 a、b 的值分别为…………………………(　　)

A. $a=\frac{2\,008}{2\,011}$,$b=-3$　　B. $a=\frac{2\,008}{2\,011}$,$b=3$

C. $a=\frac{2\,011}{2\,008}$,$b=-3$　　D. $a=\frac{2\,011}{2\,008}$,$b=3$

5. (2009·广东高考)若函数 $y=f(x)$是函数 $y=a^x$($a>0$,且 $a\neq1$)的反函数,其图象经过点$(\sqrt{a},a)$,则 $f(x)$等于…(　　)

A. $\log_2 x$　　B. $\log_{\frac{1}{2}}x$　　C. $\frac{1}{2^x}$　　D. x^2

6. 对于一切实数,令$[x]$为不大于 x 的最大整数,则函数 $f(x)=[x]$称为高斯函数或取整函数,则 $f(-0.3)+f(1)+f(1.3)=$________.

魅力数学:复变函数论(2)　复变函数论主要包括单值解析函数理论、黎曼曲面理论、几何函数理论、留数理论、广义解析函数等方面的内容。它以其完美的理论与精湛的技巧成为数学的一个重要组成部分。它曾经推动过一些学科的发展,并且常常作为有力的工具应用在实际问题中,它的基础内容已成为理工科很多专业的必修课程。

§2.2 函数的定义域与解析式

考纲目标锁定
KAOGANGMUBIAOSUODING

1. 理解函数定义域的概念，能熟练地求基本初等函数和复合函数的值域.

2. 在实际情境中，会根据不同的需要选择恰当的方法(如图象法、列表法、解析法)表示函数.

知识要点梳理
ZHISHIYAODIANSHULI

1. 常见函数的定义域

函数	$y=\frac{1}{x}$	$y=\sqrt{x}$	$y=\frac{1}{\sqrt{x}}$	$y=\lg x$	$y=\tan x$
定义域	______	______	______	______	______

2. 函数的定义域

(1)定义：在函数的传统定义中，自变量 x 取值的集合叫做函数的定义域，从映射观点出发的函数定义中，原象的集合叫做函数 $y=f(x)$ 的定义域.

(2)常见函数的定义域的求法：

①如果 $f(x)$ 是整式，那么函数的定义域是实数集 **R**；

②如果 $f(x)$ 是分式，那么函数的定义域是使分母________的实数的集合；

③如果 $f(x)$ 为二次根式，那么函数的定义域是使根号内的式子____________的实数的集合；

④若函数 $y=f(x)$ 中含有 x 的式子在对数式的真数位置时，需使真数________，进而求出 x 的取值范围；当含有 x 的式子在对数式的底的位置时，要通过“底”________且________求出 x 的取值范围；

⑤如果 $f(x)$ 是由几个部分的函数式子构成的，那么函数的定义域是使各部分式子同时有意义的实数的集合.

思考感悟>>> 如何求抽象函数的定义域?

3. 函数的解析式

(1)函数解析式：就是把两个变量的函数关系，用一个等式来表示，这个等式叫做函数的解析表达式，简称解析式.

(2)求函数解析式的常见方法：

①待定系数法：若已知函数的类型，可先把函数写成一般形式，其中系数待定，再由条件求出待定系数的值即可得解.

②换元法：由已知条件 $f[g(x)]=F(x)$，可令 $t=g(x)$，然后反解出 $x=g^{-1}(t)$，代入 $F(x)$ 即可得 $f(t)$ 的表达式.

③代入法：由已积条件 $f[g(x)]=F(x)$，可将 $F(x)$ 改写成 $g(x)$ 的表达式，然后以 x 代入 $g(x)$，便得 $f(x)$ 的表达式，常需“凑配”.

④函数方程法：将 $f(x)$ 作为一个未知数来考虑，建立方程(组)，消去另外的未知数，便得 $f(x)$ 的表达式.

⑤赋值法：求抽象函数的解析式，有时需要对自变量赋予某些特殊值，从而求出其解析式.

思考感悟>>> 如何理解分段函数?

基础回扣热身
JICHUHUIKOURESHEN

1. 函数 $y=\frac{1}{\sqrt{x+1}}$ 的定义域是……………………………… (   )

A. $[-1,+\infty)$　　B. $[-1,0)$

C. $(-1,+\infty)$　　D. $(-1,0)$

2. 下列用图表给出的函数关系中，当 $x=6$ 时，对应的函数值 y 等于……………………………………………………… (   )

x	$0<x\leqslant1$	$1<x\leqslant5$	$5<x\leqslant10$	$x>10$
y	1	2	3	4

A. 2　　B. 3　　C. 4　　D. 无法确定

3. **(密码原创)**已知 $f(x)=\begin{cases}x+2\,010, x\leqslant1\\ -x+2\,012, x>1\end{cases}$，则 $f[f(2\,011)]$ 的值是……………………………………………………… (   )

A. 2 010　　B. 2 012　　C. 2 011　　D. 2 013

4. 已知函数 $y=f(4x-3)$ 的定义域为 $[1,5]$，则函数 $f(x)$ 的定义域是……………………………………………………… (   )

A. $[1,2]$　　B. $[1,17]$　　C. $[1,5]$　　D. $[5,17]$

5. 已知 $f(1+\frac{1}{x})=\frac{2}{x}-1$，则 $f(x)=$________.

精典例题示范
JINGDIANLITISHIFAN

题型一　求函数定义域

【例1】(1)求函数 $f(x)=\frac{\lg(x^2-2x)}{\sqrt{9-x^2}}$ 的定义域；

(2)已知函数 $f(x)$ 的定义域为 $\{x|-2\leqslant x\leqslant2\}$，试求函数 $y=\frac{f(2x)}{x}$ 的定义域.

规范解答：

数学名家：牛顿　牛顿是划时代的科学巨人，他孕育成形了流数术(微积分)、万有引力定律和光学分析的基本思想。用数学方法建立起完整的经典力学体系。他进一步明确了负指数的含义。牛顿研究得出的二项式级数展开式是研究级数论、函数论、数学分析、方程理论的有力工具。蒲柏的著名诗句：大自然和它的规律，隐匿在黑暗中，上帝说，“让牛顿出世!”一切便都分明，这是对牛顿最准确的评价。