物理卷

中国科学技术经·典·文·库

理论物理（第七册）

量子力学（乙部）

吴大猷 著

科学出版社
www.sciencep.com

中国科学技术经典文库·物理卷

理论物理(第七册)

量子力学(乙部)

吴大猷 著

科学出版社

北京

内 容 简 介

本书为著名物理学家吴大猷先生的著述《理论物理》(共七册)的第七册.《理论物理》是作者根据多年所从事的教学实践编写的一部比较系统全面的大学物理学教材. 本书第六册是量子力学的甲部. 本册是量子力学的乙部, 包括电子的相对论(Dirac)方程、经典场及量子化场、旋量和群论. 在多数章节之后附有习题或附录供读者研讨.

本书根据中国台湾联经出版事业公司出版的原书翻印出版, 作者对原书作了部分更正, 李政道教授为本书的出版写了序言, 我们对原书中一些印刷错误也作了订正.

图书在版编目(CIP)数据

理论物理(第七册): 量子力学(乙部)/吴大猷著. —北京: 科学出版社, 2010
(中国科学技术经典文库·物理卷)

ISBN 978-7-03-028712-0

I. 理… II.吴… III. ①理论物理学 ②量子力学 IV. O41

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2010) 第 162966 号

责任编辑: 张 静 唐保军 / 责任校对: 陈玉凤
责任印制: 钱玉芬 / 封面设计: 王 浩

科学出版社 出版
北京东黄城根北街 16 号
邮政编码: 100717
http://www.sciencep.com

中国科学院印刷厂 印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

1983 年 8 月第 一 版 开本: B5(720×1000)
2010 年 9 月第二次印刷 印张: 23 1/2
字数: 456 000

定价: 88.00 元

(如有印装质量问题, 我社负责调换)

序　言

吴大猷先生是国际著名的学者, 在中国物理界, 是和严济慈、周培源、赵忠尧诸教授同时的老前辈. 他的这一部《理论物理》, 包括了“古典”至“近代”物理的全貌. 1977 年初, 在中国台湾陆续印出. 这几年来对该省和东南亚的物理教学界起了很大的影响. 现在中国科学院, 特别是由于卢嘉锡院长和钱三强、严东生副院长的支持, 决定翻印出版, 使全国对物理有兴趣者, 都可以阅读参考.

看到了这部巨著, 联想起在 1945 年春天, 我初次在昆明遇见吴老师, 很幸运地得到他在课内和课外的指导, 从“古典力学”学习起至“量子力学”, 其经过就相当于念吴老师的这套丛书, 由第一册开始, 直至第七册. 在昆明的这一段时期是我一生学物理过程中的大关键, 因为有了扎实的根基, 使我在 1946 年秋入芝加哥大学, 可立刻参加研究院的工作.

1933 年吴老师得密歇根大学的博士学位后, 先留校继续研究一年. 翌年秋回国在北大任教, 当时他的学生中有马仕俊、郭永怀、马大猷、虞福春等, 后均致力物理研究有成. 抗战期间, 吴老师随北大加入西南联大. 这一段时期的生活是相当艰苦的, 但是中国的学术界, 还是培养和训练了很多优秀青年. 下面的几段是录自吴老师的《早期中国物理发展之回忆》一书:

“组成西南联大的三个学校, 各有不同的历史. …… 北京大学规模虽大, 资望也高, 但在抗战时期中, 除了有很小数目的款, 维持一个 ‘北京大学办事处’ 外, 没有任何经费作任何研究工作的. 在抗战开始时, 我的看法是以为应该为全面抗战, 节省一切的开支, 研究工作也可以等战后再作. 但抗战久了, 我的看法便改变了, 我渐觉得为了维持从事研究者的精神, 不能让他们长期地感到无法工作的苦闷. 为了培植及训练战后恢复研究工作所需的人才, 应该在可能情形下, 有些研究设备. 西南联大没有此项经费, 北大也无另款. …… 我知道只好尽自己个人的力量做一点点工作了. …… 请北大在岗头村租了一所泥墙泥地的房子做实验室, 找一位助教, 帮着我把三棱柱放在木制架上拼成一个最原始形的分光仪, 试着做些 ‘拉曼效应’ 的工作”.

“我想在二十世纪, 在任何实验室, 不会找到一个拿三棱柱放在木架上做成的分光仪的了. 我们用了许多脑筋, 得了一些结果. ……”

“1941 年秋, 有一位燕京大学毕业的黄昆, 要来北大当研究生随我工作, 他是一位优秀的青年. 我接受了他, 让他半时作研究生, 半时作助教, 可以得些收入. 那年上学期我授 ‘古典力学’, 下学期授 ‘量子力学’. 班里优秀学生如杨振宁、黄昆、黄

授书、张守廉等可以说是一个从不易见的群英会. ······”

“1945 年日本投降前, 是生活最困难的时期. 每月发薪, 纸币满箱. 因为物价飞跃, 所以除了留些做买菜所需外, 大家都立刻拿去买了不易坏的东西, 如米、炭等. ······ 我可能是教授中最先摆地摊的, ······ 抗战初年, 托人由香港、上海带来的较好的东西, 陆续地都卖去了. 等到 1946 年春复员离昆明时, 我和冠世的东西两个手提箱便足够装了.”

就在 1946 年春, 离昆明前吴老师还特为了我们一些学生, 在课外另加工讲授“近代物理”和“量子力学”. 当时听讲的除我以外, 有朱光亚、唐敖庆、王瑞駪和孙本旺.

在昆明时, 吴老师为了北京大学的四十周年纪念, 写了《多原分子的结构及其振动光谱》一书, 于 1940 年出版. 这本名著四十多年来至今还是全世界各研究院在这领域中的标准手册. 今年正好是中国物理学会成立的五十周年, 科学出版社翻印出版吴大猷教授的《理论物理》全书, 实在是整个物理界的一大喜事.

李政道

1982 年 8 月

写于瑞士日内瓦

总　　序

若干年来, 由于与各方面的接触, 笔者对中国台湾的物理学教学和学习, 获有一个印象: (一) 大学普通物理学课程之外, 基层的课程, 大多强纳入第二第三两学年, 且教科书多偏高, 量与质都超过学生的消化能力. (二) 学生之天资较高者, 多眩于高深与时尚, 不知或不屑于深厚基础的奠立. (三) 专门性的选修课目, 琳琅满目, 而基层知识训练, 则甚薄弱.

一九七四年夏, 笔者拟想以中文编写一套笔者认为从事物理学的必须有的基础的书. 翌年夏, 得褚德三、郭义雄、韩建珊 (中国台湾交通大学教授) 三位之助, 将前此教学的讲稿译为中文, 有 (1) 古典力学, 包括 Lagrangian 和 Hamiltonian 力学, (2) 量子论及原子结构, (3) 电磁学, (4) 狭义与广义相对论等四册. 一九七六年春, 笔者更成 (5) 热力学, 气体运动论与统计力学一册. 此外将有 (6) 量子力学一册, 稿在整理中.

这些册的深浅不一. 笔者对大学及研究所的物理课程, 拟有下述的构想:

第一学年: 普通物理 (力学, 电磁学为主); 微积分.

第二学年: 普通物理 (物性, 光学, 热学, 近代物理); 高等微积分; 中等力学 (一学期).

第三学年: 电磁学 (一学年) 及实验; 量子论 (一学年).

第四学年: 热力学 (一学期); 狭义相对论 (一学期); 量子力学 (引论)(一学年).

研究院第一年: 古典力学 (一学期); 分子运动论与统计力学 (一学年); 量子力学 (一学年); 核子物理 (一学期).

研究院第二年: 电动力学 (一学年); 专门性的课目, 如固体物理; 核子物理, 基本粒子; 统计力学; 广义相对论等, 可供选修.

上列各课目, 都有许多的书, 各有长短. 亦有大物理学家, 集其讲学精华, 编著整套的书, 如 Planck, Sommerfeld, Landau 者. Landau-Lifshitz 大著既深且博, 非具有很好基础不易受益的. Sommerfeld 书虽似较易, 然仍是极严谨有深度的书, 不宜轻视的. 笔者本书之作, 是想在若干物理部门, 提出一个纲要, 在题材及着重点方面可作为 Sommerfeld 书的补充, 为 Landau 书的初阶.

笔者深信, 如一个教师的讲授或一本书的讲解, 留给听者或读者许多需要思索、补充、扩展、涉猎、旁通的地方, 则听者读者可获得较多的益处. 故本书风格, 偏于简练, 课题范围亦不广. 偶以习题的方式, 引使读者搜索, 扩大正文的范围.

笔者以为用中文音译西人姓名, 是极不需要且毫无好处之举. 故除了牛顿, 爱

因斯坦之外, 所有人名, 概用西文.*

本书得褚德三、郭义雄、韩建珊三位中国台湾交通大学教授之助, 单越 (中国台湾清华大学) 教授的校阅, 笔者特此致谢.

吴大猷
1977 年元旦

* 商务印书馆出版之中山自然科学大辞典中, 将 Barkla, Blackett, Lamb, Bloch, Brattain, Townes 译为巴克纳, 布拉克, 拉目, 布劳克, 布劳顿, 汤里士, 错误及不准确可见.

本 册 前 言

本书第六册量子力学的甲部, 述量子力学的矩阵力学, 波动力学的发展, 量子力学的结构及其对原子、分子理论的应用, 本册为量子力学的乙部, 述相对论的电子方程式, 古典场及量子化场, 旋量和群论. 这些课题的选择, 是基于若干的考虑的.

相对论 (狭义的) 和量子力学系目前物理学的两大基石. 在上册 (第六册) 中, 我们所用的 Schrödinger 方程式 (含时间的), 是不满足相对论的基本要求的 (Lorentz 不变性). 故求一个满足相对论要求的量子力学, 实系必要. 早在 1926 年, E. Schrödinger, O. Klein, W. Gordon, V. Fock 等氏即获得这样的一个方程式, 但旋即知道不适用于电子. 1928 年 P. A. M. Dirac 创立他的理论, 成功地应用于电子的问题 (如氢原子的理论), 且预告了有正电子的可能性. 1933 年 C. D. Anderson 发现了正电子, 使 Dirac 理论获得极强 (可谓无可置疑的) 的证验.

然由于 Dirac 的正电子理论的成功, 却引致另一重大的发展, 原来正电子的理论的本身, 已不再是 "一个粒子" 而是一个 "多粒子" 的系统的问题. 这和 1905 年爱因斯坦提出的电磁场的量子理论, 同样的需要场和量子化的场的理论. 单独一个场的量子化, 是无根本的困难的. 然电子和电磁两个有交互作用的场的理论 —— 所谓量子电动力学 —— 便遇到极基本性的困难. 理论中出现无限大的量, 经 1940, 1950 年代许多物理学家的努力, 仍顽固地未被消除. Dirac 氏以为这似示我们在极基本阶层上未得适宜的观念, 故很可能需要另外我们尚未知道的数学工具, 来处理它. 这样的问题, 或者需等待时机成熟, 又出来了爱因斯坦, Heisenberg, Dirac 一样的人. 但 "场" 的观念, 可能仍可保留下去的.

相对论的基本要求 ——Lorentz 不变性 —— 似乎仍将继续的为自然界的一个对称原理. 处理对称性的最适宜数学工具, 便是群论 —— 尤其是群的表现 (representation theory).

本册是希望从上述的观点, 作一个入门的导论. 第 1、第 2 章由历史上发展的观点, 导致 Klein-Gordon 和 Dirac 的相对论电子的量子力学方程式. 第 3 章述 Dirac 方程式理论的展开. 第 4 章述 Dirac 方程式在 Lorentz 变换下的性质. 第 5 章述 Dirac 方程式在氢原子问题的应用.

本册的第二部是述场的观念, 第 6 章先将古典场的观念表以 Lagrangian 及 Hamiltonian 形式, 并应用之于电磁场. 第 7 章述多体系统在量子力学中的表象形式, 及多体系统对置换 (permutation) 的对称性. 第 8 章述场的量子化的数学形式, 并以 Klein-Gordon 方程式的 ψ, 电磁场的势 A_μ, Dirac 方程式的 ψ_μ 为例. 第 9 章

述量子化的电磁场对辐射跃迁机率 (自发辐射) 的应用, 关于量子化场的叙述, 只止于此, 量子电动力学 —— 电子与电磁场的交互作用场 —— 是需要更多的准备基础, 才能作有效的叙述, 故作者决将那一个大部门, 留候他日, 不在本册中作尝试了.

第三部则作旋量 (spinor) 和群论的导论. 旋量是 Dirac 理论的基本量 —— 是 Lorentz 变换所需的 "波函数". 通常的量子力学书中, 多视 Dirac 波函数为一个 4 分量的波函数而不引入旋量, 这是牺牲了数学上的正确性. 第 10 章对旋量作一个简介, 希望对习量子力学者介绍普通书中不常叙述的课题.

群论是数学中的美丽、深邃、重要的一大部门. 本书当然不使讲群论的数学, 即使讲群论在物理上的应用, 也做不到. 作者只是觉得在量子力学中一再着重 Dirac 的方程式的 Lorentz 不变性, 而不更稍深入地探索 Lorentz 群的表现 (representation) 和 Dirac, Klein-Gordon, Maxwell 方程式的关系, 是一种欠缺. 故决定尝试为学习量子力学的物理学生, 介绍群论的表现理论和物理 (场论) 的关系.

第 11 章述群的若干基本观念和定义; 第 12 章述线性变换中的单位模〔SC_2〕和幺正单位模〔SU_2〕群和 Lorentz 群, 三维空间转动群 R_{3p} 的关系, 第 13 章述群的表现论, 同态, 同构 (homomorphism, isomorphism), 表现的可约与不可约性等定理, 并以〔SU_2〕,〔SC_2〕群为例. 此章从数学观点, 述群的代数的许多基本定理. 第 14 章则略举群的表现理论对量子力学的应用. 为便利读者计, 本章重复地将第 13 章若干基本定理综合一下, 以之应用于对称群 (所谓点群, point group) 之一.

目　　录

场　论

旋量及群论引论

第 1 章　电子之相对论理论 ——Klein-Gordon 方程式

1.1　引　　言

Schrödinger 方程式

$$i\hbar\frac{\partial\psi}{\partial t}=H\psi \tag{1-1}$$

系量子力学中的一个基本假定, 如《理论物理第六册: 量子力学》(甲部) 第 5 章所述. 此方程式对时的变数 t 系一次微分, 而对空坐标 x,y,z 则系二次微分. 按狭义相对论的基本要求 (Minkowski 四维时空的转动变换不变性), 时、空变数须有相同的地位; 换言之, 在一个符合相对论原则的理论中, 时、空坐标应以同次的微分出现. 故第 (1) 式*关系不符相对论原则的. 此情形可由下较明显的考虑表出之.

按量子力学的基本假定: $|\psi|^2$ 函数的机率意义和其归一性的条件为

(i)
$$w=\psi^*\psi\geqslant 0 \tag{1-2}$$

(ii)
$$-\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\int w\mathrm{d}\tau=0 \tag{1-3}$$

$\mathrm{d}\tau=\mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z$. 在相对论的理论中的一纯量 (无因次的), 在 Lorentz 变换下系一不变量. 我们要求下条件

(iii)
$$\int\psi^*\psi\mathrm{d}\tau=\text{Lorentz不变量} \tag{1-4}$$

第 (ii) 条件, 如 w 满足下列的一个连续方程式

$$\frac{\partial w}{\partial t}+\mathrm{div}\boldsymbol{I}=0 \tag{1-5}$$

即可保证其得成立. (式中之 $\boldsymbol{I}$ 系一向量, 其分量 I_x,I_y,I_z 于 $\int_v w\mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z$ 积分的区域 v 的表面 S 上皆等于零的). 此点的证明极易: 将 (5) 式两项对区域 v 积分, 再用 Gauss 定理即得.

第 (iii) 条件, 如上式之 $\boldsymbol{I}$ 与 w, 或

$$\left(\frac{1}{c}I_x,\frac{1}{c}I_y,\frac{1}{c}I_z,\mathrm{i}w\right) \tag{1-6}$$

* (1) 式即公式 (1-1), 公式序号均去掉了章号, 只用顺序号表示, 其他章节类同. —— 编辑注

构成一 Minkowski 四维空间的向量, 即可保证其得成立. 此点的证明如下: 如 iw 系一四维向量的第四分量, 则 w 在 Lorentz 变换下, 其变换乃如 dt, 故

$$w\mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z\text{系一纯量} \tag{1-7}$$

兹按 (i), (ii), (iii) 条件检视第 (1) 方程式. 以一质量 m 在位场 V 的粒子的情形为例. 第 (1) 式为

$$\frac{\partial\psi}{\partial t}+\frac{\hbar}{2m\mathrm{i}}\left(\nabla^2-\frac{2m}{\hbar^2}V\right)\psi=0, \tag{1-8}$$

由此方程式及其复数共轭式

$$\frac{\partial\psi^*}{\partial t}-\frac{\hbar}{2m\mathrm{i}}\left(\nabla^2-\frac{2m}{\hbar^2}V\right)\psi^*=0$$

即得

$$\frac{\partial}{\partial t}(\psi^*\psi)+\mathrm{div}\left[\frac{\hbar}{2m\mathrm{i}}(\psi^*\nabla\psi-\psi\nabla\psi^*)\right]=0 \tag{1-9}$$

由此式, 得见第 (i), (ii) 二条件可满足. 惟此式中之 $\boldsymbol{I}$ 向量与 $\psi^*\psi$, 并不构成一四维向量, 盖第 (9) 式非 Lorentz 变换之协变式也. 故第 (1), 或第 (8) 式, 之 ψ, 不满足第 (iii) 条件.

欲得符合相对论要求的波方程式, 其必需条件之一, 乃其对 t 及 x, y, z 的微分同次; 或皆为二次微分, 或皆为一次微分. 早在 1926 年, Schrödinger, O. Klein 及 W. Gordon 皆获得一个对时、空坐标皆为二次微分的符合相对论要求的波方程式. 至 1928 年, P. A. M. Dirac 创立他的一次微分的方程式 —— 所谓 Dirac 的电子方程式. 下数章将述该理论及其应用. 本章将先述 Klein-Gordon 方程式.

1.2 Klein-Gordon 方程式 *

按相对论, 一个自由粒子 (静止质量为 m_0) 的能-动量关系为 **

$$p_x^2+p_y^2+p_z^2-\left(\frac{W}{c}\right)^2=-m_0^2c^2 \tag{1-10}$$

W 系动能 (亦即等于总能)

一带电荷 e 的质点, 在四维场 $(A, \mathrm{i}\phi)$ 中, 可定义一四维向量

$$\left(p_x+\frac{e}{c}A_x, p_y+\frac{e}{c}A_y, p_z+\frac{c}{e}A_z, \frac{\mathrm{i}}{c}(W+e\phi)\right)$$

* O. Klein, Zeits. f. Physik 37, 895(1926); V. Fock, 同上, 38, 242; 39, 226(1926)
W. Gordon, 同上, 40, 117, 121(1926).
E. Schrödinger, *Ann. d. Physik* 81, 109(1926).

** 见《理论物理第四册: 相对论》甲部, 第 4 章, (4-98)—(4-100).

$$= \left(P_x, P_y, P_z, \mathrm{i}\frac{E}{c}\right) \tag{1-11}$$

由第 (11) 式, 即得

$$p_x = P_x - \frac{e}{c}A_x, \text{等}, \frac{\mathrm{i}W}{c} = \frac{\mathrm{i}}{c}(E - e\phi) \tag{1-12}$$

以此代入 (10), 即得 Lorentz 变换的不变式:

$$\left(P_x - \frac{e}{c}A_x\right)^2 + \left(P_y - \frac{e}{c}A_y\right)^2 + \left(P_z - \frac{e}{c}A_z\right)^2 - \left(\frac{E - e\phi}{c}\right)^2 = -m_0^2c^2 \tag{1-13}$$

按《理论物理第六册: 量子力学》(甲部) 第 5 章, 将 P_x, E 代以下列算符

$$P_x \to \frac{\hbar}{\mathrm{i}}\frac{\partial}{\partial x}, \quad E \to -\frac{\hbar}{\mathrm{i}}\frac{\partial}{\partial t} \tag{1-14}$$

则得

$$\Box^2 \equiv \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2} = \left(\frac{m_0c}{\hbar}\right) \tag{1-15}$$

(由第 (10) 式),

或

$$\left(\frac{\hbar}{\mathrm{i}}\frac{\partial}{\partial x} - \frac{e}{c}A_x\right)^2 + \left(\frac{\hbar}{\mathrm{i}}\frac{\partial}{\partial y} - \frac{e}{c}A_y\right)^2 + \left(\frac{\hbar}{\mathrm{i}}\frac{\partial}{\partial z} - \frac{e}{c}A_z\right)^2 - \frac{1}{c^2}\left(\frac{\hbar}{\mathrm{i}}\frac{\partial}{\partial t} + e\phi\right)^2 = -m_0^2c^2 \tag{1-16}$$

此式两方系一纯数算符. 由 (15), (16), 可得波方程式*

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\right)\psi = \left(\frac{m_0c}{\hbar}\right)^2\psi \tag{1-17}$$

$$\left\{\sum_x^z \left(\frac{\hbar}{\mathrm{i}}\frac{\partial}{\partial x} - \frac{e}{c}A_x\right)^2 - \frac{1}{c^2}\left(\frac{\hbar}{\mathrm{i}} + \frac{\partial}{\partial t} + e\phi\right)^2\right\}\psi = -m_0^2c^2\psi \tag{1-18}$$

此二方程式系 Lorentz 变换的不变式 (换言之, 系符合相对论的要求的), 称为 Klein-Gordon 方程式. 二式皆系 t 变数的二次微分方程式. 在解时, 需要 ψ 和 $\dfrac{\partial\psi}{\partial t}$ 在 $t=0$

* 参阅本册第 15 章第 1 节, 由 Lorentz 群的表现观点得 (17) 式.