

系统与amp;控制丛书 C₄

陈本美 席斌 著

H_{∞} 控制及应用



科学出版社
www.sciencep.com

系统与amp;控制丛书

H_{∞} 控制及应用

陈本美 席斌 著

科学出版社

北京

内 容 简 介

本书的重点放在解决一般化 H_∞ 控制问题。众所周知,一般化 H_∞ 控制问题是无法通过解 Riccati 方程来得到反馈控制律的。本书的结果建立在对被控系统结构特性的充分理解和分析的基础之上,通过将受控系统分解成各种具有不同物理性质的子系统,这些子系统可以清晰地显示被控系统的结构特性,使我们能够深入地了解反馈控制对整体系统所产生的作用,从而构造出满足设计目标的控制器。本书系统地概述了第一作者和他的合作者多年来在 H_∞ 和鲁棒控制方面的理论研究及其在实际系统中应用的成果。

本书可作为高等院校航天航空、应用数学、化学工程、电气工程、机械工程和自动化等相关专业研究生教材或参考书,在实际工业应用中也具有参考价值。

图书在版编目(CIP)数据

H_∞ 控制及应用/陈本美,席斌著. —北京:科学出版社,2010

(系统与控制丛书)

ISBN 978-7-03-028742-7

I. H_∞ … II. ①陈… ②席… III. 自动控制理论 IV. TP13

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2010) 第 163432 号

责任编辑:王志欣 汤 枫/责任校对:刘小梅

责任印制:赵 博/封面设计:耕者设计工作室

科学出版社出版

北京东黄城根北街 16 号

邮政编码:100717

<http://www.sciencep.com>

源海印刷有限责任公司印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2010 年 8 月第 一 版 开本:B5(720×1000)

2010 年 8 月第一次印刷 印张:23

印数:1—3 000 字数:435 000

定价:68.00 元

(如有印装质量问题,我社负责调换)

献给我的中学数学老师

福建福清江镜中学陈台栋先生和何天雄先生

——陈本美

献给我的家人程瑶及夏菲

——席 斌

英文版原著献词

献 给

我的叔公陈之禄神父、我的祖母、我的父母，
以及枫、李闽、李融和李文

Ben M. Chen

编者的话

我们生活在一个科学技术飞速发展的信息时代，诸如宇宙飞船、机器人、因特网、智能机器及汽车制造等高新技术对自动化提出了更高的要求。系统与控制理论也因此面临着更大的挑战。它必须要能够为设计高水平的物理或信息系统提供原理和方法，使得设计出的系统能感知并自动适应快速变化的环境。

为帮助系统与控制专业的专家、工程师以及青年学生迎接这些挑战，科学出版社和中国自动化学会控制理论专业委员会合作，设立了《系统与控制丛书》的出版项目。丛书分中、英文两个系列，目的是出版一些具有创新思想的高质量著作，内容既可以是新的研究方向，也可以是至今仍然活跃的传统方向。研究生是本丛书的主要读者群，因此，我们强调内容的可读性和表述的清晰。我们希望丛书能达到这些目的，为此，期盼着大学的支持和奉献！

《系统与控制丛书》编委会

2007年4月1日

前 言

所谓控制系统，就是包括一个被控对象和一个控制该对象的控制器或补偿器的系统。要设计一个好的控制系统，设计者首先得弄清楚被控系统的一些基本性质或确定可以用来描述被控系统的一些数学表达式，如系统的动态方程，这就是建模问题。在确定被控制系统的数学模型之后，设计者可以根据系统的性质以及整体控制系统所要求的性能指标来设计一个相应的控制器，这便是控制问题。多少年来，众多从事系统和控制研究及设计的科研人员和工程师都是围绕这两大方向不断地探寻着新的方法来解决新的问题。

在实际应用中，由于现实的环境可能随时发生变化，被控的系统也可能随着时间而改变。一个实用的控制系统不但需要能够应付这些环境的变化，而且必须同时应付被控系统的不确定性、非线性、噪声以及高频动态等。我们通常把控制系统在实际环境中能够正常工作的特性叫做鲁棒性。如何设计一个能够保证整个系统的稳定性并同时满足性能指标的控制器，就是所谓的鲁棒控制。 H_∞ 控制设计方法通常被广泛用来解决鲁棒控制问题。本书系统地概述了第一作者和他的合作者多年来在 H_∞ 和鲁棒控制方面的理论研究及其在实际系统中应用的成果。

本书的重点放在解决 H_∞ 控制中所谓的一般化问题 (singular case)，而不是常见的规范化问题 (regular case)。众所周知，一般化问题是无法通过解 Riccati 方程来得到反馈控制律的。书中的结果建立在对被控系统结构特性的充分理解和分析的基础之上，通过将被控的系统分解成各种具有不同物理性质的子系统，这些子系统可以清晰地显示被控系统的结构特性，使我们能够深入地了解反馈控制对整体系统所产生的作用，从而构造出满足设计目标的控制器。书中的内容大部分编译自第一作者的两本英文专著，即 1998 年由 Springer 出版的 H_∞ Control and Its Applications^[1] 和 2000 年出版的改进版 Robust and H_∞ Control^[2]。不过，本书增加了不少基础知识方面的内容。

本书中所使用的方法有它独特之处。荷兰 Delft 科技大学 Carsten Scherer 教授 2000 年在 Automatica (第 36 卷, 1247—1248 页) 中发表本著英文初版的书评中，对我们所使用的方法曾经作了很好的总结：“We summarize that this book is an excellent research reference for insights and proofs pertaining to the geometric approach in H_∞ control. The careful and detailed exposition illustrates the far-reaching potentials of these techniques for a variety of other control problems beyond H_∞ theory. Throughout the book the author chooses an algorithmic

style of presenting the sometimes rather intricate constructions in favor of their numerical implementation. Moreover, by splitting the subjects into sub-optimality tests, computation of optimal values, controller construction, and almost disturbance decoupling, he renders all these themes accessible for independent investigation... We therefore believe that this book closes a gap in the literature by providing a thorough basis for entering the rich field of applying geometric techniques in H_∞ control.”我们也深信书中所介绍的方法同样可以用来解决其他控制方面的问题，这也是作者将英文原稿编译成中文的宗旨之一。

本书面向的读者包括从事控制工程应用的工程师和相关控制工程领域的研究人员。阅读所需的背景知识是研究生课程中的线性系统和多变量控制理论。其中，2008年清华大学出版社出版的由陈本美、林宗利、雅科夫·司马诤合著的《线性系统理论：结构分解法》（席斌译）^[3]一书对理解本书中所使用的方法极有帮助。

本书的第一作者要感谢 Springer 出版社无偿地将中文的版权归还给作者，也感谢他们多年来对作者的支持；作者也要特别感谢中国科学院系统科学研究所的程代展教授，是他把这本著作介绍给科学出版社《系统与控制丛书》系列；最后，第一作者要把本书献给他的中学数学老师，福建福清江镜中学陈台栋先生和何天雄先生，是他们无价的教诲、无私的奉献和无数的习题伴随着作者度过那无知的年代，让他忘却了生活上食不果腹的悲凉，知遇之恩，没齿不忘。

本书的第二作者十分有幸受第一作者之邀，先后两次赴新加坡国立大学访问。那里丰富的研究资源和活跃的研究气氛使作者受益匪浅。希望本书所体现的完整理论体系能够在国内的年轻学者中激励出更丰富的控制系统设计方法，以及向其他新兴的研究领域渗透。

最后，感谢新加坡国立大学电气与电脑工程系的王彪博士和博士研究生赵世钰，他们在书稿校正方面提供了不少帮助。

陈本美、席斌

2010年4月

英文版前言

优化方法的运用无疑是现代控制理论的标志之一。控制系统典型的解析设计方法是首先把给定的约束转变成性能指标,然后寻找可以极小化这一性能指标的控制律。对于给定的线性时不变系统,两个极其重要的指标是从外部扰动到相关被控输出传递函数的 H_2 范数和 H_∞ 范数。本书研究的是 H_∞ 控制问题,在合适的反馈控制律下,把控制器设计转化成极小化某些闭环传递矩阵的 H_∞ 范数问题,从线性系统结构化特性的角度来探讨 H_∞ 控制的理论和应用问题。我们的目标是对一系列问题的解给出构造性算法,这些问题是一般化 H_∞ 控制问题、 H_∞ 几乎干扰解耦问题,还有最近才提出的鲁棒和完全跟踪问题,以及应用这些技术解决几个实际问题。

本书的前身名为 *H_∞ Control and Its Applications*, 是 Springer 系列丛书 *Lecture Notes in Control and Information Science* 的第 235 卷。非常感谢 Springer 出版社工程系列编辑 Nicholas Pinfield 鼓励我更新这个版本以及他的热心帮助,使我得以借此机会全面提升专著的内容,并且包括了一些新近得到的理论和应用成果,即第 9 章、第 13 章和第 14 章,我们在这里研究了鲁棒和完全跟踪问题及其在硬盘伺服驱动器设计中的应用。

本书面向的读者包括从事控制工程应用的工程师和相关控制工程领域的研究人员。阅读所需的背景知识是低年级研究生课程中的线性系统和多变量控制理论。初步的线性系统几何理论无疑是有帮助的。

我非常荣幸能从和几位学者的合作中获益。首先,我要感谢弗吉尼亚大学的林宗利教授,本书的许多部分都出自于我们长期合作研究的成果和在过去几年里的许多次讨论。接下来要感谢美国华盛顿州立大学的 Ali Saberi 教授、美国纽约州立大学石溪分校的 Yacov Shamash 教授、新加坡国立大学的康长杰教授和李崇兴教授、美国华盛顿大学的 Uy-Loi Ly 教授、厦门大学的陈亚陵教授、荷兰 Eindhoven 技术大学的 Anton Stoorvogel 教授和澳大利亚 Newcastle 大学的 Steve Weller 教授,书中的一些结果是由他们贡献的。同时要感谢美国 Rutgers 大学的 Pedda Sannuti 教授、清华大学的郑大钟教授、澳大利亚墨尔本大学的张慈深教授,我们在近些年来进行过许多有益的讨论。还有来自新加坡数据存储服务研究中心的 Teck-Seng Low 博士、Tow-Chong Chong 博士和 Guoxiao Guo 博士,他们对于我的硬盘驱动的双执行器研究课题给予了无私的帮助。

我还要对许多现在和以前的研究生表示感谢,特别是 Boon-Choy Siew、Yi

Guo、Jun He、Kexiu Liu、Zhongming Li 和 Teck-Beng Goh 对本书的贡献以及他们用实际问题对书中的部分结果进行了检验，如陀螺稳定镜像平台、压电执行器和硬盘驱动双执行器系统。我还要感谢我的好朋友和英文老师，新加坡国立大学的 Andra Leo，她在文稿的撰写阶段热心帮助我纠正了英文错误。

这本书主要是利用我的“业余”时间完成的，也就是晚上、周末和假期的时间。所以我要对我的父母，妻子枫，孩子李闽、李融和李文所做的牺牲、理解和鼓励表示我最深的谢意。最后，也是我最想表达的是对我的叔公陈之禄神父以及他领导的纽约中美友谊会和中国天主教信息中心最真切的感谢。没有他们所给予的精神和物质上的支持，我不可能有今天的学术生涯，也不可能完成在 Gonzaga 大学和华盛顿州立大学的学业。这本专著理应献给所有支持我的人。

Ben M. Chen

新加坡 2000 年

目 录

前言

英文版前言

第 1 章 导论	1
1.1 背景	1
1.2 各章预览	2
1.3 符号和术语	3
第 2 章 数学基础	5
2.1 导论	5
2.2 矢量空间和子空间	5
2.3 矩阵代数和特性	7
2.3.1 行列式, 逆和求导	7
2.3.2 秩, 特征值和 Jordan 型	9
2.3.3 特殊矩阵	12
2.3.4 奇异值分解	15
2.4 范数	16
2.4.1 矢量范数	16
2.4.2 矩阵范数	17
2.4.3 连续时间信号的范数	17
2.4.4 离散时间信号的范数	18
2.4.5 连续时间系统的范数	18
2.4.6 离散时间系统的范数	19
第 3 章 线性系统基础理论	20
3.1 导论	20
3.2 动态响应	21
3.3 系统稳定性	22
3.4 可控性和可观性	24
3.5 系统可逆性	27
3.6 常态秩, 有限零点和无限零点	27
3.7 几何子空间	31
3.8 状态反馈和输出馈入的特性	33

第 4 章 系统结构分解工具	35
4.1 导论	35
4.2 Jordan 和实 Jordan 规范型	36
4.3 矩阵对的结构分解	37
4.4 特殊坐标基	38
4.5 结构映射和双线性变换	46
4.5.1 连续时间到离散时间的映射	46
4.5.2 离散时间到连续时间的映射	50
第 5 章 H_∞ 控制基本理论	53
5.1 导论	53
5.2 H_∞ 控制问题	53
5.3 有界实引理	57
5.4 连续时间系统规范化 H_∞ 控制	59
5.5 连续时间系统一般化 H_∞ 控制	63
5.6 离散时间系统	65
5.7 常见的鲁棒控制问题	69
5.7.1 混合灵敏度问题	69
5.7.2 最大化复值稳定半径	71
5.7.3 加性摄动下的鲁棒镇定	72
5.7.4 乘性摄动下的鲁棒镇定	73
第 6 章 离散时间 Riccati 方程的解	74
6.1 导论	74
6.2 一般 DARE 的解	74
6.3 H_∞ -DARE 的解	75
6.4 主要结果的证明	80
6.4.1 定理 6.1 的证明	80
6.4.2 定理 6.2 的证明	83
第 7 章 连续时间 H_∞ 优化问题的极小值	86
7.1 导论	86
7.2 全信息反馈	86
7.3 输出反馈	95
7.4 具有虚轴零点的对象	103
第 8 章 连续时间 H_∞ 问题的解	112
8.1 导论	112
8.2 全状态反馈	112

8.3 全阶输出反馈	118
8.4 降阶输出反馈	124
8.5 主要结果的证明	130
8.5.1 定理 8.1 的证明	130
8.5.2 定理 8.2 的证明	133
8.5.3 定理 8.3 的证明	133
8.5.4 定理 8.4 的证明	137
8.5.5 定理 8.5 的证明	138
第 9 章 连续时间 H_∞ 几乎干扰解耦	139
9.1 导论	139
9.2 可解性条件	141
9.3 全状态反馈的解	144
9.4 输出反馈的解	151
9.4.1 全阶输出反馈	151
9.4.2 降阶输出反馈	153
9.5 主要结果的证明	157
9.5.1 定理 9.2 的证明	157
9.5.2 定理 9.3 的证明	164
9.5.3 定理 9.4 的证明	169
第 10 章 连续时间系统的鲁棒和完全跟踪	170
10.1 导论	170
10.2 可解性条件和解	171
10.2.1 状态反馈下的解	175
10.2.2 测量输出反馈下的解	178
10.3 其他参考信号的鲁棒和完全跟踪	182
10.4 主要结果的证明	187
10.4.1 定理 10.2 的证明	187
10.4.2 定理 10.3 的证明	192
10.4.3 定理 10.4 的证明	196
第 11 章 离散时间 H_∞ 优化极小值	198
11.1 导论	198
11.2 全信息反馈	198
11.3 输出反馈	208
11.4 在单位圆上有零点的对象	212

第 12 章 离散时间 H_∞ 问题的解	214
12.1 导论	214
12.2 全信息和状态反馈	214
12.3 全阶输出反馈	219
12.4 降阶输出反馈	223
第 13 章 离散时间 H_∞ 几乎干扰解耦	228
13.1 导论	228
13.2 可解性条件	229
13.3 状态和全信息反馈的解	232
13.4 测量反馈的解	238
13.4.1 全阶输出反馈	239
13.4.2 降阶输出反馈	242
13.5 主要结果的证明	245
13.5.1 定理 13.1 的证明	245
13.5.2 定理 13.2 的证明	252
13.5.3 定理 13.4 的证明	253
13.5.4 定理 13.5 的证明	260
13.5.5 定理 13.3 和定理 13.6 的证明	261
13.5.6 定理 13.7 的证明	268
第 14 章 离散时间系统的鲁棒和完全跟踪	270
14.1 导论	270
14.2 可解性条件和解	271
14.2.1 状态反馈下的解	273
14.2.2 测量反馈下的解	274
14.3 几乎完全跟踪问题	278
第 15 章 硬盘驱动伺服系统的设计	289
15.1 导论	289
15.2 VCM 执行器模型	290
15.3 伺服系统设计和仿真结果	294
15.4 实现结果	298
第 16 章 压电执行器系统的设计	304
16.1 导论	304
16.2 非线性磁滞动态的线性化	306
16.3 几乎干扰解耦问题	308
16.4 最终控制器和仿真结果	314

第 17 章 陀螺稳定镜像定位系统的设计	321
17.1 导论	321
17.2 自由陀螺稳定镜像系统	322
17.3 利用 RPT 方法设计控制器	325
17.4 仿真和实现结果	329
参考文献	337

第 1 章 导 论

1.1 背 景

控制系统设计者的最终目的是要建立一个能在现实环境中工作的系统。由于现实环境可能发生变化,系统运行条件也可能随着时间而改变,控制系统就必须能够应付这些变化。即使环境没有变化,模型不确定性和噪声也是存在的。系统的任何数学描述都免不了包含或多或少简化的假设,系统中的非线性部分或是未知的,因此不被包含在模型中,即使建立了非线性部分的模型,也往往由于为了简化分析和设计而被忽略了。在设计阶段,高频动态也同样会先被搁在一边。因此,在简化模型的基础上设计出来的控制系统对实际工作条件下的对象可能无法工作。通常把控制系统在实际环境中能够正常工作的特性叫做鲁棒性。一个所谓的鲁棒控制器不仅仅是对一个对象,而是要对一组对象都能够有效地工作。当系统参数在一定范围内发生变化时,如果所设计的控制器能够保证整个系统的稳定性,我们则称系统具有鲁棒稳定性。除此以外,如果另一些性能指标还能得到满足,如稳态跟踪、干扰抑制和响应速度,则称系统具有鲁棒性能。同时满足鲁棒稳定和鲁棒性能的控制器设计问题就是鲁棒控制。众所周知,优化理论可以说是现代控制理论的基石之一,并在解决此类问题中得到发展。在典型的控制系统设计中,给定的约束首先转化成某种性能指标,然后寻找可以极小化性能指标某种范数的控制律,如 H_2 或 H_∞ 范数。本书所关注的是 H_∞ 控制理论、 H_∞ 几乎干扰解耦问题以及鲁棒和完全跟踪问题。

自 Zames^[4] 首次提出 H_∞ 优化控制以来,在过去的数十年中,该主题的研究文献不断涌现。其研究工作的焦点是鲁棒多变量控制问题的形成以及求解。在 Zames 原 H_∞ 问题的基础上,大量的研究工作集中在问题的解法上。早期的研究成果大多采用的是时间域和频率域混合技术,其中包括以下方法:①插值方法(参见文献[5]);②频域方法(参见文献[6]~[8]);③多项式方法(参见文献[9]);④J-谱分解方法(参见文献[10])。最近以来,在代数 Riccati 方程(ARE)基础上的纯时间域方法成为主流(参见文献[11]~[26])。其中有的也同时把 H_∞ 最优控制和微分对策联系在一起(参见文献[27]和[28])。

文献中的大部分结果都局限在所谓的规范化的 H_∞ 控制问题(regular case)。然而不幸的是现实中许多问题并不满足这些条件。为了应用面向规范化问题的理论,往往要增加一些人为的被控输出或扰动以形成虚拟的规范化问题。本书要处

理的问题具有一般性,即并不一定要满足所谓的规范化问题的假设。这类问题也称为一般化问题(singular case),其 H_∞ 次优控制器的存在条件已经在文献[21]和[22]中得到了很好的研究。然而本书的出发点却是截然不同的,我们主要关注的是:① H_∞ 优化问题极小值的计算;② 一般化 H_∞ 优化问题的解;③ 一般化 H_∞ 干扰解耦问题的解,这个问题本身就是一个很重要的课题;④ 鲁棒和完全跟踪问题的解;以及⑤ 这些理论的实际应用。

书中的大部分结果都是第一作者及合作者在过去十年中的研究所得。本书将它们集中在一起进行相关主题各个方面的讨论。

1.2 各章预览

本书可自然地分成四个部分。下面是各章的预览。

第一部分由第2章~第4章组成,包括一些预备知识和背景材料。第2章是数学基础,主要是线性代数和矩阵理论的一些基础知识,以及与 H_∞ 控制相关的一些信号和系统范数的定义和性质。第3章简单介绍线性系统理论的基本结论,如线性时不变系统的动态响应、系统稳定性、可控性和可观性、可逆性及其结构、系统有限零点和无限零点结构、几何子空间,以及系统状态反馈和输出反馈的特性。第4章着重介绍一些线性系统工具,如 Jordan 和实 Jordan 规范型,以及线性系统的几个结构分解,如可控结构分解和特殊坐标基。后者在揭示系统的有限和无限零点结构方面有其独特的优势,并在全书的理论推导中发挥了决定性的作用。在第4章中还全面探讨了双线性和逆双线性变换下的连续时间系统和离散时间系统之间结构映射。

第二部分包含第5章和第6章。其中第5章着重介绍基本的 H_∞ 控制理论,主要阐述了 H_∞ 控制的基本思想和状态反馈以及输出反馈下的 H_∞ 控制问题解的存在条件。第6章的重点是建立离散时间代数 Riccati 方程和连续时间代数 Riccati 方程之间的内在关系。从数学上严格证明了离散时间代数 Riccati 方程可以通过一个双线性变换转化成一个连续时间代数 Riccati 方程,这个结果表明文献中许多关于求离散时间代数 Riccati 方程之解的迭代算法是多余的。在这一章的证明中,同时也建立了离散时间 H_∞ 控制和连续时间 H_∞ 控制之间在双线性变换之下的内在关系。这个结果的建立使得离散时间系统的 H_∞ 控制问题变得相当的直观和简单。

第三部分由第7章~第14章所组成,也是全书的核心。第7章涉及连续时间 H_∞ 优化问题最小值的计算。对于相当一大类的一般化 H_∞ 控制问题,其中的系统满足某些几何条件,我们给出了可精确计算最小值的非迭代方法(最小值的确切定义,可参见第5章定义5.2)。对于不满足这些几何条件的系统,我们则给出动态