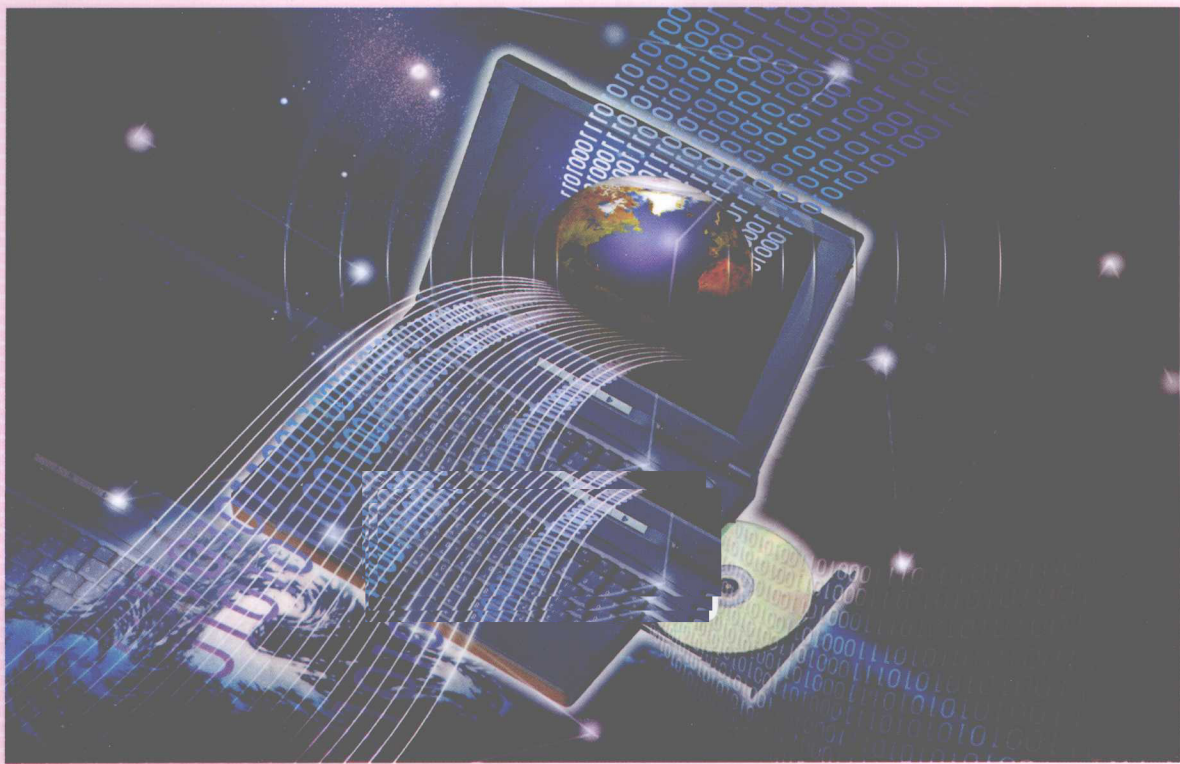




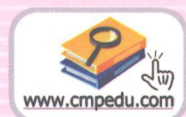
教育部高等职业教育示范专业规划教材  
(通信类专业)

# 信号与系统

XINHAO YU XITONG



谭华 主编



赠电子课件等

机械工业出版社  
CHINA MACHINE PRESS



教育部高等职业教育示范专业规划教材  
(通信类专业)

# 信号与系统

主 编 谭 华  
副主编 周绍平 李小光  
参 编 马子龙 王 玥 刘晓利  
        李雪霞 曲振峰  
主 审 唐彦儒



机械工业出版社

本书系统地介绍了信号与系统的基本理论和分析方法,全书共分为6章,还有实验及附录。内容包括:信号与系统概述、连续系统的时域分析、连续系统的频域分析、连续系统的复频域分析、离散系统分析、信号与系统的应用以及实验。每章后配有精选的习题,对书中的知识点加以巩固。

本书结构新颖,选材得当,论述严谨,条理清楚,结合学生的实际情况,知识点以够用为度,避免了一些复杂而烦琐的计算。

本书可作为高职高专电子信息类、通信类等专业的教材,也可以作为从事相关专业的科技人员的参考用书。

为方便教学,本书配有免费电子课件等,凡选用本书作为授课教材的学校,均可来电或邮件索取,010-88379564 或 [cmpqu@163.com](mailto:cmpqu@163.com)。

## 图书在版编目(CIP)数据

信号与系统/谭华主编. —北京:机械工业出版社,2010.2  
教育部高等职业教育示范专业规划教材·通信类专业  
ISBN 978-7-111-29534-1

I. 信… II. 谭… III. 信号系统—高等学校:技术学校—教材  
IV. TN911.6

中国版本图书馆CIP数据核字(2010)第006871号

机械工业出版社(北京市百万庄大街22号 邮政编码100037)  
策划编辑:曲世海 责任编辑:朱红波 版式设计:霍永明  
封面设计:马精明 责任校对:刘志文 责任印制:李妍  
北京铭成印刷有限公司印刷  
2010年4月第1版第1次印刷  
184mm×260mm·10.25印张·250千字  
0001—4000册  
标准书号:ISBN 978-7-111-29534-1  
定价:19.00元

凡购本书,如有缺页、倒页、脱页,由本社发行部调换

电话服务

网络服务

社服务中心:(010)88361066

门户网:<http://www.cmpbook.com>

销售一部:(010)68326294

教材网:<http://www.cmpedu.com>

销售二部:(010)88379649

读者服务部:(010)68993821

封面无防伪标均为盗版

# 前 言

随着计算机和通信技术的不断发展,对于信息的获取、传输和处理已经形成了一门独立的学科。信号与系统是高等学校电子、计算机、信息处理和通信类专业的一门专业基础学科,主要讨论信息处理的基本原理和方法,因此学习、掌握这门课程对于学生来说是很重要的。

本书是针对高等职业教育的实际情况,并结合多年教学经验以及学生学习的实际情况编写的适合高等职业教育的专业基础教材。本书内容以够用为度,避免介绍复杂难懂的内容,同时也避免了烦琐的计算,很多知识点到为止,编写上注重简单,易懂易学。另外,为了方便学生学习,在应用比较多的知识点后都备有例题,帮助学生掌握知识点并提高分析问题的能力。在每一章开始和结束都对本章的主要内容和重点加以强调和总结,以便于学生能抓住每一部分的主要内容和知识点。当然为了方便学生学习完每一章后检验和巩固学习效果,每章最后配备了一部分习题。在学习过程中为了方便学生能查到常用信号及其变换,在书的附录中列出了每一部分重要的信号、变换和性质。

本书主要介绍信号与系统的基本原理和分析方法。全书共分6章,主要内容有:信号与系统概述、连续系统的时域分析、连续系统的频域分析、连续系统的复频域分析、离散系统分析、信号与系统的应用,还包括实验及附录。本课程参考学时为70学时,其中讲授60学时,实验10学时,实施过程中可根据实际情况调整。本课程要在学习完高等数学、基本的电路分析后讲授。

本书可作为电子信息类、通信类等专业的专业课教材,也可作为其他相近专业和工程技术人员的自学参考用书。

本书由谭华任主编,编写第1章,统稿并整理全书;王玥编写第2章;周绍平编写第3章;李小光编写第4章;马子龙编写第5章和实验5;刘晓利编写第6章;李雪霞编写实验1、2、3并整理全部实验;曲振峰编写实验4。全书由唐彦儒教授担任主审。

**为方便教学,本书配有免费电子课件等,凡选用本书作为授课教材的学校,均可来电或邮件索取,010-88379564 或 [cmpqu@163.com](mailto:cmpqu@163.com)。**

感谢书中引用著作的作者。由于编者水平有限,书中难免有不当之处,恳请广大读者批评指正。

编 者

# 目 录

前言		第 4 章 连续系统的复频域分析	61
第 1 章 信号与系统概述	1	4.1 引言	61
1.1 信号	1	4.2 拉普拉斯变换	62
1.1.1 信号的定义及分类	1	4.2.1 拉普拉斯变换的定义	62
1.1.2 基本信号及时域特性	2	4.2.2 常用信号的拉普拉斯变换	64
1.1.3 信号时域变换	6	4.2.3 拉普拉斯变换的性质	66
1.1.4 信号时域运算	9	4.2.4 拉普拉斯反变换	70
1.2 系统	10	4.3 连续系统的拉普拉斯变换分析法	73
1.2.1 简单系统举例	10	4.3.1 微分方程的拉普拉斯变换解法	73
1.2.2 系统基本性质	11	4.3.2 电路的 $s$ 域模型	74
习题	13	4.3.3 用拉普拉斯变换法分析电路	75
第 2 章 连续系统的时域分析	15	4.4 系统函数与系统模拟	77
2.1 连续系统的描述及其响应	15	4.4.1 系统函数及其零、极点	77
2.1.1 连续系统的描述	15	4.4.2 系统的稳定性	78
2.1.2 连续系统的响应	17	4.4.3 系统模拟	80
2.2 单位冲激响应及单位阶跃响应	18	习题	82
2.2.1 单位冲激响应	18	第 5 章 离散系统分析	86
2.2.2 单位阶跃响应	21	5.1 离散时间信号	86
2.3 卷积及其应用	22	5.1.1 离散时间信号概述	86
习题	30	5.1.2 基本离散信号	86
第 3 章 连续系统的频域分析	32	5.1.3 离散信号的运算与变换	88
3.1 周期信号的频域分析	32	5.2 离散系统的描述与数学模型	91
3.1.1 傅里叶级数	32	5.3 卷积和	94
3.1.2 周期信号的频谱	37	5.4 $z$ 变换	98
3.2 非周期信号的频谱	41	5.4.1 $z$ 变换的定义及收敛域	98
3.2.1 傅里叶变换	41	5.4.2 $z$ 变换的性质	102
3.2.2 常用信号的傅里叶变换及频谱	43	5.4.3 反 $z$ 变换	106
3.2.3 傅里叶变换的性质与应用	46	5.5 离散系统的 $z$ 域分析	110
3.3 连续系统的频域分析法	53	5.5.1 差分方程的 $z$ 域分析	111
3.3.1 周期信号激励下系统的响应	53	5.5.2 系统函数	115
3.3.2 非周期信号激励下系统的响应	55	5.5.3 离散系统的稳定性	118
习题	59	习题	120
		第 6 章 信号与系统的应用	124

---

6.1 采样 .....	124	实验3 频域分析的 MATLAB 实现 .....	136
6.1.1 冲激串采样 .....	125	实验4 复频域分析的 MATLAB 实现 .....	139
6.1.2 零阶保持采样 .....	126	实验5 离散系统分析 .....	143
6.1.3 欠采样的效果: 混叠现象 .....	127	<b>附录</b> .....	147
6.2 调制 .....	128	附录 A 傅里叶变换、拉普拉斯变换、 $z$ 变换性质一览表 .....	147
6.2.1 正弦载波幅度调制 .....	128	附录 B 常用信号的傅里叶变换、 拉普拉斯变换对一览表 .....	148
6.2.2 脉冲串载波调制 .....	129	附录 C 常用信号的 $z$ 变换对一览表 .....	150
6.2.3 离散时间调制 .....	130	附录 D 卷积积分一览表 .....	151
习题 .....	132	附录 E 卷积和一览表 .....	151
<b>实验</b> .....	133	<b>部分习题答案</b> .....	152
实验1 MATLAB 的基本应用 .....	133	<b>参考文献</b> .....	157
实验2 基于 MATLAB 的信号时域 表示 .....	134		

# 第 1 章 信号与系统概述

## 学习要点：

- 1) 掌握连续时间信号与离散时间信号的表示形式。
- 2) 掌握常用信号、信号的变换以及信号的基本运算。
- 3) 理解单位冲激函数与单位阶跃函数的概念，掌握单位冲激函数的性质。
- 4) 理解系统的基本概念，掌握系统的性质。

## 重点与难点：

- 1) 冲激函数的性质。
- 2) 系统的稳定性与时不变性。

## 1.1 信号

### 1.1.1 信号的定义及分类

#### 1. 信号的定义

信号是信息的一种物理体现，信息则是信号的具体内容。信号可以描述范围极为广泛的一类物理现象。虽然信号可以用许多方式来表示，但是在所有的情况下，信号所包含的信息总是寄寓在某种变化形式的波形之中。

在数学上，信号可以表示为一个或者多个变量的函数。例如，语音信号就可以表示为声压随时间变化的函数，黑白照片就可以用亮度随二维空间变量变化的函数来表示。本书的讨论范围仅限于单一变量的函数，而且为了方便起见，后续讨论中一般总是用时间来表示自变量。

#### 2. 信号的分类

信号的分类方法很多，可以从不同的角度对信号进行分类。在信号与系统分析中，我们常以信号所具有的时间函数特性来加以分类。这样，信号可以分为模拟信号与数字信号、确定信号与随机信号、连续时间信号与离散时间信号、周期信号与非周期信号等。

(1) 模拟信号与数字信号 模拟信号是指数值(如时间、幅度等)上连续变化的信号，如语音信号、图像信号等。数字信号是指数值(如时间、幅度等)上不是连续变化的离散信号，它由许多脉冲组成，如电报信号、数据信号等。

(2) 确定信号与随机信号 确定信号是指能够以确定的时间函数表示的信号，在其定义域内任意时刻都有确定的函数值，例如，电路中的正弦信号和各种形状的周期信号等。随机信号不能预知它随时间变化的规律，不是时间的确定函数，例如，半导体载流子随机运动所产生的噪声和从目标反射回来的雷达信号(其出现的时间与强度是随机的)都是随机信号。所有的实际信号一定程度上都是随机信号。虽然实际应用中的大部分信号都是随机信号，但在一定条件下，可以将许多随机信号近似地作为确定信号来分析，从而使分析过程简化，便

于实际应用。因此，一般先研究确定信号，在此基础上再根据随机信号的统计规律进一步研究随机信号的特性。

(3) 连续时间信号与离散时间信号 连续时间信号是指自变量是连续可变的，信号在自变量的连续值上都有意义；离散时间信号仅仅定义在离散时刻点上，也就是自变量仅取在一组离散值上。作为时间函数的语音信号和随高度变化的大气压都是连续时间信号的例子，每周道琼斯(Dow Jones)股票市场指数就是离散时间信号的例子。为了区分这两类信号，一般以  $t$  表示连续时间变量，而用  $n$  表示离散时间变量。离散时间信号  $x(n)$  仅在自变量的整数数值上有定义。一个离散时间信号  $x(n)$  可以表示一个其自变量变化本来就是离散的现象，例如，在有关人口统计学中的一些数据就属于这类信号的例子。另外，有些很重要的离散时间信号则是通过对连续时间信号的采样而得到的，这时该离散时间信号  $x(n)$  则代表了一个自变量是连续变化的连续时间信号在相继的离散时刻点上的样本值。随着数字信号处理(DSP)技术的发展，数字信号处理器的应用非常广泛，其范围涉及从数字自动驾驶仪到一般的数字音频系统等众多系统。这些系统都要用到离散时间样本序列，其序列是连续时间信号经采样得到的。无论这些离散时间信号来源是什么，信号  $x(n)$  总是在  $n$  的整数数值上有意义。

(4) 周期信号与非周期信号 周期信号是指每隔一个固定的时间间隔重复变化的信号。连续周期信号与离散周期信号的数学表示分别为

$$f(t) = f(t+nT), n = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots -\infty < t < +\infty$$

$$f(k) = f(k+nN), n = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots -\infty < k < +\infty \quad (k \text{ 取整数})$$

式中， $T$ 、 $N$  称为周期信号的周期。周期信号有两个基本要素：①重复性。②无限性。在实际工程应用中，常把在较长一段时间内重复的信号近似为周期信号来处理。非周期信号是指不具有重复性的信号，实际信号一般是非周期信号。

## 1.1.2 基本信号及时域特性

### 1. 指数信号

指数信号的表达式为

$$f(t) = Ae^{at}$$

指数信号波形如图 1-1 所示。

其中，常见的指数信号都为单边指数衰减信号。

当然，如果  $a$  为虚数，则成为复指数信号，即

$$f(t) = Ae^{at} = Ae^{(\sigma + j\omega)t} = Ae^{\sigma t} \cos \omega t + jAe^{\sigma t} \sin \omega t \quad (1-1)$$

式(1-1)表明，一个复指数信号可分解为实、虚两部分。其中，实部包含余弦信号，虚部则为正弦信号。若  $\sigma > 0$ ，则正弦、余弦信号是增幅振荡；若  $\sigma < 0$ ，则正弦、余弦信号是减幅振荡。从式(1-1)可以看出，它概括了多种情况，可以利用它来描述各种基本信号，如直流信号、指数信号、正弦信号、余弦信号以及增长或衰减的正余弦信号。

### 2. 正弦信号

正弦信号和余弦信号二者仅在相位上相差

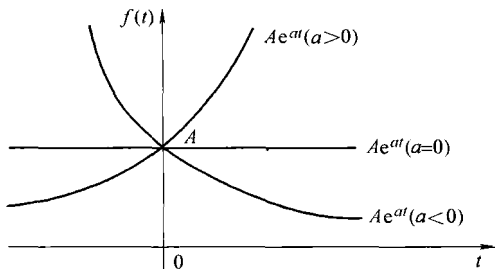


图 1-1 指数信号波形



90°, 故常统称为正弦信号, 表达式为

$$f(t) = A\sin(\omega t + \theta)$$

正弦信号波形如图 1-2 所示。

### 3. 抽样信号

所谓抽样信号也称抽样函数, 是指  $\frac{\sin t}{t}$  与  $t$  之比构成的函数, 以符号  $\text{Sa}(t)$  表示, 抽样信号波形如图 1-3 所示。

$$\text{Sa}(t) = \frac{\sin t}{t}$$

抽样信号有下列性质:

- 1)  $\text{Sa}(t)$  是偶函数, 在  $t$  正、负两方向振幅都逐渐衰减。
- 2)  $\int_0^{+\infty} \text{Sa}(t) dt = \frac{\pi}{2}$ ,  $\int_{-\infty}^{+\infty} \text{Sa}(t) dt = \pi$ 。

### 4. 单位门信号

单位门信号表达式为

$$G_{\tau}(t) = \begin{cases} 1 & -\frac{\tau}{2} < t < \frac{\tau}{2} \\ 0 & \text{其他} \end{cases}$$

单位门信号波形如图 1-4 所示。

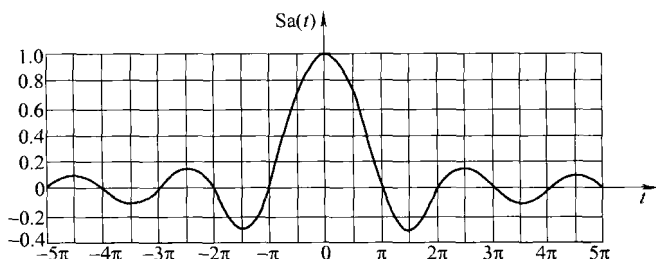


图 1-3 抽样信号波形

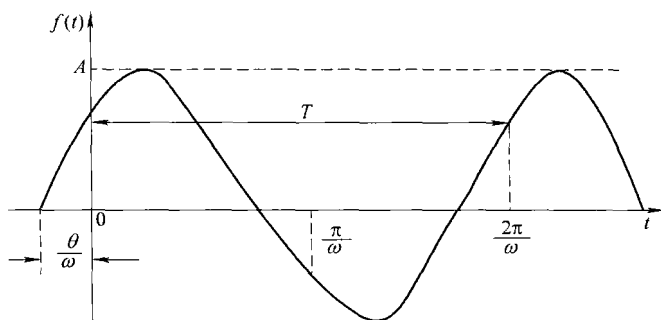


图 1-2 正弦信号波形

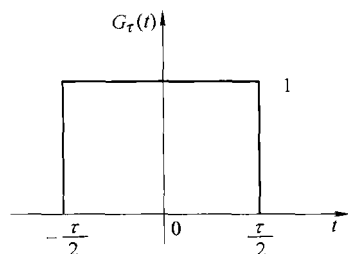


图 1-4 单位门信号波形

### 5. 单位阶跃信号

单位阶跃信号  $\varepsilon(t)$  定义为

$$\varepsilon(t) = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ 1 & t > 0 \end{cases}$$

单位阶跃信号波形如图 1-5a 所示。值得注意的是, 单位阶跃信号在  $t=0$  这一点是不连续的。另外, 单位阶跃信号也可延时, 任意时刻  $t_0$  以  $\varepsilon(t_0)$  表示, 其波形如图 1-5b 所示。对于一些复杂且具有延时的信号可以借助于单位阶跃及延时信号表示。

### 6. 单位冲激信号

单位冲激信号  $\delta(t)$  定义为

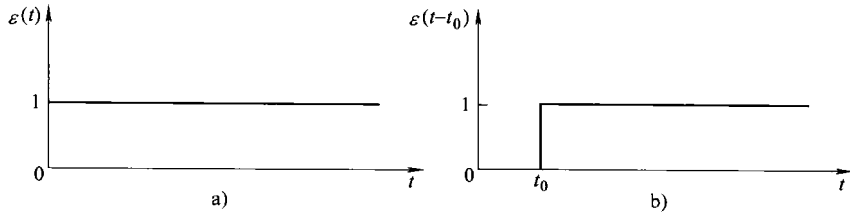


图 1-5 单位阶跃信号波形

$$\delta(t) = \begin{cases} +\infty & t=0 \\ 0 & \text{其他} \end{cases}$$

单位冲激信号波形如图 1-6a 所示, 当然单位冲激信号也可延时, 任意时刻  $t_0$  以  $\delta(t_0)$  表示, 其波形如图 1-6b 所示。对于相关的信号也可借助它来表示。

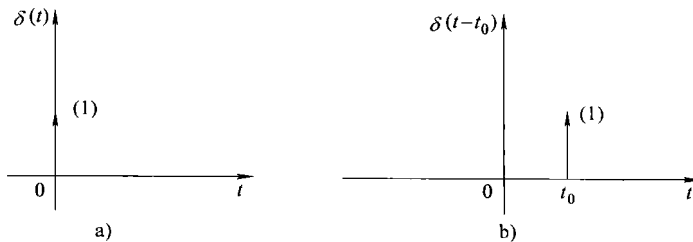


图 1-6 单位冲激信号波形

其实  $\delta(t)$  可以认为是一个宽为  $\Delta$ , 高为  $\frac{1}{\Delta}$  的矩形脉冲, 如图 1-7a 所示, 在保持矩形脉冲面积  $\Delta \cdot \frac{1}{\Delta} = 1$  不变的前提下, 当脉冲宽度  $\Delta$  趋近于 0 时, 脉冲高度  $\frac{1}{\Delta}$  必趋近于无穷大, 在极限情况下

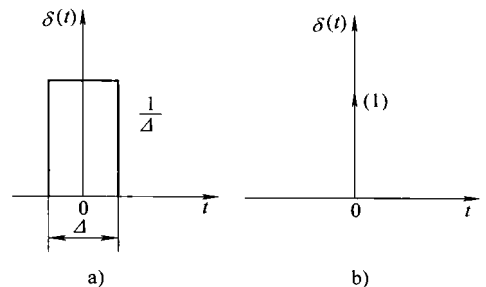


图 1-7 单位冲激信号面积

即为单位冲激信号。所以  $\delta(t)$  可以看做  $\Delta$  变成无穷小后, 短脉冲的一种理想化的结果。事实上, 因为  $\delta(t)$  没有持续期, 但有面积, 因此就用图 1-7b

表示。用在  $t=0$  处的箭头指出脉冲的面积是集中在  $t=0$ , 用箭头旁边的高度“1”来表示该脉冲的面积, 称为冲激强度, 即  $\int_{-\infty}^{+\infty} \delta(t) dt = 1$ , 则  $k\delta(t)$  的面积就是  $k$ , 因此有

$$\int_{-\infty}^t k\delta(\tau) d\tau = k\varepsilon(t) \quad (1-2)$$

根据式(1-2), 得

$$\int_{-\infty}^t \delta(\tau) d\tau = \varepsilon(t) \quad (1-3)$$

同样地, 单位冲激信号可以看做单位阶跃信号的一次微分, 即

$$\delta(t) = \frac{d\varepsilon(t)}{dt} \quad (1-4)$$

$\varepsilon(t)$  和  $\delta(t)$  之间的关系可用式(1-4)来表示。

单位冲激信号具有一个很重要的采样性质。尤其是，考虑一个冲激和一些连续时间信号的乘积是很重要的。如果信号  $f(t)$  是一个连续信号，由冲激信号的特点，得

$$f(t)\delta(t) = f(0)\delta(t) \quad (1-5)$$

$$f(t)\delta(t-t_0) = f(t_0)\delta(t-t_0) \quad (1-6)$$

式(1-5)、式(1-6)称为冲激信号的采样特性。式(1-6)表明连续时间信号  $f(t)$  与冲激信号  $\delta(t-t_0)$  相乘，取出信号  $f(t)$  在  $t=t_0$  处的函数值  $f(t_0)$ 。

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(t)\delta(t-t_0) dt = f(t_0) \quad (1-7)$$

式(1-7)称为冲激信号的筛选特性，连续时间信号  $f(t)$  与冲激信号  $\delta(t-t_0)$  相乘，并在  $(-\infty, +\infty)$  时间域上积分，其结果为信号  $f(t)$  在  $t=t_0$  处的函数值  $f(t_0)$ 。

$$\delta(at+b) = \frac{1}{|a|}\delta\left(t+\frac{b}{a}\right) \quad (a \neq 0) \quad (1-8)$$

式(1-8)称为冲激函数的展缩特性。

其中，单位冲激信号的采样和筛选特性是非常重要的。另外，单位冲激信号本身是偶信号，即

$$\delta(-t) = \delta(t)$$

单位冲激信号的一阶导数记作  $\delta'(t)$ ，称之为冲激偶信号，它有两个重要性质，即

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \delta'(t)f(t) dt = -f'(0) \quad (1-9)$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \delta'(t) dt = 0 \quad (1-10)$$

式(1-9)中， $f(t)$  在  $t=0$  处连续， $f'(0)$  为  $f(t)$  的一阶导数在  $t=0$  处的取值。

## 7. 符号信号

符号信号也称正负号信号，其表达式为

$$\begin{aligned} \operatorname{sgn}(t) &= \begin{cases} 1 & t > 0 \\ -1 & t < 0 \end{cases} \\ &= \varepsilon(t) - \varepsilon(-t) \\ &= 2\varepsilon(t) - 1 \end{aligned}$$

符号信号波形如图 1-8 所示。

## 8. 单位斜坡信号

单位斜坡信号表达式为

$$\begin{aligned} r(t) &= \begin{cases} 0 & t < 0 \\ t & t > 0 \end{cases} \\ &= t\varepsilon(t) \end{aligned}$$

单位斜坡信号波形如图 1-9 所示。

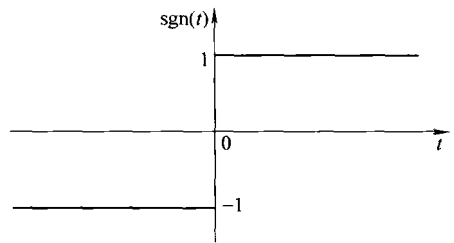


图 1-8 符号信号波形

**例 1-1** 写出图 1-10a、b 所示波形表达式，并画出其一阶导数的波形。

**解：**(1) 图 1-10a 所示波形表达式为

$$f_1(t) = 2\varepsilon(t+1) - \varepsilon(t-1) - \varepsilon(t-2)$$

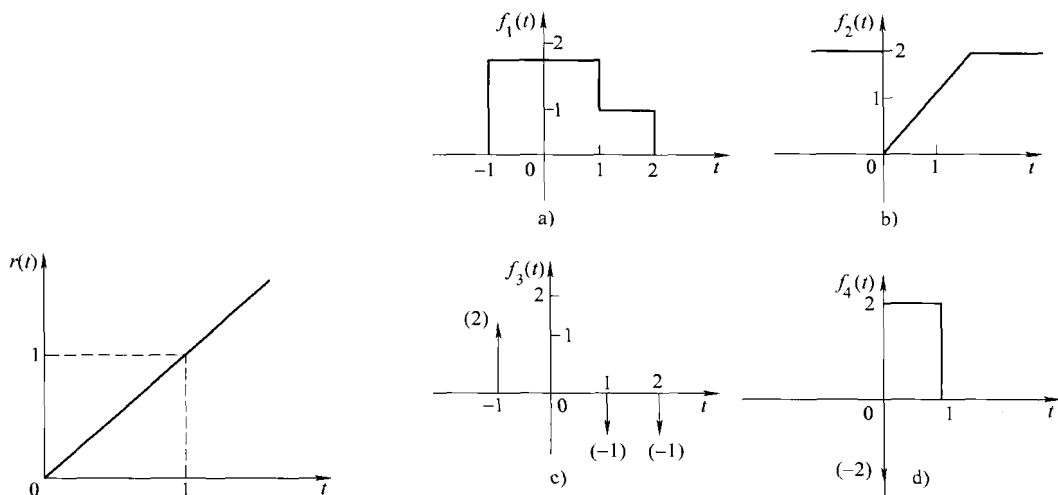


图 1-9 单位斜坡信号波形

图 1-10 例 1-1 图

令 
$$f_3(t) = \frac{df_1(t)}{dt} = 2\delta(t+1) - \delta(t-1) - \delta(t-2)$$

波形如图 1-10c 所示。

(2) 图 1-10b 所示波形表达式为

$$f_2(t) = 2\varepsilon(-t) + 2t[\varepsilon(t) - \varepsilon(t-1)] + 2\varepsilon(t-1)$$

令 
$$f_4(t) = \frac{df_2(t)}{dt} = -2\delta(t) + 2[\varepsilon(t) - \varepsilon(t-1)] + 2t[\delta(t) - \delta(t-1)] + 2\delta(t-1)$$

$$= -2\delta(t) + 2[\varepsilon(t) - \varepsilon(t-1)]$$

波形如图 1-10d 所示。

**例 1-2** 求积分  $\int_{-2}^{+\infty} (e^{-t} + t^2)\delta(t+3)dt$  的值。

**解:** 由于  $\delta(t+3)$  在  $t \neq -3$  时处处为零, 而积分区间为  $(-2, +\infty)$ , 故

$$\int_{-2}^{+\infty} (e^{-t} + t^2)\delta(t+3)dt = 0$$

**例 1-3** 求积分  $\int_1^3 \cos[\omega(t-3)]\delta(2-t)dt$  的值。

**解:** 利用  $\delta(t)$  是偶函数的性质, 有

$$\int_1^3 \cos[\omega(t-3)]\delta(2-t)dt = \int_1^3 \cos[\omega(t-3)]\delta(t-2)dt$$

又由于  $\delta(t-2)$  在  $t \neq 2$  时处处为零, 而积分区间为  $(1, 3)$ , 故有

$$\int_1^3 \cos[\omega(t-3)]\delta(2-t)dt = \cos\omega$$

### 1.1.3 信号时域变换

#### 1. 反转

反转也称反褶, 以变量  $-t$  代替  $f(t)$  中的独立自变量  $t$  可得反转信号  $f(-t)$ , 它是信

号  $f(t)$  以纵轴 ( $t=0$ ) 为转轴作  $180^\circ$  反转而得到的, 如图 1-11 所示, 由图可以看出  $f(t)$  与  $f(-t)$  以纵轴镜像对称。同理, 以变量  $-k$  代替离散信号  $f(k)$  中的独立自变量  $k$ , 可得反转信号  $f(-k)$ 。反转的实际物理意义是: 如果  $f(t)$  表示一个收录在磁带上的语音信号, 则  $f(-t)$  就表示该磁带倒过来放音。

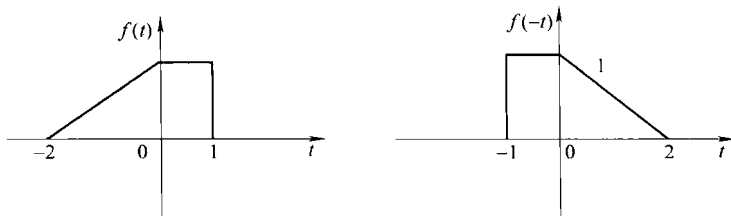


图 1-11 信号的反转

## 2. 平移

以变量  $t-b$  代替信号  $f(t)$  中的独立变量  $t$  可得信号  $f(t-b)$ , 它是信号  $f(t)$  沿时间轴平移  $b$  得到的, 如图 1-12 所示,  $f(t)$  与  $f(t-b)$  的波形形状完全一样, 只是在位置上移动了  $b$ 。当  $b > 0$  时,  $f(t)$  右移  $b$ ; 当  $b < 0$  时,  $f(t)$  左移  $|b|$ 。

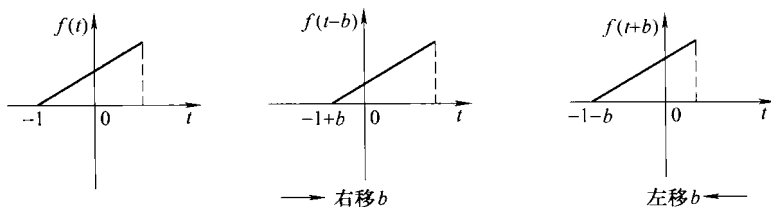


图 1-12 信号的平移

## 3. 尺度变换

以变量  $at$  代替信号  $f(t)$  中的独立变量  $t$  可得信号  $f(at)$ , 它是信号  $f(t)$  沿时间轴展缩而成的。信号  $f(at)$  中,  $a$  为常数, 当  $|a| > 1$  时, 表示  $f(t)$  波形在时间轴上压缩  $1/|a|$  倍; 当  $|a| < 1$  时, 表示  $f(t)$  波形在时间轴上扩展  $|a|$  倍。信号的尺度变换如图 1-13 所示。

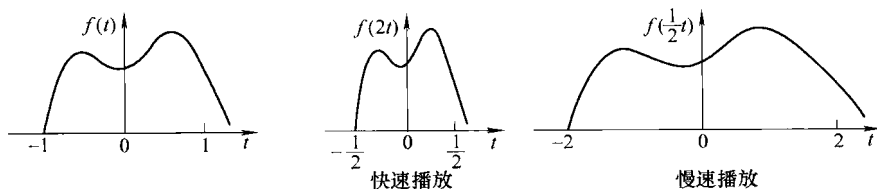


图 1-13 信号的尺度变换

它们的物理意义是: 如果  $f(t)$  表示一个录制在磁带上的语音信号, 则  $f(2t)$  表示慢录快放, 即以原磁带两倍的速度放音;  $f\left(\frac{1}{2}t\right)$  表示快录慢放, 即以原磁带一半的速度放音。

**例 1-4** 已知  $f(t)$  的波形如图 1-14a 所示, 试画出  $f(-t+t_0)$  的波形。

解：方法一：先反转后平移，即  $f(t) \rightarrow f(-t) \rightarrow f(-t+t_0)$ ，变换结果如图 1-14 所示。

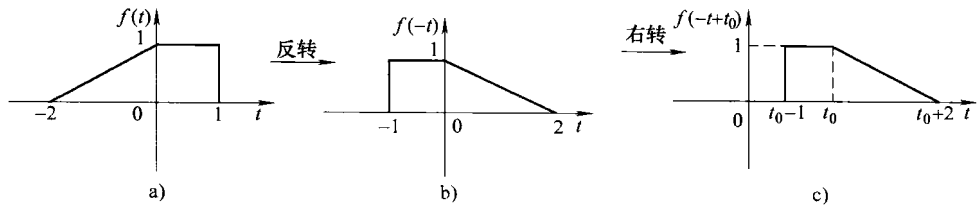


图 1-14 例 1-4 方法一

方法二：先平移后反转(注意:是对  $t$  的变换)，变换结果如图 1-15 所示。

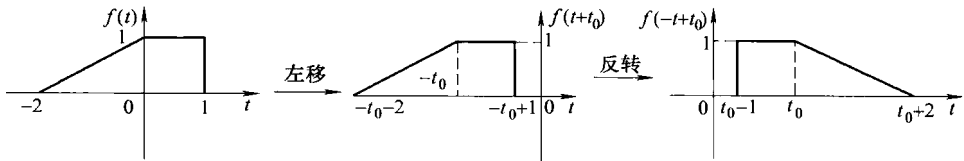


图 1-15 例 1-4 方法二

**例 1-5** 已知  $f(5-2t)$  的波形如图 1-16 所示，试画出  $f(t)$  的波形。

分析： $f(t) \xrightarrow{\text{压缩}} f(2t) \xrightarrow{\text{反转}} f(-2t) \xrightarrow{\text{平移}} f(5-2t)$

因为  $-2\left(t - \frac{5}{2}\right) = 5 - 2t$ ，所以右移  $\frac{5}{2}$ 。

求解过程： $f(5-2t) \xrightarrow{\text{左移 } \frac{5}{2}} f(-2t) \xrightarrow{\text{反转}} f(2t) \xrightarrow{\text{拉伸}} f(t)$

解：(1) 平移。 $f(5-2t)$  的波形向左平移  $\frac{5}{2}$  得  $f(-2t)$  的波形，结果如图 1-17 所示。

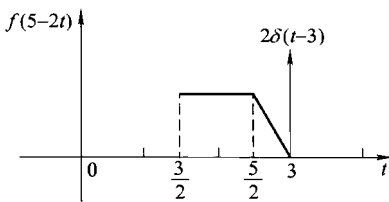


图 1-16 例 1-5 图

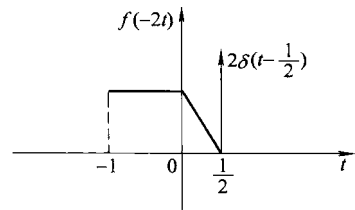


图 1-17 平移

(2) 反转。以  $-t$  代替  $f(-2t)$  中的  $t$ ，可求得  $f(2t)$ ，表明  $f(-2t)$  的波形以  $t=0$  的纵轴为中心线反转得到  $f(2t)$  的波形。注意  $\delta(t)$  是偶数，故

$$2\delta\left(-t - \frac{1}{2}\right) = 2\delta\left(t + \frac{1}{2}\right)$$

由  $f(-2t)$  反转得  $f(2t)$ ，结果如图 1-18 所示。

(3) 尺度变换。以  $\frac{1}{2}t$  代替  $f(2t)$  中的  $t$ ，所得的  $f(t)$  的波形将是  $f(2t)$  的波形在时间轴上扩展 2 倍。由  $f(2t)$  尺度变换得  $f(t)$ ，结果如图 1-19 所示。

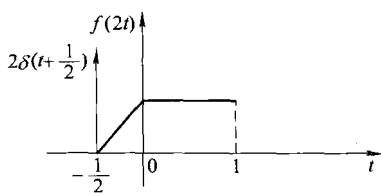


图 1-18 反转

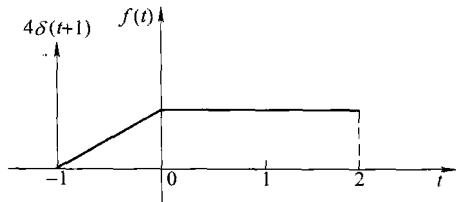


图 1-19 尺度变换

### 1.1.4 信号时域运算

#### 1. 相加

任一瞬间的和信号  $y(t)$  或  $y(k)$  等于同一瞬间相加信号瞬时值的和, 如图 1-20 所示。

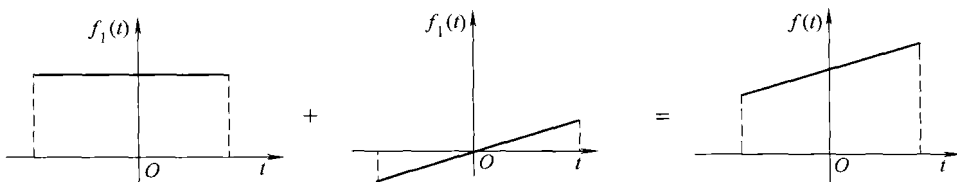


图 1-20 信号的相加运算

#### 2. 相乘

任一瞬间的乘积信号值  $y(t)$  或  $y(k)$  等于同一瞬间相乘信号瞬时值的积, 如图 1-21 所示。

$$y(t) = f_1(t)f_2(t) \text{ 或 } y(k) = f_1(k)f_2(k)$$

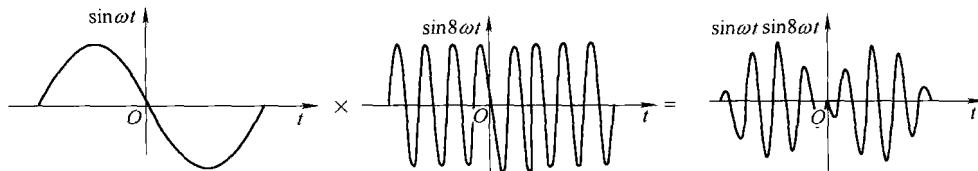


图 1-21 信号的相乘运算

#### 3. 幅度变化

信号的幅度变化是指信号  $f(t)$  或  $f(k)$  和一个常数  $a$  相乘, 可表示为

$$y(t) = af(t) \text{ 或 } y(k) = af(k)$$

#### 4. 微分

信号微分是指信号对时间的导数, 如图 1-22 所示。可表示为

$$y(t) = \frac{df(t)}{dt}$$

#### 5. 积分

信号的积分是指信号在区间  $(-\infty, t)$  上的积分, 可表示为

$$y(t) = \int_{-\infty}^t f(\tau) d\tau$$

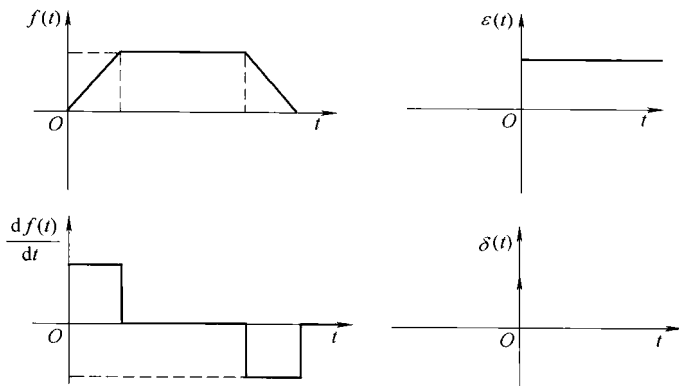


图 1-22 信号的微分运算

积分运算可削弱毛刺噪声的影响。

## 1.2 系统

### 1.2.1 简单系统举例

系统是由若干相互作用和相互依赖的事物组合而成的具有特定功能的整体。从信号处理、通信到电机、各种机动车和化学处理工厂都可以看做一个系统。图 1-23 是通信系统的一般模型。



图 1-23 通信系统模型

从广义的角度上来看，具体的系统都是一些元件、器件或子系统的互联。由此看来，电路与系统很难区分，只是观点和处理问题的角度上的差别。电路分析是求解电路中各支路或回路电流及各节点的电压。系统分析是重点讨论输入、输出关系或运算功能。

图 1-24 是表示系统功能的框图，表示单输入、单输出系统，故系统也可看做是一个转换(或一种运算)： $y(t) = h[f(t)]$ 。系统和信号一样可以分为以下几种：

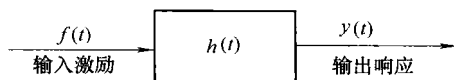


图 1-24 系统功能框图

#### 1. 连续系统与离散系统

连续系统的输入、输出都是连续时间信号，其数学模型是微分方程。离散系统的输入、输出都是离散时间信号，其数学模型是差分方程。实际上，这两种系统常组合运用，称为混合系统。



## 2. 记忆系统和无记忆系统

如果对自变量的每一个值, 一个系统的输出仅仅决定于该时刻的输入, 这个系统就称为无记忆系统, 反之称为记忆系统。一个电阻电路就是一个无记忆系统, 若把电流取作输入  $f(t)$ , 把电压取作输出  $y(t)$ , 则一个电阻的输入-输出关系为

$$y(t) = Rf(t)$$

一个系统中记忆的概念是指该系统具有保留和存储不是当前时刻输入信息的功能。在许多实际系统中, 记忆是直接和能量的存储相关联的。

## 3. 无源系统和有源系统

按系统内是否含源可将系统分为无源系统和有源系统。

## 4. 线性系统和非线性系统

按系统是否具有线性特性可将系统分为线性系统和非线性系统。

## 5. 时不变系统与时变系统

按其参数是否随  $t$  变化而变化可将系统分为时不变系统与时变系统。

### 1.2.2 系统基本性质

#### 1. 线性

线性包含叠加性与齐次性, 若一个连续系统对激励  $f_1(t)$  的响应为  $y_1(t)$ , 对激励  $f_2(t)$  的响应为  $y_2(t)$ , 且满足

$$k_1 f_1(t) + k_2 f_2(t) \rightarrow k_1 y_1(t) + k_2 y_2(t)$$

则该系统为线性系统。

**例 1-6** 判断以下系统是否为线性系统:

$$\frac{dy(t)}{dt} + a_0 y(t) = b_0 f(t) + b_1 \frac{df(t)}{dt}$$

**解:** 设  $f_1(t) \rightarrow y_1(t)$ ,  $f_2(t) \rightarrow y_2(t)$ , 由已知方程得

$$k_1 \left[ \frac{d}{dt} y_1(t) + a_0 y_1(t) \right] = k_1 \left[ b_0 f_1(t) + b_1 \frac{d}{dt} f_1(t) \right] \quad (1)$$

$$k_2 \left[ \frac{d}{dt} y_2(t) + a_0 y_2(t) \right] = k_2 \left[ b_0 f_2(t) + b_1 \frac{d}{dt} f_2(t) \right] \quad (2)$$

将式①+式②得

$$\begin{aligned} & \frac{d}{dt} [k_1 y_1(t) + k_2 y_2(t)] + a_0 [k_1 y_1(t) + k_2 y_2(t)] \\ &= b_0 [k_1 f_1(t) + k_2 f_2(t)] + b_1 \left\{ \frac{d}{dt} [k_1 f_1(t) + k_2 f_2(t)] \right\} \end{aligned}$$

$$\text{即} \quad k_1 f_1(t) + k_2 f_2(t) \rightarrow k_1 y_1(t) + k_2 y_2(t)$$

故系统是线性系统。

#### 2. 时不变性

若一个连续系统对激励  $f(t)$  的响应为  $y(t)$ , 且满足

$$f(t-t_0) \rightarrow y(t-t_0)$$

则该系统具有时不变性。具有时不变性的系统, 在同样起始条件下, 系统的响应与激励输入的时刻无关。系统时不变性如图 1-25 所示。