

經濟叢書社叢書之二

財政
商業
高等利息計算法

商務印書館發行

經濟叢書社叢書之二

財政
商業

高等利息計算法

商務印書館發行

凡 例

一本書專論銀行存款之計息法，公債票公司債票之算定價格法，計算收益法，創業計劃之計算利益法，有獎債券及其他特種債票之還本法等。說理詳盡，引例博賅。凡具中學之數學程度者，皆能習之。商業學校可採為課本。銀行公司財政官廳以及從事工商業，買賣公債股票有獎儲蓄者，尤視為獲利之寶筏，投資之南針。

一本書卷末附有日息表，年息表，複利表，現價表，年金終價表，年金現價表，年賦金表等。以便習者查考。不必另求他本。

一本書練習問題，另印解法。以便習者正誤之用。

一本書之編纂，以澤田吾一之本為主。而次序另加訂正。

一習者研習本書既畢，欲求深造，可參考歐美日本諸作。茲為介紹如下。

澤田吾一著高等利息算(日本東京)

原口亮平著高等利息算(日本東京)

E. W. Skinner—Mathematical Theory of Investment
(New York)

R. Todhunter—Institute of Actuaries Textbook, Part
1. Interest

C. E. Sprague—Accountancy of Investment (New York)

(以上計算法)

矢野恆太著金利精覽(日本東京)

姚生范漢譯金利精覽(日本東京)

W. H. Oakes—Tables of Compound Interest (London)

M. Rollins—Present Worth Tables

S. Spitzer—Tabellen für die Zinseszinsen-und Renten-Rechnung (Wien)

W. M. Werker—Die Zusammengesetzte Zinsen-und Zeitrenten-oder Annuitätenrechnung (Berlin u. Utrecht).

(以上利息表)

J. Deghuée—Tables of Bond Values (New York)

M. Rollins—Tables showing the Net Returns from Bonds and other Redeemable Securities

(以上債票價值表)

蓋氏對數表(上海商務印書館)

Chamber's Mathematical Tables

(以上對數表)

一本書數字太多。庸有錯誤。再版訂正

注意 書中 γ 係 r 之誤

財政商業高等利息計算法

目 錄

第一編 單利法及複利法.....	1
第一章 單利法.....	1
第一節 求利息法.....	1
第二節 求本利合計法.....	3
第三節 求本金法.....	3
第四節 求利率法.....	3
第五節 求期間法.....	3
第二章 單利求利息之簡法.....	3
第一節 除三遞退法.....	3
第二節 一釐法.....	6
第三章 複利法.....	8
第一節 求本利合計法.....	8
第二節 求現價法.....	11
第三節 求期間法.....	13
第四節 求利率法.....	17
練習問題.....	17
第二編 年金法.....	19

第一章 等比級數.....	19
第二章 年金之種類.....	20
第三章 定期年金.....	21
節一節 求終價法.....	21
節二節 求現價法.....	24
節三節 求年金額法.....	27
節四節 求年金期數法.....	27
第四章 延期年金.....	28
節一節 求現價法.....	28
第五章 永續年金.....	31
節一節 求現價法.....	31
第六章 延期永續年金.....	32
節一節 求現價法.....	32
第七章 按期儲蓄存款.....	32
節一節 按月存款一次之儲蓄存款.....	33
甲 求終價法.....	33
乙 求每次存款額法.....	34
節二節 每二個月存款一次之儲蓄存款.....	34
甲 求終價法.....	34
乙 求每次存款額法.....	35
節三節 每三個月存款一次之儲蓄存款.....	36

甲 求終價法	36
乙 求每次存款額法	36
練習問題	36
第三編 年賦償還法	39
第一章 償還之種類	39
第二章 均等分還法	39
第一節 本利合計均等分還法	39
甲 求年賦金法	40
第二節 延期本利合計均等分還法	41
甲 求年賦金法	41
第三章 不等分還法	42
第一節 遞加分還法	42
甲 求年賦金法	42
第二節 延期遞加兼均等分還法	43
甲 求年賦金法	43
練習問題	44
第四編 公債及債券	46
第一章 一次全還法	46
第一節 求利率法	46
甲 求實際利率法	47

乙 求票面年利率法	48
第二節 求現價法	48
第二章 年賦償還法	51
第一節 不等分還法	51
甲 求現價法	51
第二節 均等分還法	53
甲 求現價法	53
練習問題	55
第五編 特種債券	58
第一章 高等級數	58
第一節 求合計法	58
第二節 用年金終價表及年金現價表求合計之捷法	60
甲 用年金終價表法	60
乙 用年金現價表法	61
第三節 應用問題(求年賦金額)	62
第二章 遞加及遞減分還之債券	63
第一節 遞加分還法	63
甲 求年賦金法	63
第二節 遞減分還法	67
第三章 附利息及獎金之債券	67
第一節 均等分還法	68

甲 求年賦金法.....	68
第二節 本利合計均等分還法.....	71
甲 求年賦金法.....	71
第三節 本利獎金均等分還法.....	74
甲 求年賦金法.....	74
第六編 收益計算法前編.....	79
第一章 插入法.....	79
第二章 插入法之應用.....	80
第一節 二數插入法.....	80
甲 求利率法.....	80
第二節 三數插入法.....	85
甲 求利率法.....	85
練習問題上.....	94
第三章 插入法算式之說明.....	95
第一節 求終價及現價法.....	95
第一法 四數插入法.....	95
第二法 二數插入法.....	101
第三法 三數插入法.....	102
第四法 五數及六數之插入法.....	105
第二節 求利率法.....	106
第一法 二數插入法.....	106

第二法 逆用三數插入法.....	107
第三法 逆用四數插入法.....	109
第四章 插入法之程度.....	111
練習問題下.....	113
第七編 收益計算法後編.....	116
第一章 高次方程式解法之原理.....	116
第二章 高次方程式解法之應用.....	119
第三章 作方程式應注意之點.....	122
第四章 高次近似值之公式.....	125
練習問題.....	129
附 表.....	134
第一 日息換算年息表.....	136
第二 年息換算日息表.....	137
第三 複利表.....	138
第四 現價表.....	143
第五 年金終價表.....	153
第六 年金現價表.....	157
第七 年賦金表.....	161
第八 利息計算用名詞英漢對照表.....	165

財政商業高等利息計算法

第一編 單利法及複利法

第一章 單利法

第一節 求利息法

運用本金所得子息。謂之利息。利息增殖。若按期間爲比例。所生利息不再生息者。謂之單利法。其計算法以本金與利率與期間三者相乘之積爲利息。

單利法之應用。其期間不致過長。若問題中之期間爲年數。則利率應爲週年幾分幾釐。計算利息之公式如下。

$$\text{利息} = \text{本金} \times \text{年利率} \times \text{年數}$$

反之。若問題中之期間爲月數。則應將週年利率以十二月分之。化爲月利率。公式作

$$\text{利息} = \text{本金} \times \frac{\text{年利率}}{12} \times \text{月數}$$

又有求若干日之利息者。則年利率須化爲日利率。計算法有以一年爲三百六十五日者。有以一年爲三百六十日者。不能一致。其公式如下。

$$\text{利息} = \text{本金} \times \frac{\text{年利率}}{365} \times \text{日數}$$

$$\text{或 利息} = \text{本金} \times \frac{\text{年利率}}{360} \times \text{日數}$$

本書末尾附表中。載有年利率換算日利率之表。應用

時可資參考也。

(例題1) 本金三十五萬元。按年利率六釐。問八十五日之利息若干。

$$\begin{aligned}\text{利息} &= 350000 \times \frac{0.06 \times 85}{365} \\ &= 4890.4109\end{aligned}$$

答四千八百九十元四角一分。

(例題2) 存戶某甲。在銀行立有往來存款帳。帳上各存款餘額與存款日數如下。按週息二釐五毫計算其利息。

計 1000 元存十日	1500 元存十五日	1800 元存三日
2300 元存九日	2500 元存五日	2000 元存八日
1600 元存六日	1400 元存四日	600 元存十日
300 元存五日	100 元存十五日	

(解) 先以各餘額與日數相乘。得各積數。積數相加。以週息二釐五毫之日利率乘之。即得利息。

各積數相加如下。

$$\begin{aligned}10000 + 22500 + 5400 + 20700 + 12500 + 16000 + 9600 + 5600 + \\ 6000 + 1500 + 1500 = 111300\end{aligned}$$

查附表中。年利率換算日利率表。得 $0.025 \div 360 = 0.00006944$ 。各銀行大抵用 0.00007 。以便計算。茲從銀行之例。

$$111300 \times 0.00007 = 7.791$$

答七元七角九分。

第二節 求本利合計法

就前節公式計算利息。再加本金。即得本利之合計數。否則若按下列公式計算亦可。(按期間爲月數。則利率應化爲月率。期間爲日數。利率應化爲日率。以下統稱期間利率。不分年月日。學者可按題意分別類推。)

$$\text{本利合計} = \text{本金} \times (1 + \text{利率}) \times \text{期間}$$

(注意) 各銀行之定期存款。適用前二種計算法。往來存款在一期以內。亦適用之。

第三節 求本金法

已知利息期間利率欲求本金者。其公式如下。

$$\text{本金} = \text{利息} \div (\text{利率} \times \text{期間})$$

$$\text{或 本金} = \text{本利合計} \div (1 + \text{利率} \times \text{期間})$$

第四節 求利率法

求利率之公式如下。

$$\text{利率} = \text{利息} \div (\text{本金} \times \text{期間})$$

第五節 求期間法

求期間之公式如下。

$$\text{期間} = \text{利息} \div (\text{本金} \times \text{利率})$$

第二章 單利求利息之簡法

第一節 除三遞退法

(The third, tenth and tenth rule)

凡每年以三百六十五日計息者。適用此法。法以本金與年利率與日數三者相乘之積。二倍之。將小數點移前三位。而與此數之三分之一，三十分之一，（就三分之一數將小數點移前一位。即係三十分之一數。）及三百分之一（就前數將小數點再移前一位。即係三百分之一數。）諸數相加。然其結果較之真值。約大萬分之一。故再減去萬分之一數。（就前得數將小數點移前四位。即其萬分之一數。）即得利息之數矣。算式如下。

先就 $\frac{1}{365}$ 變形

$$\begin{aligned}\frac{1}{365} &= \frac{2}{730} = 2 \times \left\{ 1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{30} + \frac{1}{300} \right\} \times \frac{10}{10001} \\ &= 2 \times \left\{ 1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{30} + \frac{1}{300} \right\} \times \frac{1}{1000} \times \left\{ 1 - \frac{1}{10000} \right\} \\ &\quad \times 1.00000001\end{aligned}$$

故 $\frac{\text{本金} \times \text{年利率} \times \text{日數}}{365}$

$$\begin{aligned}&= \text{本金} \times \text{年利率} \times \text{日數} \times 2 \times \frac{1}{1000} \times \left\{ 1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{30} + \frac{1}{300} \right\} \\ &\quad \times \left\{ 1 - \frac{1}{10000} \right\} \times 1.00000001\end{aligned}$$

（例題1）本金三十五萬元。按年利率六釐。每年作三百六十五日計。試算八十五日之利息。

$$\begin{array}{r}
 35\ 0000 \\
 \times\ 85 \dots\dots\dots \text{日數} \\
 \hline
 175 \\
 280 \\
 \hline
 2975\ 0000 \\
 \times\ 0.06 \dots\dots\dots \text{年利率} \\
 \hline
 1785\ 000 \\
 \times\ 2 \dots\dots\dots \text{二倍之} \\
 \hline
 3570.000 \\
 1190 \dots\dots\dots \text{上數之三分之一} \\
 119 \dots\dots\dots \text{上數退後一位} \\
 +\ 11.9 \dots\dots\dots \text{上數再退後一位} \\
 \hline
 4890.900 \dots\dots \text{以上四數之合計} \\
 -\ .48909 \dots\dots \text{上數退後四位} \\
 \hline
 4890.41091 \dots\dots \text{答數}
 \end{array}$$

答四千八百九十元四角一分。

按此法所得之答數較之真值約小一億分之一。遇十萬元之利息約小一釐所差甚微。無關出入。普通應用。已可採用。若再求精密之值。可就前答數再加退後八位之數。即得最精之值。較之真值僅小一京分之一矣。

試就上法演算得

4890.41091

$$\frac{489041091}{4890.4109589041091}$$

按前章例題 1 算法證之

$$\frac{350000 \times 0.06 \times 85}{365} = \frac{1785000}{365} = 4890.41095890410958904$$

答數之小數點後第十三位。差4890……等數。欲求符合。可再遞加退後十六位之數。及所得答數退後三十二位之數等。此屬學理。所差太微。固無補於實際也。

第二節 一釐法(One per cent method)

此亦單利計息之一簡法。凡一年以三百六十日計息者。適用之。法取各種利率按利率一釐應得之日數。製成一表。以爲標準。計算時以問題中日數分析爲數個數目。內中一個必須與表中該利率一釐應得之日數相同。此爲標準數。其餘諸數目爲標準數之倍數或分數。將本金小數點移前二位。即得標準日數之利息。其餘日數之利息。自可按比例計算利息。諸利息數目相加。即利息之總數矣。

若問題中日數較少於表中利率一釐應得之日數者。可由標準日數減去標準日數之若干分數。以適應於問題中之日數。其利息仍就本金縮小百倍再減此數之若干分數。即得利息數矣。

利率一釐應得之日數表

年 利 率	利率一釐應得之日數
3%	120
4%	90
4½%	80
5%	72
5%	60
8%	45
9%	40
10%	36
12%	30
15%	24
18%	20

(例題2) 按年利率四釐求五萬四千七百五十元存一百十四日之利息。

(甲法) 先分析 114 日。得 $114 = 90 + 15 + 9$ 。

90日 547.50... 本金小數點移前二位。

即九十日之利息數。

+15日 = $\frac{1}{6} \times 90$ +91.25... 十五日之利息數。

+ 9日 = $\frac{1}{10} \times 90$ +54.75... 九日之利息數。

114日 693.50... 一百十四日之總利息

數。