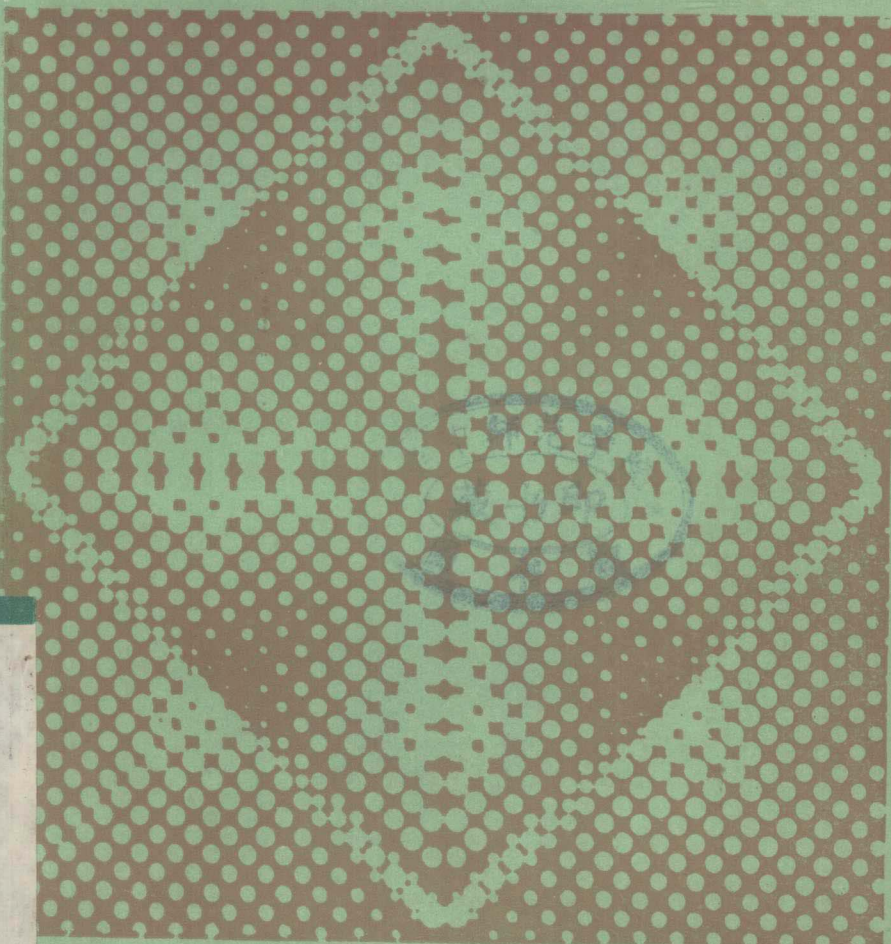




小学教师进修中等师范试用教材
辽吉黑皖湘五省教材协编组编

几何自学指导



吉林人民出版社

小学教师进修中等师范试用教材

几何自学指导

辽、吉、黑、湘、皖五省教材协编组 编

吉林人民出版社

小学教师进修中等师范试用教材

几何自学指导

辽、吉、黑、湘四省教材协编组编

吉林人民出版社出版

吉林省新华书店发行 长春科技印刷厂印刷

1985年6月第1版第1次印刷

字数：240,000 印张：11

印数：1—67,000

统一书号：7091.1673 定价：1.40元

说 明

这套试用教材是根据教育部颁发的《小学教师进修中等师范教学计划（试行草案）》的要求和函授教学的特点，以及业余面授和离职进修的需要而编写的。作为辽宁、吉林、黑龙江、湖南、安徽五省小学教师进修中等师范课程的试用教材。

这本《自学指导》是为配合《几何》课本的学习而编写的。指导书按章提出了学习要求和注意事项。按节写了学习指导，其中既有对教材内容的浅析，也有知识的引伸。它可以帮助不同程度的学员更好地理解教材、掌握知识。本书对练习、习题和复习题都给出解答，但根据在职小学教师进修几何课程的实际，对一些比较简单的习题的解答略去，或者仅给出必要的提示。

本书的初稿写出后，经辽、吉、黑、湘、皖五省小学教师进修中师教材第三次审定会议讨论审定。

本书由黄棣华同志主编，编者有宋殿祯（一、二章）、黄棣华（三章）、金广成（四、五章）、陈丽卿（五、六章）。

由于编写人员水平有限，加之时间短促、本书的缺点错误可能不少、敬希读者批评指正。

辽宁、吉林、黑龙江、湖南、安徽
五省小学教师进修中师教材协编组

一九八四年六月

目 录

第一章 几何中的逻辑知识初步

一 形式逻辑的基本规律

- 1.1 同一律 (3) 1.2 矛盾律 (4) 1.3 排中律 (5)
1.4 充足理由律 (6)

二 概念

- 1.5 属性和概念 (8) 1.6 概念的内涵和外延 (8)
1.7 概念的属和种 (9) 1.8 给概念下定义 (9)
1.9 概念的划分 (15)

三 命题

- 1.10 判断与命题 (16) 1.11 命题的四种形式和关系 (17)
1.12 充要条件 (20)

四 推理和证明

- 1.13 推理 (22) 1.14 演绎推理和归纳推理 (23)
1.15 证明的意义, 证明的结构及规则 (25)
1.16 直接证明和间接证明 (25) 1.17 综合法与分析法 (29)
复习题一解答 (30)

第二章 直线与平面

一 平面

- 2.1 平面 (36) 2.2 平面的基本性质 (37) 2.3 水平放置的平面图形的直观图的画法 (41) 习题一解答 (42)

二 空间两条直线

- 2.4 两条直线的位置关系 (45) 2.5 平行线 (46)
2.6 空间等角定理 (47) 2.7 异面直线所成的角 (47)
习题二解答 (49)

三 空间直线和平面

- 2.8 直线和平面的位置关系 (54) 2.9 直线与平面平行的判定和性质 (54) 2.10 平面的垂线与斜线 (55)
2.11 直线和平面垂直的判定和性质 (56) 2.12 斜线在平面内的射影, 直线和平面所成的角 (57) 2.13 三垂线定理 (58) 习题三解答 (59)

四 空间两个平面

- 2.14 两个平面的位置关系 (65) 2.15 两个平面平行的判定和性质 (66) 2.16 二面角 (68) 2.17 多面角 (69) 2.18 两个平面垂直的判定和性质 (71)
习题四解答 (72) 复习题二解答 (79)

第三章 多面体和旋转体

一 多面体

- 3.1 多面体的概念 (90) 3.2 棱柱 (92) 3.3 棱锥 (97) 3.4 棱台 (101) 习题一解答 (107)

二 旋转体

- 3.5 圆柱 (116) 3.6 圆锥 (118) 3.7 圆台 (122)
习题二解答 (126) 3.8 球 (130) 习题三解答 (135)

三 多面体和旋转体的体积

- 3.9 体积的概念与公理 (139) 3.10 棱柱、圆柱的体积 (141) 3.11 棱锥、圆锥的体积 (143) 习题四解答 (145)
3.12 棱台、圆台的体积 (150) 3.13 拟柱体及其体积 (152) 3.14 球的体积 (154) 习题五解答 (156) 复习题三解答 (162)

第四章 坐标法

一 点的坐标

- 4.1 有向线段 (170) 4.2 数轴上有向线段的数量 (172)
4.3 两点间的距离 (175) 4.4 线段定比分点 (179)
习题一解答 (182)

二 曲线与方程

4.5 曲线与方程的概念 (194)

4.6 由已知曲线求它的方

程 (196)

习题二解答 (200)

复习题四解答 (202)

第五章 直线

一 直线的方程

5.1 直线的倾斜角和斜率 (215)

5.2 直线方程的几种形

式 (218)

5.3 直线方程的一般形式 (223)

习题一解

答 (227)

二 两条直线的位置关系

5.4 两条直线的平行与垂直 (236)

5.5 两条直线间的夹

角 (239)

5.6 两条直线的交点 (241)

5.7 点到直线的距

离 (244)

习题二解答 (248)

复习题五解答 (255)

第六章 圆锥曲线

一 圆

6.1 圆的方程 (269)

6.2 圆与直线 (275)

习题一解

答 (277)

二 椭圆

6.3 椭圆和它的标准方程 (285)

6.4 椭圆的几何性质 (288)

6.5 用几何方法画出椭圆上的点 (292)

习题二解答 (293)

三 双曲线

6.6 双曲线和它的标准方程 (300)

6.7 双线的几何性

质 (305)

6.8 用几何方法作双曲线上的点 (308)

习题三

四 抛物线

6.9 抛物线和它的标准方程 (316)

6.10—6.11 抛物线的

几何性质及抛物线方程的其他形式 (318)

6.12 用几何方

法画出抛物线上的点 (322)

6.13 圆锥曲线 (322)

6.14 二次曲线的切线和法线 (325)

习题四解答 (328)

复习题六解答 (333)

第一章 几何中的逻辑知识初步

要求:

1. 了解形式逻辑的研究对象;明确逻辑思维的基本规律的意义,并能将它们运用到数学的学习中去。

2. 了解属性和概念的意义;明确什么是概念的内涵与外延以及内涵与外延的关系;了解什么是概念的定义,并掌握给概念下定义的基本方法及规则;了解什么是划分,并掌握划分的规则。

3. 了解判断及命题的意义;明确命题的四种形式及其相互关系;了解必要条件、充分条件和充要条件的意义,并能初步学会区分这三种条件。

4. 了解推理的意义,掌握演绎推理和归纳推理的方法;明确证明的意义,掌握证明的结构及其规则;熟悉直接证法(分析法与综合法)与间接证法(同一法、反证法)。

5. 课时分配:

内 容	函授	业余面授	离职进修
一、形式逻辑的基本规律	3	2	2
二、概 念	6	4	4
三、命 题	6	4	4
四、推 理 和 证 明	4	3	3
小结和复习	4	3	3
自测考试	2	2	2

注意事项:

1. 在学习本章之前,要复习平面几何知识,为学好本章的知识作好准备。

2. “概念”这个单元是本章的重点。“概念的内涵和外延”是难点。在学习中要注意分析各种概念的内涵,进而理解概念的内涵和外延的关系。

3. 充要条件既是重点,又是难点。在学习中要认真阅读教材并通过例题和习题的解答反复比较,从而分清充分条件、必要条件、充要条件之间的区别。

一 形式逻辑的基本规律

1. 什么是“逻辑”呢?“逻辑”一词是英语 logic 的音译(1902年严复译)源出希腊文 $\lambda o'ros$, 本意是思想、思维、理性和语言。人们日常使用逻辑一词,其含义有多种:第一,是指事物发展的客观规律,如“事物的逻辑”、“中国革命的逻辑”;第二,是指思维规律,如“作出合乎逻辑的结论”、“结论是合乎逻辑的”;第三,是指观点、主张(多用于贬义),如“强盗逻辑”;第四,是指思维形式及其规律的科学,即逻辑学,它是形式逻辑和辩证逻辑的总称,有时也专指形式逻辑。我们这里讲的几何中的逻辑知识,是指在几何中所应用的形式逻辑的某些知识。

2. 应该很好地理解形式逻辑的基本规律,它主要是关于思维形式的规律,共有四个:同一律、矛盾论、排中律和充足理由律。它们是从不同的角度,要求与保证思维有确定性,要求与保证任何思想都有确定的内容,确定地反映客观对象。

1.1 同 一 律

学习指导

1. 怎样理解“同一律强调思维的确定性”呢?(1)就概念方面说,一个概念如果反映某类事物,那么它就必须反映这类事物;(2)就判断方面说,同一律要求,一个判断如果断定了某种事物的性质或状态,那么它就必须断定这类事物的性质或状态;(3)从推理或论证方面说,同一律要求,如果对某一事物进行推理或论证,那么就必须是对这一事物进行推理或论证。同一律的公式是: A就是A。

在这个公式里, A代表思维过程中出现的某一概念或判断。“A就是A”表示: 在同一思维过程中, A这个概念或判断必须保持同一性, 即不能任意改变为其他不同的概念或判断。否则就会造成混乱。

2. 在数学的学习中, 要注意克服那种不自觉地违反同一律的逻辑错误。

违反同一律的逻辑错误, 常表现为偷换概念或偷换论题。偷换概念就是以概念去替换另一个概念。这种现象, 在一般情况下是不容易发生的。但是, 当一个词有不同含义时, 既同一个词表达不同的概念时, 就容易出现偷换论题, 就是指在同一个议论中有意或无意地以另一个判断来替换所要论证或反驳的判断。

例如, $x^2 - 4$ 显然可以被 $2(x-2)$ 整除, 从而就得出, 当 x 为任何自然数时, $x^2 - 4$ 的值可以被 $2(x-2)$ 的值整除。这结论是不对的, 因为当 $x=3$ 时, $x^2 - 4 = 5$, $2(x-2) = 2$, 而2是不能整除5的。这里导致出现错误结论的原因是, 将多项式“整除”的概念偷换成自然数“整除”的概

念了。在几何的证明中，有时在不自觉之中，把未知的条件当作已知来用，就是属于偷换论题的错误。

1.2 矛 盾 律

学习指导

1. 怎样理解矛盾律呢？

矛盾律也可以表述为：在同一思维过程中，任何思想不能既是真实的又是虚假的。

在概念方面，矛盾律要求，一个概念不能既反映某类事物而又不反映这类事物；在判断方面，矛盾律要求，一个判断不能既断定某一事物的情况，而同时又不断定这一事物的情况。其实，也就是要求思维有确定性和一致性，不能自相矛盾。矛盾律的公式是： A 不是非 A （非 A 也记作 $\bar{A}$ ）。

公式中的“ A ”代表对某一对象的某个思想，“非 A ”代表这个思想的否定。 A 不是非 A 表示：在同一思维过程中，不能既肯定某个思想又否定这个思想。

2. 当我们了解了矛盾律的作用在于消除思想上的自相矛盾之后，就一定要注意在自己讲话或写文章时，不出现逻辑矛盾。

3. 我们说矛盾律是指在同一思维过程中（即指对同一对象在同一时间、同一关系下）前后的思想不能自相矛盾。如果断定同一对象在不同的时间，具有矛盾的特性并不违反矛盾律。如说，某学生过去学习不认真，现在学习刻苦钻研，并不自相矛盾。即使同一对象在同一时间，如果在不同的意义下，还是可能有相矛盾的特性的。例如说：“雷锋虽然死了，但还活着。”这并不违反矛盾律。死了是从人的生命的意义上讲的；活着是从精神的意义上讲的。

1.3 排 中 律

学习指导

1. 怎样理解与运用排中律呢？

排中律要求在两个互相矛盾的判断中，必须承认一个是真的，这也就是要求思维有确定性。

排中律只适用于两个互相矛盾的判断，而不适用于两个互相反对的判断。因为在两个互相反对的判断中，不必有一个是真的，所以也不必承认其中的一个。排中律的公式是： A 或者非 A 。

在这个公式里，“ A ”代表一个判断，“非 A ”代表同“ A ”相矛盾的判断。公式 A 或者非 A 表示：在同一思维过程中，两个互相矛盾的判断不能同时都是假的，或者“ A ”是真实的，或者“非 A ”是真实的，二者必居其一。要求我们必须根据实际作出明确的抉择，不能模棱两可、含混不清。

排中律要求我们对问题必须作出确定的回答。这就必须先对问题进行分析，必须分析问题是怎样提出来的，问题的具体内容是甚么等等。对问题作了具体分析之后，肯定与否定的回答就是不可避免的。

2. 同一律、矛盾律、排中律之间有什么关系呢？

这三条基本规律都是以客观事物的确定性为基础的，只不过侧重点有所不同而已。同一律要求思维内容必须确定，矛盾律要求思维不能自相矛盾，排中律要求思维不能模棱两可。它们不是孤立的、而是互相联系的，都是保证思维确定性的规律。

1.4 充足理由律

学习指导

1. 充足理由律的客观基础是什么呢？

我们知道，客观事物是相互联系的有些是互为因果的。一事物的存在总是以其他相关事物的存在为前提，总是有它存在的条件和原因。因此，甲事物的存在就可以成为乙事物存在的根据，从甲事物的真实性中就可以认识到乙事的真实性。这是充足理由律的客观基础。所以，根据充足理由律，从已知的真实前提出发，按照判断之间的必然联系进行推理，就可得到正确的结论。

2. 充足理由律的要求是什么？

(1) 要求根据必须真实。根据不真实，就犯了“根据虚假”的逻辑错误。

(2) 要求判断之间要有必然联系。能从作为根据的判断合乎逻辑地推出结论。违反这个要求，就会犯“推不出”的逻辑错误。

充足理由律的公式是：A 真实是因为 B 真实，并且 B 能推出 A。

“A”代表在论证中被确定为真实的判断，“B”代表用来证明“A”的根据。“B”可以是一个判断，也可以是一组判断。这个公式的意思是：“A”判断真，是因为“B”判断真，并且能从“B”判断必然地推出“A”判断。这样，“B”就是“A”的充足理由，而“A”这个判断就是有根据的，有论证性的，因而是真实可信的。

一个正确的思维要具有确定性、一贯性和明确性，固然要遵守同一律、矛盾律和排中律、但这还不够，还必须要有确

证这个思维为真的充足理由，这就需要遵守充足理由律。

练习 1—1—1 解答

1. 形式逻辑所研究的对象是什么？

答：形式逻辑所研究的对象主要是思维形式的结构及其规律。

2. 形式逻辑的四条基本规律的意义各是什么？

答：同一律、矛盾律、排中律和充足理由律是形式逻辑的四条基本规律，它们各自的意義是：

（1）同一律——在同一时间，同一关系下，对同一事物保持同一的认识；

（2）矛盾律——在同一时间，同一关系下，对同一事物的两个互相反对或者互相矛盾的判断，其中至少有一个是假的；

（3）排中律——在同一时间，同一关系下，对同一事物的两个互相矛盾的判断，其中一定有一个是真的；

（4）充足理由律——在同一论证过程中，任何一个真实的判断都需要有充足的理由。

二 概 念

人们对客观世界的认识分为两个阶段——感性认识阶段与理性认识阶段。概念、判断和推理都是思维形式，也就是理性认识的形式。这一单元在介绍了属性和概念的意义之后，着重讲了概念的内涵及外延以及给概念下定义、进行划分的方法及规则。

这一单元是全章的重点之一。

1.5 属性和概念

学习指导

通过本节的学习，要了解如下两个问题：

1. 了解什么是事物的特有属性和非特有属性（即本质属性与非本质属性）；
2. 理解概念是反映事物本质属性的思维形式。

1.6 概念的内涵和外延

学习指导

1. 概念明确的含义是什么呢？

概念明确，就是要把握住概念的**内涵**及**外延**这两个逻辑特征。把握住概念的**内涵**，也就从质的方面明确了概念；把握住概念的**外延**，也就从量的方面明确了概念。

2. 概念的**内涵**与**外延**之间有什么关系？

一个概念的**内涵**和**外延**，分别从**质**（**本质属性**）和**量**（**对象的全体**）两个方面来反映思维对象的，它们之间的关系是相应相称的。对于可比较的概念来说，这种相应相称的关系符合反比例关系律。

练习 1—2—1 解答

1. 人的认识是怎样在感性认识的基础上达到理性认识的？

答：人们通过思维活动，对感性材料加以比较、分析、抽象、概括，从而揭示出事物的本质和内部联系，也就是通过思维来深入地反映事物，这就达到了理性认识。

2. 什么叫属性？什么叫本质属性？三角形都有哪些本

质属性?

答: 客观世界的各种事物, 都具有许多彼此相似和相异的特性, 这种特性在逻辑上叫做属性。只为某一类对象所具有, 且使之与其他对象区别开的属性, 称为这一类对象的特有属性, 它反映事物的本质, 因此在逻辑上把这种特有属性叫做本质属性。三角形是多边形的一种。它的本质属性有: 有三条边, 有三个角, 三内角之和等于 180° , 任意两边之和小于第三边, 等等。

3. 什么是概念?

答: 概念是反映事物本质属性的思维形式。

4. 5. 6 (略)。

1.7 概念的属和种

学习指导

这一小节的内容, 是为了学习给概念下定义作准备。

对“从简到繁”和“从部分到全体”的认识规律应很好地理解。它可以帮助我们理解概念的收缩、概念的扩大这两个过程去正确理解概念之间的属种关系。

概念的属种关系, 只适用于可比较的概念。属与种是相比较而言, 是相对的。给概念下定义时采用最邻近的属概念。

1.8 给概念下定义

学习指导

学习本节, 要很好地掌握以下几个问题:

1. 给概念下定义是揭示概念内涵的一种逻辑方

法。

2. 常用的下定义的方法有：

(1) 属加种差定义法；

(2) 发生定义法；

(3) 指示定义法。

3. 任何一门科学，都具有一些不定义的原始概念，对它们只能用语言进行一些必要的描述或通过某些具体的事例加以说明。

4. 给概念下定义应遵守的主要规则是：

(1) 定义应是相应相称的；

(2) 定义不应是循环的；

(3) 定义应当是简单明确的，不能含混不清，也不能用比喻。

要熟悉这些规则，并在学习中注意运用这些规则。

练习 1—2—2 解答

1. 什么叫概念的收缩过程和扩大过程？

答：概念的收缩过程是指从内涵较少到内涵较多的过程，也就是在逐步增加概念的内涵的同时对应地缩小概念的外延的过程；概念的扩大过程是指先认识事物的一部分，然后发展到认识事物的全体的过程，也就是在逐步扩大概念的外延的同时，对应地抽掉概念内涵的过程。

2. 什么是属概念、种概念及种差？四边形与平行四边形，何者是属？何者为种？它的种差是什么？

答：两个可比较的概念，其中外延较大的对外延较小的而言，叫做属概念；而外延较小的对外延较大的而言，叫做种概念；一个种概念对其属概念来说，用以区别它与属概念