



新课标 • 全解与精练系列

初中数学

教材全解与精练

(七年级上)

本书编写组 编



CHUZHONG SHUXUE
JIAOCAI QUANJIE YU JINGLIAN

SHUXUE

上海交通大学出版社

全解·精练·中考·二轮·高三·四校·五校·六校·七校·八校·九校·十校·十一校·十二校·十三校·十四校·十五校·十六校·十七校·十八校·十九校·二十校·二十一校·二十二校·二十三校·二十四校·二十五校·二十六校·二十七校·二十八校·二十九校·三十校·三十一校·三十二校·三十三校·三十四校·三十五校·三十六校·三十七校·三十八校·三十九校·四十校·四十一校·四十二校·四十三校·四十四校·四十五校·四十六校·四十七校·四十八校·四十九校·五十校·五十一校·五十二校·五十三校·五十四校·五十五校·五十六校·五十七校·五十八校·五十九校·六十校·六十一校·六十二校·六十三校·六十四校·六十五校·六十六校·六十七校·六十八校·六十九校·七十校·七十一校·七十二校·七十三校·七十四校·七十五校·七十六校·七十七校·七十八校·七十九校·八十校·八十一校·八十二校·八十三校·八十四校·八十五校·八十六校·八十七校·八十八校·八十九校·九十校·九十一校·九十二校·九十三校·九十四校·九十五校·九十六校·九十七校·九十八校·九十九校·一百校

新课标·全解与精练系列

初中数学

教材全解与精练

七年级(上)

初中数学 教材全解与精练

七年级(上)

上海财经大学出版社

地址：上海市威海路755号

电话：(021) 62431554

邮编：200240

网址：<http://www.shup.cn>

电子邮箱：shup@shup.cn

上海交通大学出版社

地址：上海市威海路755号

内 容 提 要

本书根据新课标理念,贯彻新课改精神,按照最新上海二期教材编写。全书分为“教材全解”和“课后精练”两大部分。“教材全解”细致、全面、透彻解读教材,分析重点、难点、疑点,精讲典型例题,突出方法,总结规律,帮助学生提高预习、复习效果。“课后精练”题量适当、题型丰富,帮助学生巩固基础,提高能力,突破思路,应对测试。

图书在版编目(CIP)数据

初中数学教材全解与精练. 七年级. 上/本书编写组
编. —上海: 上海交通大学出版社, 2009
(新课标·全解与精练系列)
ISBN 978-7-313-05923-9

I. 初… II. 本… III. 数学课—初中—教学参考资料
IV. G634.603

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2009)第 127985 号

初中数学教材全解与精练

七年级(上)

本书编写组 编

上海交通大学出版社出版发行

(上海市番禺路 877 号 邮政编码 200030)

电话: 64071208 出版人: 韩建民

上海崇明南海印刷厂印刷 全国新华书店经销

开本: 787mm×1092mm 1/16 印张: 12.25 字数: 299 千字

2009 年 8 月第 1 版 2009 年 9 月第 2 次印刷

印数: 3031~6060

ISBN 978-7-313-5923-9/G 定价: 20.00 元

版权所有 侵权必究

前言

当前数学教育囿于应试,使得原本生动有趣的教育活动变得枯燥无味,负担奇重,苦了学生,难了教师.如何改变这种困境,成了数学教改必须解决的课题.

我们经过多年上海二期课改教学探索与试验,深感要走出这一困境,应在以下三方面下功夫.

1. 抓住知识与语言的教学,构建数学基本概念、基本原理的意象,是理解、运用概念的重要途径,强化数学语言形态(自然语言、符号语言、图像语言)的“互译”(互相转化)是促进左、右脑协调发展的极佳训练,也是落实三基(基础知识、基本技能、基本方法)的必由之路.

2. 注意数学思想方法的概括、提炼和科学学习方法的指导,是提高学习质量与效率的根本教育,也是学生终生受益的教育.

3. 既教书又育人是中华教育的传统.中国的数学教育从中汲取了丰富的“营养”.本书不惜篇幅,写了“基础知识详解与要点点拨”、“典型例题精讲与规律、方法、技巧总结”、“知识联与拓展”等趣味盎然的材料,使学生受到数学文化的陶冶,初步了解数学的科学价值、应用价值、美学价值,激发学生浓厚的兴趣和对科学规律的好奇心、探究欲,为提高创新思维实践能力创造条件.

此次因编写《初中数学教材全解与精练》系列丛书之机,乘上海二期课改的东风,大胆进行了尝试.希望为教育助学类图书的编纂,吹入一点新风;为学生走出“题海”,放飞思维任意翱翔;为提高学生数学素养,建立创新型国家作出奉献!

限于水平,错失之处,敬请读者、专家指正,以利重印改正.参与本书策划的是陈敬山、杨正家等,由杨正家担任主编、审阅全稿,参加本书编撰的有郭秀丽、韩晓苇、吕飞、吴其胜、朱美琴、孙静贤等多位上海市名校骨干教师.

本书编写组

目 录

教材全解

第九章 整式	3
第1节 整式的概念	3
9.1 字母表示数	3
9.2 代数式	6
9.3 代数式的值	10
9.4 整式	13
第2节 整式的加减	16
9.5 合并同类项	16
9.6 整式的加减	19
第3节 整式的乘法	22
9.7 同底数幂的乘法	22
9.8 幂的乘方	24
9.9 积的乘方	26
9.10 整式的乘法	28
第4节 乘法公式	31
9.11 平方差公式	31
9.12 完全平方公式	34
第5节 因式分解	38
9.13 提取公因式法	38
9.14 公式法	41
9.15 十字相乘法	44
9.16 分组分解法	46
第6节 整式的除法	50
9.17 同底数幂的除法	50
9.18 单项式除以单项式	52
9.19 多项式除以单项式	54

第十章 分式	57
第1节 分式	57
10.1 分式的意义	57
10.2 分式的基本性质	59
第2节 分式的运算	61
10.3 分式的乘除	61
10.4 分式的加减	63
10.5 可以化为一元一次方程的分式方程	66
10.6 整数指数幂及其运算	67
第十一章 图形的运动	69
第1节 图形的平移	69
11.1 平移	69
第2节 图形的旋转	71
11.2 旋转	72
11.3 旋转对称图形与中心对称图形	74
11.4 中心对称	75
第3节 图形的翻折	77
11.5 翻折与轴对称图形	77
11.6 轴对称	79

课后精练

第九章 整式	83
§ 9.1 能力自测题	83
§ 9.2 能力自测题	84
§ 9.3 能力自测题	85
§ 9.4 能力自测题	86
§ 9.5 能力自测题	87
§ 9.6 能力自测题	89
§ 9.7 能力自测题	90
§ 9.8 能力自测题	91

目 录

§ 9.9 能力自测题	93
§ 9.10 能力自测题	94
§ 9.11 能力自测题	96
§ 9.12 能力自测题	97
§ 9.13 能力自测题	98
§ 9.14 能力自测题	100
§ 9.15 能力自测题	101
§ 9.16 能力自测题	102
§ 9.17 能力自测题	104
§ 9.18 能力自测题	105
§ 9.19 能力自测题	106
本章单元测试卷 A	109
本章单元测试卷 B	111
第十章 分式	114
§ 10.1 能力自测题	114
§ 10.2 能力自测题	115
§ 10.3 能力自测题	117
§ 10.4 能力自测题	119
§ 10.5 能力自测题	121
§ 10.6 能力自测题	122
本章单元测试卷 A	124
本章单元测试卷 B	126
第十一章 图形的运动	128
§ 11.1 能力自测题	128
§ 11.2 能力自测题	130
§ 11.3 能力自测题	133
§ 11.4 能力自测题	136
§ 11.5 能力自测题	137
§ 11.6 能力自测题	142
本章单元测试卷 A	145
本章单元测试卷 B	148

目 录

月考测试 1(范围 § 9.1~ § 9.12)	151
月考测试 2(范围 § 10.1~ § 10.6)	153
期中模拟测试卷	155
期末模拟测试卷 A	158
期末模拟测试卷 B	161
期末模拟测试卷 C	164
参考答案	167

教材全解

JIAO CAI QUAN JIE

紧扣课标,教材同步;
步步推进,逐次深入;
讲解精细,面面俱到;
围绕重点,突破难点;
典型例题,方法剖析;
易错题析,举一反三;
规律总结,对接中考.

第九章 整 式

本章综合解说

小学里已学习了数的运算,现在我们用字母表示数,字母可以和数一样进行运算,这就产生了式的运算.式的运算法则是从数的运算演变而来的,式的运算是一种符号运算,内容丰富.本章主要学习整式的加减乘除运算以及因式分解的方法,这些知识将为今后的数学学习奠定基础.

本章可分为三部分,第一部分是整式的概念,第二部分是整式的运算,第三部分是因式分解.

第1节 整式的概念



字母表示数

【知识结构框图表解】



【本节解读】

字母表示数是人类认识的一个飞跃,字母表示数具有简明、普遍的优越性.从具体的数过渡到用字母表示数,渗透了从特殊到一般的抽象概括的思维方式.

【基础知识详解与要点点拨】

1. 字母可表示运算律、运算法则

如:加法交换律表示为: $a+b=b+a$ (a, b 表示任意的有理数).

减法法则表示为: $a-b=a+(-b)$ (a, b 表示任意的有理数).

目前,运算律、运算法则中的字母可以表示任一个有理数.

2. 字母可表示计算公式

如:圆的半径是 r , 圆的面积为 S , 那么 $S=\pi r^2$.

这里公式中的字母表示在一定范围内变化的数.

3. 字母可表示方程里的未知量

如:长方形的长比宽多 12 米, 周长为 96 米, 求它的长与宽.

解: 设宽是 x 米, 则长是 $(x+12)$ 米.

由题意得: $2(x+x+12) = 96$

$$2x+12=48$$

$$x=18(\text{米})$$

$$x+12=30(\text{米})$$

答: 长方形宽是 18 米, 长是 30 米.

这里的字母代表的是一个满足等式的数.

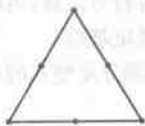
4. 字母可表示可探索的数字规律

如: 如图 9-1、9-2、9-3, 用火柴棒搭三角形



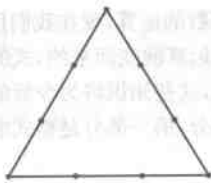
第一个

图 9-1



第二个

图 9-2



第三个

图 9-3

如果搭出第二十一个三角形需 _____ 根火柴棒;

如果搭出第三十个三角形需 _____ 根火柴棒;

.....

如果搭出第 n 个三角形需 _____ 根火柴棒.

解: 如果搭出第二十一个三角形需 60 根火柴棒; 如果搭出第三十个三角形需 90 根火柴棒; 如果搭出第 n 个三角形需 $3n$ 根火柴棒.

这里的字母一般表示正整数.

解本题时, 寻找规律, 再由特殊到一般.

5. 用字母表示数的几点注意

(1) 用字母表示数是数学从算术到代数的一大进步, 是代数的显著特点, 必须逐步适应从数到字母的过渡, 着眼于一般性数学规律的研究.

(2) 一般地, 用字母表示的数是某个范围内所有数的代表, 具有普遍性, 又是这个范围内的任意一个数, 具有任意性. 因此, 用字母表示数可以简明地表达数量间的关系, 表达数的各种运算律、法则、性质.

(3) 用字母表示的数虽然具有普遍性、任意性, 但还要受该字母所表示的量和该字母在算式中的情况及实际生活规律等限制.

(4) 用字母表示数, 同一个问题中的相同量要用同一个字母表示, 不同量必须用不同字母表示. 同一个字母在不同问题中的意义可以不同.

(5) 用字母表示数时, 一些规定的、约定俗成的表示习惯我们要遵循.

【典型例题精讲与规律、方法、技巧总结】

例 1 黑板的长为 2.5 米, 宽为 b 米, 则它的面积和周长分别是多少?

解题策略: 本题是依据长方形的性质求解的, 要熟记长方形的面积公式、周长公式.

解: 面积 $= 2.5 \times b = 2.5b(\text{米})$

周长 $= (2.5 + b) \times 2 = 2(2.5 + b)$

注意: 数字与字母或数字与括号相乘时, 通常省略乘号, 但要把数字写在字母或括号的前面.

例 2 下列叙述的事件中, 字母各表示什么?

(1) 扇形的面积公式为 $\frac{n\pi r^2}{360}$;

(2) 每小时行驶 100 千米的汽车行驶了 $100t$ 千米;

(3) 买 4 支钢笔用了 $4a$ 元.

解题策略: 不同的实际情境中的字母表达的意义不同,要结合情境考虑.

解: (1) n 表示扇形的圆心角的度数, r 表示扇形的半径;

(2) t 表示汽车行驶的时间;

(3) a 表示 4 支钢笔的平均单价.

注意: 公式中的字母有其固定的意义,但出现在别的问题中的意义就不一定相同. 所以必须考虑特定的情境,再分析字母的意义.

例 3 设某数为 x , 用 x 表示下列各数:

(1) 某数的平方的相反数; (2) 比某数的三倍大 7; (3) 7 加上某数的和的三倍;

(4) 某数与 5 的和除以某数; (5) 某数的 $1\frac{1}{3}$ 倍减去 2 的差.

解题策略: 解本题的关键是审清题意,审题时要抓住关键字,如和、差、积、商、多、少、几倍、几分之几等;要注意书写的规范;按“先读先写”的规则表示.

解: (1) $-x^2$; (2) $3x+7$; (3) $3(7+x)$; (4) $\frac{x+5}{x}$; (5) $\frac{4}{3}x-2$.

注意: 书写规范的通常约定:

(1) 式中出现乘号,通常乘号写作“ $\cdot$ ”或省略不写. 如 $6 \times a$ 常写成 $6 \cdot a$ 或 $6a$.

(2) 数字与字母相乘,将数字写在字母前面(1 省略不写). 如 $6a$ 不写成 $a6$.

(3) 数字与数字相乘,一般仍用“ $\times$ ”号.

(4) 式中出现除法运算,一般按照分数的写法书写. 如 $2 \div a$ 通常写成 $\frac{2}{a}$.

(5) 表示字母与分数的积时,分数是带分数要化成假分数. 如: $1\frac{1}{2}a$ 要写成 $\frac{3}{2}a$, 免得产生 $1 \times \frac{1}{2} \times a$ 的误解. 另外的一些约定在以后逐步了解.

例 4 观察下列各式: 第一式: $1 \times 2 \times 3 \times 4 + 1$; 第二式: $2 \times 3 \times 4 \times 5 + 4$; 第三式: $3 \times 4 \times 5 \times 6 + 9$; 第四式: $4 \times 5 \times 6 \times 7 + 16$; 用含字母 n 的式子表示第 n 个式子.

解题策略: 归纳一般性的规律,应从最基本、最简单的情形入手思考,本题观察前四个式子的特点,从变化中发现一般性的特点,这样便于发现其中的规律,也是一个从特殊到一般的过程,这也是常用的解题方法和策略.

解: 第 n 个式子是 $n(n+1)(n+2)(n+3) + n^2$.

注意: 本题中的字母 n 是正整数,要注意字母的取值必须使实际问题中提炼出的数量有意义.

【知识联系与拓展】

例 5 如图 9-4, 边长为 m 的正方形卡片, 四个角上分别剪去一个边长为 n 的正方形 ($m > 2n$), 然后折成一个无盖的长方体盒子, 如图 9-5, 试写出计算这个无盖长方体的体积和表面积公式.

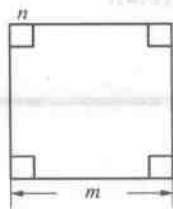


图 9-4

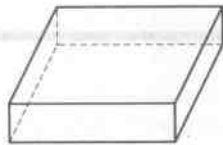


图 9-5

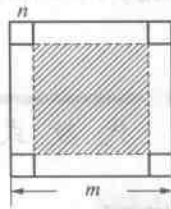


图 9-6

解题策略: 长方体体积等于它的长、宽、高三者的乘积,也等于它的底面积乘以高. 由本题的条件可知: 长方体盒子的高为 n , 而底面是一个正方形, 关键是求出它的边长.

要求这个无盖长方体的表面积, 它既可以看成是由底面正方形与四块侧面拼成, 也可以看成一个大正方形剪去四个小正方形所得.

解法一：由图 9-6 可知，无盖长方体的底面为有阴影的正方形，它的边长为 $m-2n$ ，所以长方形的底面积为 $(m-2n)^2$ ，该长方体的高为 n ，故长方体的体积公式为：

$$V = n(m-2n)^2.$$

无盖长方体的表面由一个正方形底面和四个矩形侧面所组成，每个矩形的长、宽分别为 $m-2n$ 和 n ，面积为 $n(m-2n)$ ，而底面积为 $(m-2n)^2$ ，所以其表面积公式为：

$$S = (m-2n)^2 + 4n(m-2n).$$

解法二：同解法一得 $V = n(m-2n)^2$.

无盖长方体的表面的实质可看成一个大正方形剪去四个小正方形，所以表面积等于大正方形的面积与四个小正方形的面积之差，即 $S = m^2 - 4n^2$.

注意：不同角度思考会有不同的解法，数学学习中有选优思想，显然，解法二优于解法一，要更简捷.

例 6 下列用字母表示的式子都有其特定的意义，请结合已学知识和经验对它们作出说明.

(1) $m+n=0$; (2) $mn<0$; (3) $mn=0$; (4) $mn\neq 0$; (5) $mn=1$; (6) $mn=-1$.

解题策略：字母所表示的具有特定意义的式子非常简明，充分体现了用字母表示数的重要作用，理解这些式子的特定意义，实质是体悟隐含其中的内涵，这要靠平时多思考和积累.

解：(1) $m+n=0$ 表示 m, n 互为相反数； (2) $mn<0$ 表示 m, n 异号；
(3) $mn=0$ 表示 m, n 中至少有一个为 0； (4) $mn\neq 0$ 表示 m, n 均不为 0；
(5) $mn=1$ 表示 m, n 互为倒数； (6) $mn=-1$ 表示 m, n 互为负倒数.

【历届中考题解析与注意的问题】

例 7 观察下列各式： $1^2+1=1\times 2$ ， $2^2+2=2\times 3$ ， $3^2+3=3\times 4$ ，...

请你将猜想到的规律用自然数 $n(n\geq 1)$ 表示出来_____.

解题评析：该题是通过观察寻找规律，用字母表示所得规律的问题，这是近年中考命题的热点问题，目的是考查学生观察分析及探究的能力. 通过观察分析，该题的左边是一自然数的平方加上这个自然数，右边是这个自然数与下一个自然数的积，所以其规律用自然数 $n(n\geq 1)$ 来表示应为： $n^2+n=n(n+1)$.

解： $n^2+n=n(n+1)$

例 8 电视剧飞天奖今年有 a 部作品参赛，比去年增加了 40% 还多 2 部. 设去年参赛的作品有 b 部，则 b 是 ()

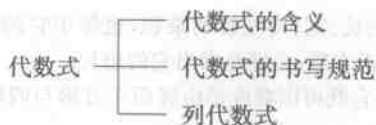
- A. $\frac{a+2}{1+40\%}$ B. $a(1+40\%)+2$ C. $\frac{a-2}{1+40\%}$ D. $a(1+40\%)-2$

解题评析：因为去年的作品是 b 部，增加 40% 后的作品为 $b(1+40\%)$ ，而今年又比去年增加后的作品多 2 部，所以今年的作品为 $a=b(1+40\%)+2$ ，所以去年的作品 $b=\frac{a-2}{1+40\%}$. 应选 C. 选项 A 是把多的 2 部当作了去年增加后比今年多 2 部，选项 B、D 是把 a 当作 b 去理解了，所以都是错误的.



9.2 代数式

【知识结构框图表解】



【本节解读】

列代数式,即用字母把数和数量关系简明地表示出来,是在学习了有理数的基础上,结合学生已有的生活经验,使学生的思维实现由数到式的飞跃.它是对字母表示数的意义的进一步理解,领悟字母“代”数的数学思想.它也是研究数量关系和变化规律的数学模型之一,可以帮助人们从数量关系的角度更准确清晰地认识、描述和把握现实世界,体验到数学与现实生活的紧密联系,认识到数、符号是刻画现实世界的重要语言,提高数学语言的表达能力.学习好这部分内容为今后学习列方程解应用题作准备.这部分内容在本章起着承上启下的作用.

【基础知识详解与要点点拨】

1. 代数式的含义:用运算符号和括号把数或表示数的字母联结而成的式子叫做代数式.单独一个数或一个字母也是代数式.如 $n-2$ 、 $0.8a$ 、 $2n+500$ 、 abc 、 $2ab+2ac+2bc$ 、 $\frac{1}{3}a$ 、 0 、 y 等式子都是代数式.

2. 代数式的书写规范:

对代数式的书写一般有如下规范:

(1) 代数式中用到乘号,若是数字与数字相乘,“ $\times$ ”号不能省略,若是数字与字母相乘或字母与字母相乘,通常乘号写作“ $\cdot$ ”或省略不写.如 $a \times b$ 写成 $a \cdot b$ 或 ab .

(2) 数字与字母相乘时,将数字写在字母前面(1省略不写).如 $5a$ 一般不写成 $a5$; $1a$ 写成 a .

(3) 表示字母与分数的积时,若分数是带分数要化成假分数.如: $1\frac{1}{2}a$ 要写成 $\frac{3}{2}a$.

(4) 代数式中出现的相除关系、比的关系,一般按照分数的写法书写.如 $a \div b$ 写成 $\frac{a}{b}$.

(5) 表示几个字母相乘的积一般按 26 个字母顺序书写.如 ba 一般写成 ab .

(6) 当用含字母的代数式表示一个有单位的结果时,若代数式中含有“+、-”运算符号,一般要将整个代数式括在括号里,再添写单位.如 $(2a+b)$ 本.

3. 列代数式

数学语言大致有三种形式:符号语言、文字语言(自然语言)、图形语言,这三种形式之间的相互融会贯通,是学好数学的基础,也是学代数的基本功之一.列代数式就是将文字语言转化成符号语言,使数学看起来更简洁易懂,运算也比较方便.

列代数式时要领如下:

(1) 按“先读先写”的原则列代数式.

(2) 按运算顺序,合理利用括号列代数式.

(3) 正确理解“和”、“差”、“积”、“商”、“大”、“小”、“多”、“少”、“倍”、“几分之几”、“%”、“半”等运算含义及其之间的关系.

(4) 要慎重对待某些逆运算的关系.如设甲数为 x ,甲乙两数的和为 a ,用代数式表示乙数,不能表示成 $x+a$,而应表示为 $a-x$.

【典型例题精讲与规律、方法、技巧总结】

例 1 下列各式,哪些是代数式?

① $x+6$ ② $a^2+b=b+a^2$ ③ $4x+1>7$ ④ b ⑤ 0 ⑥ $\frac{2}{3}-x$ ⑦ $4a+3 \neq 0$

⑧ 2^3-6 ⑨ $8m+2n<0$

解题策略:①、⑥、⑧是典型的用运算符号将数或表示数的字母联结而成.④、⑤属于单独一个数或一个字母.②是一个等式,③、⑦、⑨是不等式.

解:①、④、⑤、⑥、⑧是代数式;②、③、⑦、⑨不是.

注意:用等号或不等号联结的式子不是代数式.单独一个字母或一个数字都是代数式.

例2 根据下列语句列代数式.

- (1) x 与 y 的和的 $\frac{4}{7}$; (2) x 与 y 的 $\frac{4}{7}$ 的和.

解题策略: 列代数式关键是找出运算的顺序, 即语句中叙述的顺序. (1) 中先求和, 再将和乘以 $\frac{4}{7}$, 而 (2) 中先求 y 乘以 $\frac{4}{7}$ 的结果, 再把结果与 x 相加, 得到和. (1) 中打括号保证先算加法再算乘法, $\frac{4}{7}$ 写在括号前因为“数字与字母相乘, 数字在前, 且可以省略乘号”.

(2) 中的加法、乘法混合运算, 本身就先算乘法再算加法, 故 $\frac{4}{7}y$ 不需打括号.

解: (1) $\frac{4}{7}(x+y)$; (2) $x + \frac{4}{7}y$.

注意: 列代数式按“先读先写”的原则.

例3 b 千克增加 35% 后是_____千克.

解题策略: “增加”就是在原有的基础上加上一部分, 这一部分就是 b 的 35%, 即 35% b .

解: $(b+35\%b)$ 千克, 也可写作 $(1+35\%)b$ 千克.

注意: 根据语句列代数式, 首先找出关键词, 确定运算顺序, 再列代数式.

例4 用代数式表示:

- (1) 汽车每小时行驶 60 千米, t 小时行驶_____千米;
 (2) 哥哥今年 a 岁, 比妹妹大 b 岁, 妹妹今年_____岁;
 (3) n 行树一共有 m 棵, 平均每行树有_____棵;
 (4) 某件商品原价 x 元, 春节期间以 8 折出售, 则打折后售价为_____元;
 (5) x 与 y 和的平方的 $1\frac{3}{4}$ 倍;

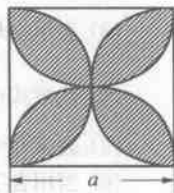


图 9-7

(6) 如图 9-7, 正方形的边长为 a , 求阴影部分的面积 S .

解题策略: 本题考查用代数式表示几个比较简单的数量关系, 题(1)关键掌握行程问题中三量的关系, 即路程=时间 $\times$ 速度. 题(2)关键在于分清大数、小数的和差关系. 题(3)在于区分份数. 题(4)是一道联系实际的题目, 要弄清打折的含义. 题(5)注意平方和与和平方区别. 此类题解题关键之一是抓住语句中的关键词语, 如: “和、差、倍、份、倒数、积、商、平方”等, 并熟悉它们所对应的每一种运算. 第二是分清运算的顺序, 一般按“先读先写”的原则确定其先后顺序. 题(6)阴影部分面积可以看作两个以 a 为直径的圆的面积减去正方形的面积.

解: (1) $60t$; (2) $a-b$; (3) $\frac{m}{n}$; (4) $80\%x$; (5) $\frac{7}{4}(x+y)^2$;

(6) 解: $S = \text{两个以 } a \text{ 为直径的圆的面积} - \text{正方形的面积} = 2\pi\left(\frac{a}{2}\right)^2 - a^2 = \frac{\pi}{2}a^2 - a^2$.

注意: 列代数式时, 一定要熟悉书写代数式时应注意的几点事项: 字母与数字相乘, 数字因数要写在字母的前面, 乘号可省略; 数字因数是“1”可省略不写; 是带分数要写成假分数; 数量之间含有“除”的关系, 式子一般写成分数形式.

例5 说出下列代数式的意义.

- (1) $\frac{a}{2} - 5$; (2) $\frac{1}{2}(a-5)$; (3) $\frac{2c}{a+b}$; (4) $\frac{2c}{a} + b$; (5) $(a-b)^2$; (6) $a^2 - b^2$.

解题策略: 本例中(1)与(2), (3)与(4), (5)与(6)实质为对比题型, 它们的意义易混淆, 要注意二者读法的区别. 可见, 学好数学还得有扎实的文字基础.

解: (1) $\frac{a}{2} - 5$ 的意义是 a 的一半与 5 的差; (2) $\frac{1}{2}(a-5)$ 的意义是 a 与 5 的差的一半;

(3) $\frac{2c}{a+b}$ 的意义是 $2c$ 除以 a 与 b 的和的商;

(4) $\frac{2c}{a} + b$ 的意义是 $2c$ 除以 a 的商与 b 的和;

(5) $(a-b)^2$ 的意义是 a 与 b 的差的平方;

(6) $a^2 - b^2$ 的意义是 a 与 b 的平方差.

注意: 本题考查用语言表达代数式的意义. 以上的叙述都不是惟一的, 仅作参考.

例 6 请展开联想, 结合你的生活实际, 设计具体情境, 解释代数式 $(1+20\%)a$ 可表示什么实际意义? 代数式 $2x^3$ 又可代表什么实际意义?

解题策略: 代数式的意义可以从两个方面理解: 一般意义和实际意义. 对于同一个代数式, 如要求用语言表述它的一般意义, 只要能说出代数式所包含的运算、顺序正确即可; 如要求说出代数式的实际意义, 则要联系实际, 设定相应的情境, 赋予代数式中的数、字母一定的实际意义.

解: 此题答案不唯一, 现给出一个范例:

① 若 a 表示某工厂第一年的产值, 第二年产值增加 20% , 则 $(1+20\%)a$ 表示此工厂第二年的产值.

② 若 x 表示正方体的边长, 则 x^3 表示正方体的体积, 则 $2x^3$ 表示 2 个边长为 x 的正方体的体积.

注意: 第一个代数式表示增长, 只要让 a 表示一个量即可. 而 $2x^3$ 中进行立方的是 x , 一般来说求体积比较常用立方, 也可直接用 x^3 代表一个量. 这类题具有开放性, 可发挥想象力, 只要说法合情合理, 没有曲解代数式的意义即可. 对于生动、形象的语言解释更值得提倡, 这样能更好地锻炼想象和思维能力.

【知识联系与拓展】

例 7 用代数式表示图中阴影部分的面积.

解题策略: 阴影面积 = 总面积 - 空白面积. 总面积和空白部分都是圆, 利用圆的面积公式分别求出再相减.

解: $\pi R^2 - \pi r^2$.

注意: 组合图形没有现成的公式直接求出, 故要认真审视图形, 找出图形间的关系解题.

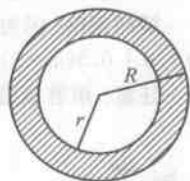


图 9-8

例 8 甲、乙两地之间公路全长为 100 千米, 某人从甲地到乙地每小时走 v 千米, 用代数式表示:

(1) 某人从甲地到乙地需要走多少小时?

(2) 若每小时减少 2 千米, 需要多少小时?

(3) 减速后比原来慢多少小时?

解题策略: 这个实际问题是研究距离、速度与时间的关系, 属于行程问题. 它的基本关系是: 距离 = 速度 $\times$ 时间或速度 = $\frac{\text{距离}}{\text{时间}}$ 或时间 = $\frac{\text{距离}}{\text{速度}}$, 按照这个关系来具体分析本题就不难找出它们的代数式了.

解: (1) 某人从甲地到乙地需要走 $\frac{100}{v}$ 小时.

(2) 若每小时速度减少 2 千米, 此时速度为 $(v-2)$ 千米, 需要走 $\frac{100}{v-2}$ 小时.

(3) 减速后比原来慢 $\left(\frac{100}{v-2} - \frac{100}{v}\right)$ 小时.

注意: 要熟记行程问题中三个量之间的关系.

例 9 一项工程, 甲队单独完成需用 a 天, 乙队单独完成用 b 天, 若两队全做, 完成这项工程共需多少天?

解题策略: 本题是工程问题, 工程问题的特点是把完成整个工程看作 1. 甲队单独完成需用 a 天, 则甲队每天完成工程的 $\frac{1}{a}$, 乙队单独完成需用 b 天, 则乙队每天完成工程的 $\frac{1}{b}$, 甲、乙两人合作一天能完成工程的 $\frac{1}{a} + \frac{1}{b}$. 工程问题的基本关系是: 工作量 = 工作效率 $\times$ 工作时间, 或效率 = $\frac{\text{工作量}}{\text{时间}}$, 或时间 = $\frac{\text{工作量}}{\text{效率}}$.

解: 因为甲、乙两人合作一天能完成工程的 $\frac{1}{a} + \frac{1}{b}$, 即合作的效率, 工作量为 1, 由基本关系可得完成这