

全国高等教育自学考试统考课程辅导用书

高等教育自学考试应试指导及综合模拟题库

# 高等数学(一)

赵晋 主编

中国人事出版社

全国高等教育自学考试统考课程辅导用书  
高等教育自学考试应试指导及综合模拟题库

# 高等数学(一)

赵晋 编著

中国人事出版社

**图书在版编目(CIP)数据**

高等数学(1)/赵晋编. —北京:中国人事出版社, 1997.5

ISBN 7—80139—045—8

I. 高… II. 赵… III. 高等数学—高等教育—自学考试—自学参考资料 IV. 013

中国版本图书馆 CIP 数据核字(97)第 09543 号

**高等数学(1)**

\*

中国人事出版社出版

(版权所有 翻印必究)

100028 北京朝阳区西坝河南里 17 号楼

新华书店经销

714 印刷厂印装

\*

1997 年 5 月第 1 版 1997 年 5 月第 1 次印刷

开本:850×1168 毫米 1/32 印张:6.0625

字数:150 千字 印数:00001—30000 册

ISBN7—80139—045—8/O·001

定价 9.50 元

(图书出现印装问题,本社负责调换)

## 本丛书主要编写（主审）~~人员~~

- |     |                |
|-----|----------------|
| 卫兴华 | 中国人民大学经济系教授    |
| 杨文士 | 中国人民大学管理系教授    |
| 周升业 | 中国人民大学财金系教授    |
| 肖 明 | 中国人民大学哲学系教授    |
| 庄次彭 | 中国人民大学经济系教授    |
| 王庆成 | 中国人民大学会计系教授    |
| 汪云生 | 中国人民大学党史系副教授   |
| 杨光斌 | 中国人民大学国政系教授    |
| 赵 晋 | 中国人民大学数学系教授    |
| 何 平 | 中国人民大学财金系博士    |
| 徐 琼 | 中国人民大学财务处会计师   |
| 黄书田 | 首都经济贸易大学统计学系教授 |
| 王守渝 | 北京大学法律系教授      |
| 叶静漪 | 北京大学法律系副教授     |
| 张守文 | 北京大学法律系博士后     |
| 黄凤显 | 北京大学文学系文学博士    |

## 序 言

高等数学（一）是高等教育自学考试财经类各专业必修基础课之一，考试内容为：一元微积分（包括极限、导数与微分、不定积分与定积分）、线性代数（包括行列式、矩阵、线性方程组）、概率论基础。

本书作者根据自学考试大纲的要求，对自考中可能出现的各种题型做了归纳总结，针对考生在复习阶段遇到的知识难点，各种题型的解题步骤，都通过典型例题做了必要的提示，并进行了较详尽的分析和解析演示。

为使考生对自学考试的基本题型有一个较全面的了解，在将近年的考题进行分析比较的基础上，编排了八套模拟仿真试题（每套题均应在两个半小时之内完成），作为考生经系统复习后的自测使用。试题编排中力求做到难度适中，题型覆盖面广，典型性强，对考生有一定的启发性。通过解模拟试题，可以使考生了解考试范围、考试题型、试题难度，掌握考试时间，同时也对考试内容做到了全面复习。模拟试题可以使考生在解题过程中，掌握解题思路、方法和技巧，逐步提高分析问题和解决问题的能力，从而提高应试能力。每套试题后均有较详尽的解答和提示，作为考生答题后的对照参考。为使复习效果更佳，建议考生在全面复习之后再解模拟试题，解模拟试题时应避免先看答案后解题，否则不能达到模拟检测的目的。

希望本书的出版能使广大的考生得到有益的帮助，但由于编者水平有限，编写中可能有疏漏之处，诚恳欢迎读者批评指正。

编 者

1997年5月

# 说 明

根据全国高等教育自学考试指导委员会有关文件精神,各省、市、自治区高等教育自学考试将逐步过渡到使用全国统一试题。同时,从1997年4月开始,全国高等教育自学考试各专业考试计划中的公共政治课设置统一进行调整。哲学、政治经济学、中国革命史三门课程的学分数统一调整为4学分。财经类专业的政治经济学作为专业基础课设置,本、专科要求统一为8学分。

为满足高等教育自学考试社会助学和适应考试的需要,我们组织了高等院校的部分专家学者结合自学考试的特点,编写了这套丛书。

本丛书的编写者或为全国高等教育自学考试指导委员会各专业的委员,或为全国高等教育自学考试统编教材的主编及撰稿人员,或为长期从事自学考试辅导的专家。

本丛书特点:

(1) 严格遵照全国高等教育自学考试指导委员会制订的各科《考试大纲》(最新修订本)的命题原则和命题范围。

(2) 以全国高等教育自学考试统编教材(最新修订本)为编写依据。

(3) 以分析、研究历年考试试卷为基础。

本丛书各科目均为全国统考课程，供高等教育自学考试个人自学、社会助学和国家考试使用。无疑也适用于其它相同专业方向的学习需要。

《全国高等教育自学考试统考课程辅导用书》编委会

1997年5月

# 目 录

## 第一部分 题型分析·解题指导

第一章 单项选择题	(1)
一、单项选择题的特点及解法	(1)
二、单项选择题的典型例题详解	(5)
第二章 填空题	(11)
一、填空题的特点及解法	(11)
二、填空题的典型例题详解	(11)
第三章 计算题	
一、计算题的特点	(15)
二、分类题型小结及典型例题详解	(15)

### 微积分

(一) 求函数的极限	(16)
题型 1. 用罗必达法则求极限	(17)
题型 2. 利用极限运算法则求函数的极限	(20)
(二) 导数与微分的计算	(25)
题型 3. 复合函数的导数	(25)
题型 4. 对数求导法	(26)



题型 5. 隐函数的求导法	(27)
(三) 函数性质的讨论	(27)
题型 6. 函数的单调性判别	(27)
题型 7. 函数极值的判别	(28)
题型 8. 函数最大值、最小值的判别	(31)
题型 9. 函数凹向与拐点的判别	(32)
题型 10. 函数渐进线的判别	(34)
题型 11. 函数的作图	(35)
(四) 导数的应用	(37)
题型 12. 求曲线的切线方程	(37)
题型 13. 导数的经济应用	(38)
(五) 一元函数的积分	(44)
题型 14. 不定积分的计算	(44)
题型 15. 定积分的计算	(51)
题型 16. 广义积分的敛散性	(55)
题型 17. 定积分的应用	(58)

### 线性代数

题型 1. 行列式的计算	(62)
题型 2. 矩阵及其运算	(64)
题型 3. 线型方程组	(68)

### 概率论初步

题型 1. 随机事件与概率	(75)
题型 2. 全概公式 逆概公式	(77)
题型 3. 独立试验序列概型	(80)

## 第二部分 综合模拟题库

模拟试题（一） .....	（85）
模拟试题（一） 参考答案 .....	（91）
模拟试题（二） .....	（98）
模拟试题（二） 参考答案 .....	（103）
模拟试题（三） .....	（110）
模拟试题（三） 参考答案 .....	（116）
模拟试题（四） .....	（122）
模拟试题（四） 参考答案 .....	（128）
模拟试题（五） .....	（135）
模拟试题（五） 参考答案 .....	（141）
模拟试题（六） .....	（147）
模拟试题（六） 参考答案 .....	（153）
模拟试题（七） .....	（160）
模拟试题（七） 参考答案 .....	（166）
模拟试题（八） .....	（171）
模拟试题（八） 参考答案 .....	（177）

# 第一章 单项选择题

## 一、单项选择题的特点及解法

### 1. 题型特点

单项选择题是标准化试题题型中较简单的一种,一般情况供选择的项有四种,即  $A$ 、 $B$ 、 $C$ 、 $D$ ,这四种选择中只有一个是正确的,其余三个都是错误的。这种题型既不要求说明理由,又不要求写出判断过程。但对考生来讲,不允许有任何概念上的模糊、推理上的疏忽和计算上的粗心。这种题型主要是根据考试大纲的要求,考察学生对基本概念、基本理论的理解,以及对基本运算方法掌握的熟练程度。所以在题型的设计中,往往将由于概念不清而导致的错误结论或由于运算法则的混淆而导致的错误结论作为干扰选择项,用以识别考生对知识掌握的准确性和熟练程度以及概念上的是非鉴别能力。由此可见,要想正确地解答单项选择题,只有认真地在“三基”上下功夫,不断提高分析问题和解决问题的能力,才能在变化万千、错综复杂的问题中辨别真伪。

### 2. 解题技巧指导

单项选择题的解法要根据具体的问题来决定,常用的方法有:验证法、直接法、筛选法等等。需要注意的是解题的方法并不是单一的,有时还可根据情况将不同方法交替使用来选择出正确答案。

(1) 验证法:将备选答案依次代入已知条件中或将已知条件代入备选答案中,选出正确的答案。由于单项选择题的备选项中只

有一个是正确的,所以在依次代入验证中,一旦选出正确的结论,其余的选项必然是错误的,因此就不需再验证了。

〔典型例题〕

〔例〕1 下列选择中〔      〕是  $f(x) = 2(e^{2x} - e^{-2x})$  的一个原函数。

- (A)  $(e^x - e^{-x})$                       (B)  $(e^x + e^{-x})$   
(C)  $(e^x + e^{-x})^2$                     (D)  $4(e^{2x} + e^{-2x})$

分析:本题若从被积函数与原函数的关系去做积分,则较繁。但从原函数的导数是被积函数这一结论出发,判别起来较容易。

- (A)  $(e^x - e^{-x})' = e^x + e^{-x} \neq f(x)$   
(B)  $(e^x + e^{-x})' = e^x - e^{-x} \neq f(x)$   
(C)  $[(e^x + e^{-x})^2]' = 2(e^x + e^{-x})(e^x - e^{-x})$   
 $= 2(e^{2x} - e^{-2x}) = f(x)$

由于是单项选择题,故确认(C)是正确时,(D)就可以不必再做计算了。

〔例〕2 在五阶行列式中,下列含有  $a_{15}a_{51}$  的项中,其符号取正的是〔      〕。

- (A)  $a_{15} a_{22} a_{33} a_{44} a_{51}$   
(B)  $a_{15} a_{23} a_{34} a_{42} a_{51}$   
(C)  $a_{15} a_{24} a_{33} a_{42} a_{51}$   
(D)  $a_{15} a_{24} a_{32} a_{43} a_{51}$

分析:由  $n$  阶行列式的定义,五阶行列式各项的符号取决于该项元素角标的逆序数,因为选项中的行角标都是自然排列,而列角标有逆序存在,故只需求出列角标的逆序数,便可确定该项的符号。

- (A)  $N(5\ 2\ 3\ 4\ 1) = 7$   
(B)  $N(5\ 3\ 4\ 2\ 1) = 9$

$$(C) N(5\ 4\ 3\ 2\ 1) = 10$$

当判别出(C)的逆序为偶数时,可以得出该项取正号,不需要再判别(D)了。正确答案应填(C)。

(2) **直接法**:这是一种根据题目的已知条件来导出结论的选择方法。实际应用中要视具体问题而定。如:可按已知条件进行推理或按某种运算规则进行计算。一旦选出正确的结论,其余的选项必是错误的。

**〔典型例题〕**

〔例〕3  $\int_0^1 (2x+k)dx = 2$  则  $k = [ \quad ]$ 。

(A) 0

(B) -1

(C) 1

(D)  $\frac{1}{2}$

分析:本题如果用验证法,把选项中的  $k$  值分别代入积分,判别是否满足已知条件,则较繁。故应该直接从已知条件进行积分,解出  $k$  值并与选项进行对照,从中选出正确的答案。

$$\int_0^1 (2x+k)dx = \int_0^1 2xdx + \int_0^1 kdx = x^2 \Big|_0^1 + kx \Big|_0^1$$

$$= 1 + k = 2 \Rightarrow k = 1 \quad \text{故(C)正确。}$$

〔例〕4 与曲线  $y = x^3 + 3x^2 - 5$  相切且与直线  $6x + 2y - 1 = 0$  平行的直线方程是[ ]。

(A)  $x + 3y + 6 = 0$

(B)  $3x + y + 6 = 0$

(C)  $3x - y + 6 = 0$

(D)  $x - 3y + 6 = 0$

分析:曲线  $y = x^3 + 3x^2 - 5$  在点  $(x, y)$  处的切线斜率为  $k_1 = y' = 3x^2 + 6x$ 。直线  $6x + 2y - 1 = 0$  即  $y = -3x + 1$  的斜率为  $k_2 = -3$ 。如果满足已知条件,应有  $k_1 = k_2$ , 亦即  $3x^2 + 6x = -3 \Rightarrow x = -1$ , 并代入曲线方程  $y = x^3 + 3x^2 - 5$  得

切点为 $(-1, -3)$ ,于是由直线的点斜式方程可得切线方程

$$y - (-3) = (-3)(x + 1)$$

即  $y = -3x - 6$ ,故正确答案选(B)。

〔例5〕 设  $XA = B$  且  $|A| \neq 0$ , 则  $X = [ \quad ]$ 。

(A)  $BA$

(B)  $AB$

(C)  $A^{-1}B$

(D)  $BA^{-1}$

分析:这是一个矩阵方程,由于  $|A| \neq 0$ ,说明矩阵  $A$  可逆,只需在方程两端右乘  $A^{-1}$ ,可得出  $X = BA^{-1}$ ,所以应填(D)。

〔例6〕 同时掷两颗骰子,出现点数之和为10的概率为  
[  $\quad$  ]。

(A)  $3/12$

(B)  $1/12$

(C)  $5/12$

(D)  $7/12$

分析:掷两颗骰子的样本空间为36,而点数和为10的样本只有 $(5,5)(4,6)(6,4)$ 共3个,故  $P(\text{点数之和为}10) = \frac{3}{36} = \frac{1}{12}$ ,

应填(B)。

(3) **筛选法**:通过寻找已知条件与备选答案之间的矛盾,或用特例及特殊值验证备选答案等方法来排除错误的备选答案。这种利用题目的已知条件,通过逐个否定备选答案,从而选出正确答案的方法,称为筛选法。

〔典型例题〕

〔例7〕 设函数  $f(x) = \begin{cases} \ln x & x \geq 1 \\ x - 1 & x < 1 \end{cases}$  则  $f(x)$  在  $x = 1$  处 [  $\quad$  ]。

(A) 不连续

(B) 连续但不可导

(C) 连续且  $f'(1) = -1$

(D) 连续且  $f'(1) = 1$

分析:首先检验所给函数  $f(x)$  在  $x=1$  处是否连续:

$$\because f(0-0) = \lim_{x \rightarrow 1^-} (x-1) = 0$$

$$f(0+0) = \lim_{x \rightarrow 1^-} (\ln x) = 0, \text{ 且 } f(1) = \ln 1 = 0$$

$\therefore \lim_{x \rightarrow 1} f(x) = f(1) = 0$  故  $f(x)$  在  $x=1$  处连续.于是

(A) 被排除.

再检验  $f(x)$  在  $x=1$  处的可导性:

$$\because \lim_{\Delta x \rightarrow 0^-} \frac{f(1+\Delta x) - f(1)}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 1^-} \frac{1 + \Delta x - 1}{\Delta x} = 1 \\ = f'_-(1)$$

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0^+} \frac{f(1+\Delta x) - f(1)}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 1^+} \frac{\ln(1+\Delta x)}{\Delta x} = \ln e = 1 = f'_+(1)$$

于是有  $f'_+(1) = f'_-(1) = 1$  故  $f(x)$  在  $x=1$  处可导.排除选项(B)、(C),正确答案应选(D).

〔例〕8  $\frac{d}{dx} \int_0^{\sqrt{x}} x^3 e^{x^2} dx = [ \quad ]$ .

(A)  $x^2 e^{x^2} - e^{x^2}$  (B)  $x^3 e^{x^2}$

(C)  $\ln 2 - \frac{1}{2}$  (D) 0

分析:定积分的结果应该是一个常数,所以再求导数后,结果应为零.故(A)(B)(C)均不正确,应选(D).

## 二、单项选择题的典型例题详解

〔例〕9 下列计算极限的过程正确的是〔 〕.

(A)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x+1} - \sqrt{x})$   
 $= \lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x+1} - \lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x} = 0$

(B)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x - 1} = \frac{\lim_{x \rightarrow 1} (x^2 - 1)}{\lim_{x \rightarrow 1} (x - 1)} = 2$

$$(C) \quad \lim_{x \rightarrow 0^+} x \ln x = \lim_{x \rightarrow 0^+} x \lim_{x \rightarrow 0^+} \ln x = 0$$

$$(D) \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + 1}{2x^2 - 3} = \frac{\lim_{x \rightarrow \infty} (1 + \frac{1}{x^2})}{\lim_{x \rightarrow \infty} (2 - \frac{3}{x^2})} = \frac{1}{2}$$

解: (A) 错。因为(A)的原式为  $\infty - \infty$  型, 对这种未定式应采用取共轭因式求解, 即

$$\begin{aligned} & \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x+1} - \sqrt{x}) \\ &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(\sqrt{x+1} - \sqrt{x})(\sqrt{x+1} + \sqrt{x})}{(\sqrt{x+1} + \sqrt{x})} \\ &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x+1-x}{(\sqrt{x+1} + \sqrt{x})} = 0 \end{aligned}$$

(B) 错, 不满足极限的运算法则。因为  $\lim_{x \rightarrow 1} (x-1) = 0$  在分母

上。正确解法为

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x+1)}{(x-1)} = \lim_{x \rightarrow 1} (x+1) = 2$$

(C) 错, 这是一个  $0 \cdot \infty$  型的未定式极限问题, 正确的解法为

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} x \ln x \stackrel{0 \cdot \infty}{=} \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\ln x}{\frac{1}{x}} \stackrel{\left(\frac{\infty}{\infty}\right)}{=} \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{\frac{-1}{x^2}} = \lim_{x \rightarrow 0^+} x = 0$$

原题前三种选择的结论虽然都与正确答案相同, 但解题过程都不满足极限运算规则, 故都是错误的, (D) 满足极限运算法则, 故(D)是正确的。

【例】10  $f(x)$  在点  $x = x_0$  处有定义是当  $x \rightarrow x_0$  时  $f(x)$  有极限的〔 〕。

- (A) 必要条件
- (B) 充分条件
- (C) 充分必要条件
- (D) 无关的条件



解: 由于  $f(x)$  在  $x = x_0$  有无定义,  $x \rightarrow x_0$  的极限都有可能存在极限, 故正确答案填(D)。

〔例〕11 设函数  $f(x) = \begin{cases} \cos x & x \leq 0 \\ ax + b & x > 0 \end{cases}$ ,  $f(x)$  在点  $x = 0$  处可导, 则〔 〕。

(A)  $a = 1, b = 1$       (B)  $a = 1, b = 0$

(C)  $a = 0, b = 1$       (D)  $a = 0, b = 0$

解: (C) 正确。利用  $f(x)$  在点  $x = 0$  处可导, 则  $f(x)$  在  $x = 0$  必连续, 于是有  $f(0 - 0) = f(0 + 0) = b = f(0) = 1$

即  $b = 1$

由可导性有

$$\begin{aligned} f'_-(0) &= \lim_{\Delta x \rightarrow 0^-} \frac{f(0 + \Delta x) - f(0)}{\Delta x} \\ &= \lim_{\Delta x \rightarrow 0^-} \frac{\cos(\Delta x) - 1}{\Delta x} \\ &= \lim_{\Delta x \rightarrow 0^-} \frac{-2\sin^2\left(\frac{\Delta x}{2}\right)}{\Delta x} \\ &= -\frac{1}{2} \lim_{\Delta x \rightarrow 0^-} \frac{\Delta x \cdot \sin^2\left(\frac{\Delta x}{2}\right)}{\left(\frac{\Delta x}{2}\right)^2} \\ &= -\frac{1}{2} \left( \lim_{\Delta x \rightarrow 0^-} \Delta x \right) \left[ \lim_{\Delta x \rightarrow 0^-} \frac{\sin \frac{\Delta x}{2}}{\frac{\Delta x}{2}} \right]^2 = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f'_+(0) &= \lim_{\Delta x \rightarrow 0^+} \frac{f(0 + \Delta x) - f(0)}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0^+} \frac{a(\Delta x) + b - 1}{\Delta x} \\ &= \lim_{\Delta x \rightarrow 0^+} \frac{a\Delta x + 1 - 1}{\Delta x} = a \end{aligned}$$

应满足  $f'_-(0) = f'_+(0) = a = 0$ , 故  $a = 0, b = 1$ , 故应选择 (C)。