

高校经典教材同步辅导丛书

配套上海科技文献版·左孝凌编著

九章丛书

离散数学

同步辅导及习题全解

主 编 焦艳芳

副主编 杨 红

- ◆ 知识点窍 ◆ 逻辑推理 ◆ 习题全解
- ◆ 全真考题 ◆ 名师执笔 ◆ 题型归类



中国水利水电出版社
www.waterpub.com.cn

新版

高校经典教材同步辅导丛书

离散数学同步辅导及 习题全解

主 编 焦艳芳

副主编 杨 红

内 容 提 要

本书是与上海科学技术文献出版社出版的《离散数学》(1982版)配套的同步辅导和习题解答辅导书。

本书按教材内容安排全书结构,各章均包括学习要求、知识网络图与课后习题全解三部分内容。针对教材各章节的习题给出详细解答,思路清晰,逻辑性强,循序渐进地帮助读者分析并解决问题,内容详尽,简明易懂。

本书可作为高等院校离散数学课程的辅导材料和复习参考用书,也可作为自学者学习的辅导书及教师的教学参考书。

图书在版编目(CIP)数据

离散数学同步辅导及习题全解 / 焦艳芳主编. — 北京:中国水利水电出版社, 2010.8
(高校经典教材同步辅导丛书)
ISBN 978-7-5084-7792-3

I. ①离… II. ①焦… III. ①离散数学—高等学校—教学参考资料 IV. ①0158

中国版本图书馆CIP数据核字(2010)第164091号

策划编辑:杨庆川 责任编辑:张玉玲 加工编辑:刘媛媛 封面设计:李佳

书 名	高校经典教材同步辅导丛书 离散数学同步辅导及习题全解
作 者	主 编 焦艳芳 副主编 杨 红
出 版 发 行	中国水利水电出版社(北京市海淀区玉渊潭南路1号D座 100038) 网址: www.waterpub.com.cn E-mail: mchannel@263.net (万水) sales@waterpub.com.cn 电话: (010) 68367658 (营销中心)、82562819 (万水)
经 售	全国各地新华书店和相关出版物销售网点
排 版	北京万水电子信息有限公司
印 刷	北京市梦宇印务有限公司
规 格	170mm×227mm 16开本 15印张 307千字
版 次	2010年8月第1版 2010年8月第1次印刷
印 数	0001—6000册
定 价	16.80元

凡购买我社图书,如有缺页、倒页、脱页的,本社营销中心负责调换
版权所有·侵权必究

编 委 会

(排名不分先后)

程丽园	李国哲	陈有志	苏昭平
郑利伟	罗彦辉	邢艳伟	范家畅
孙立群	李云龙	刘 岩	崔永君
高泽全	于克夫	尹泉生	林国栋
黄 河	李思琦	刘 闯	侯朝阳

前言

《离散数学》作为计算机科学与技术专业的基础课程越来越受到人们的重视,为了帮助读者更好地学好这门课程,掌握更多知识,我们根据多年的教学经验编写了这本《离散数学同步辅导及习题全解》。本书旨在使广大读者理解基本概念,掌握基本知识,学会基本解题方法与解题技巧,提高应试能力。

本书作为一种辅助性的教材,具有较强的针对性、启发性、指导性和补充性的特点。本书主要由以下几个部分组成:

1. **学习要求:**从该课程的知识体系出发,对各个章节在全书中的位置以及其他章节的联系作了简明扼要的阐述,使学习有重点。

2. **知识网络图:**每章的知识网络图系统全面的涵盖了本章的知识点,使学生能一目了然地浏览本章内容框架结构,全面把握教材的理论体系。

3. **课后习题全解:**教材中课后习题丰富、层次多样,许多基础性问题从多个角度帮助学生理解基本概念和基本理论,促其掌握基本解题方法。我们对教材课后的全部习题给了详细的解答。

由于时间较仓促,编者水平有限,难免书中有疏漏之处,敬请各位同行和读者给予批评、指正。

编者

2010年8月

目 录

前言

第一篇 数理逻辑

第一章 命题逻辑	3
学习要求	3
知识网络图	3
课后习题全解	4
第二章 谓词逻辑	36
学习要求	36
知识网络图	36
课后习题全解	37

第二篇 集合论

第三章 集合与关系	53
学习要求	53
知识网络图	53
课后习题全解	54
第四章 函 数	90
学习要求	90
知识网络图	90
课后习题全解	90

第三篇 代数系统

第五章 代数结构	111
学习要求	111
知识网络图	111
课后习题全解	112
第六章 格和布尔代数	135
学习要求	135

知识网络图	135
课后习题全解	136
第四篇 图 论	
第七章 图 论	157
学习要求	157
知识网络图	158
课后习题全解	158
第五篇 计算机科学中的应用	
第八章 形式语言与自动机	
学习要求	193
知识网络图	194
课后习题全解	194
第九章 纠错码初步	224
学习要求	224
知识网络图	224
课后习题全解	224

第一篇
数理逻辑

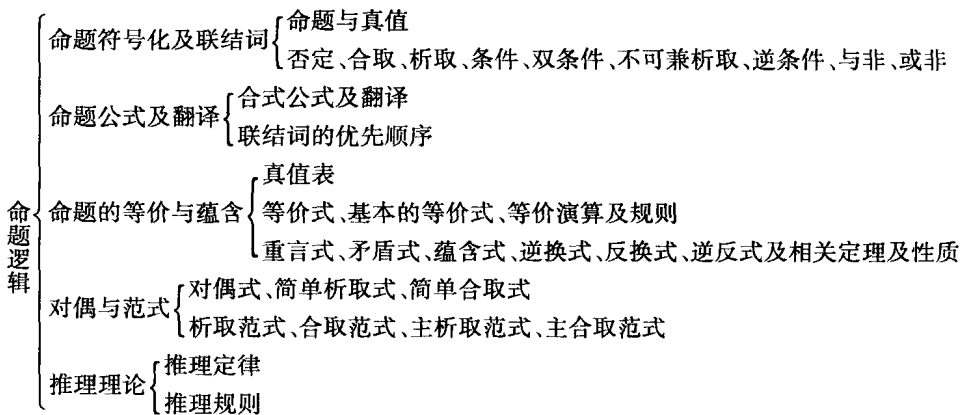
第一章

命题逻辑

学习要求

1. 掌握命题、逻辑联结词等概念,能够将命题符号化.
2. 掌握命题的合式公式、翻译等概念,能够判断一公式是否为合式公式,会翻译自然语句.
3. 掌握公式的等价、蕴含等概念,熟记基本的等价式、蕴含式,会证明更复杂的等价式、蕴含式.
4. 掌握对偶式、析取范式、合取范式、大项、小项、主析取范式、主合取范式的概念和性质,掌握求各种范式的方法,能够用等价演算法和真值表法求命题公式的主析取范式、主合取范式,了解一个命题公式的主合取范式与主析取范式的关系——如何根据一种主范式立即写出另一种主范式.
5. 掌握论证的基本方法:真值表法、直接证法和间接证法,掌握推理定律和推理规则,并能够熟练运用.

知识网络图



课后习题全解

习题 1-1, 1-2

1. 指出下列语句哪些是命题, 哪些不是命题, 如果是命题, 指出它的真值:

- a) 离散数学是计算机科学系的一门必修课.
- b) 计算机有空吗?
- c) 明天我去看电影.
- d) 请勿随地吐痰!
- e) 不存在最大质数.
- f) 如果我掌握了英语、法语, 那么学习其他欧洲语言就容易得多.
- g) $9 + 5 \leq 12$.
- h) $x = 3$.
- i) 我们要努力学习.

解题过程 a)、c)、e)、f)、g) 命题, 其中:

a)、e) 的真值为 T ; g) 的真值为 F ; f) 为复合命题;

c) 的真值要根据具体情况而定;

剩下的 b)、d)、h)、i) 均不是命题.

2. 举例说明原子命题和复合命题.

逻辑推理 原子命题不能继续分解为更简单的陈述语句.

解题过程 例如: 我今天去北京.

复合命题: 如果天不下雨, 那么今天将如期进行篮球赛.

3. 设 P 表示命题“天下雪”, Q 表示命题“我将去镇上”, R 表示命题“我有时间”. 以符号形式写出下列命题:

- a) 如果天不下雪和我有时间, 那么我将去镇上;
- b) 我将去镇上, 仅当我有时间时;
- c) 天不下雪;
- d) 天下雪, 那么我不去镇上.

解题过程 a) $(\neg P \wedge R) \rightarrow Q$; b) $R \rightarrow Q$;
c) $\neg P$; d) $P \rightarrow \neg Q$.

4. 用汉语写出一句子, 对应下列每一命题:

- a) $Q \Leftrightarrow (R \wedge \neg P)$; b) $R \wedge Q$;
- c) $(Q \rightarrow R) \wedge (R \rightarrow Q)$.

解题过程

a) 设 Q : 我将去镇上. R : 我有时间. P : 天下雪.

$Q \Leftrightarrow (R \wedge \neg P)$: 我将去镇上当且仅当我有时间和天不下雪;

b) 设 R : 我去镇上开会. Q : 我去镇上买书;

$R \wedge Q$: 我去镇上开会并买书;

c) 设 Q : 一个数是奇数. R : 一个数不能被 2 整除.

$(Q \rightarrow R) \wedge (R \rightarrow Q)$: 如果一个数是奇数, 则它不能被 2 整除并且如果一个数不能被 2 整除, 则它是奇数.

5. 将下列命题符号化:

a) 王强身体很好, 成绩也很好;

b) 小李一边看书, 一边听音乐;

c) 气候很好或很热;

d) 如果 a 和 b 是偶数, 则 $a + b$ 是偶数;

e) 四边形 $ABCD$ 是平行四边形, 当且仅当其对边平行;

f) 停机的原因在于语法错误或程序错误;

逻辑推理 c) 中气候很好或很热不是 $P \vee R$, 因为“很好”或“很热”中有且仅有一个是真, 所以应是 $P \bar{\vee} R$.

解题过程

a) 设 S : 王强身体很好; R : 王强成绩很好. $S \wedge R$;

b) 设 P : 小李看书; Q : 小李听音乐; $P \wedge Q$;

c) 设 P : 气候很好; R : 气候很热. $P \bar{\vee} R$;

d) 设 Q : a 和 b 是偶数; R : $a + b$ 是偶数. $Q \rightarrow R$;

e) 设 Q : 四边形 $ABCD$ 是平行四边形.

S : 四边形 $ABCD$ 的对边平行. $Q \Leftrightarrow S$;

f) 设 R : 出现停机.

P : 原因在于语法错误.

Q : 原因在于程序错误. $P \vee Q \rightarrow R$.

6. 将下列复合命题分成若干原子命题:

a) 天气炎热且正在下雨;

b) 天气炎热但湿度较低;

c) 天正在下雨或湿度很高;

d) 刘英与李进上山;

e) 老王或小李是革新者;

f) 如果你不看电影, 那么我也不看电影;

g) 我既不看电视也不外出, 我在睡觉;

h) 控制台打字机既可作输入设备, 又可作输出设备.

逻辑推理 g) $\overset{P}{\wedge}$ “我不看电视”, $\overset{Q}{\wedge}$ “我不外出”, $\overset{R}{\wedge}$ “我不睡觉” 是三个不同的原子命题, 故有 $P \wedge Q \wedge \neg R$.

解题过程

a) P : 天气炎热; Q : 天正在下雨.

$$P \wedge Q;$$

b) P : 天气炎热; R : 湿度较低.

$$P \wedge R;$$

c) Q : 天正下雨; S : 湿度很高.

$$Q \vee S;$$

d) E : 刘英上山; G : 李进上山.

$$E \vee G;$$

e) W : 老王是革新者; L : 小李是革新者.

$$W \vee L;$$

f) S : 你看电影; H : 我看电影.

$$\neg S \rightarrow \neg H;$$

g) P : 我不看电视; Q 我不外出; R : 我不睡觉.

$$P \wedge Q \wedge \neg R;$$

h) P : 控制台打字机作输入设备. G : 控制台打字机作输出设备.

$$P \wedge G;$$

习题 1-3

7. 判别下列公式哪些是合式公式, 哪些不是合式公式:

a) $(Q \rightarrow R \wedge S);$

b) $(P \Leftrightarrow (R \rightarrow S));$

c) $((\neg P \rightarrow Q) \rightarrow (Q \rightarrow P));$

d) $(RS \rightarrow T);$

e) $((P \rightarrow (Q \rightarrow R)) \rightarrow ((P \rightarrow Q) \rightarrow (P \rightarrow R))).$

逻辑推理 合式公式的定义是

(1) 单个命题变本身是合式公式.

(2) A 为合式公式, 则 $\neg A$ 也是.

(3) A, B 为合式公式, 则 $A \wedge B, A \vee B, A \rightarrow B$ 和 $A \Leftrightarrow B$ 也是.

(4) 有限次运用(1) ~ (3) 得到的符号串是合式公式.

于是 a)、c)、d) 不是合式公式.

解题过程

a) 不是合式公式(若规定运算符次序后亦可作为合式公式);

b) 是合式公式;

c) 不是合式公式(括弧不配对);

d) 不是合式公式(RS 之间缺联结词);

e) 是合式公式.

8. 根据合式公式的定义,说明下列公式是合式公式:

- a) $(A \rightarrow (A \vee B))$; b) $((\neg A \wedge B) \wedge A)$;
c) $((\neg A \rightarrow B) \rightarrow (B \rightarrow A))$; d) $((A \rightarrow B) \vee (B \rightarrow A))$.

解题过程

- a) 因为 A 是合式公式, $(A \vee B)$ 是合式公式, 所以 $(A \rightarrow (A \vee B))$ 是合式公式;
b) 因为 A 是合式公式, 所以 $\neg A$ 也是, 又因 B 也是合式公式, 所以 $\neg A \vee B$ 是合式公式, 最终得 $((\neg A \wedge B) \neg A)$ 为合式公式;
c) 因为 A, B 为合式公式, 所以可得 $\neg A$ 为合式公式, 从而得 $\neg A \rightarrow B, B \rightarrow A$ 为合式公式, 最终可得 $(\neg A \rightarrow B) \rightarrow (B \rightarrow A)$ 为合式公式;
d) 因为 A, B 为合式公式, 所以 $A \rightarrow B, B \rightarrow A$ 为合式公式, 最终可得 $(A \rightarrow B) \vee (B \rightarrow A)$ 为合式公式.

9. 对下列各式用指定的公式进行代换:

- a) $((\neg(A \rightarrow B) \rightarrow B) \rightarrow A)$ 用 $(A \rightarrow C)$ 代换 A , 用 $((B \wedge C) \rightarrow A)$ 代换 B ;
b) $((A \rightarrow B) \vee (B \rightarrow A))$ 用 B 代换 A , A 代换 B ;

解题过程

- a) $((\neg((A \rightarrow C) \rightarrow ((B \wedge C) \rightarrow A)) \rightarrow ((B \wedge C) \rightarrow A)) \rightarrow (A \rightarrow C))$;
b) $((B \rightarrow A) \vee (A \rightarrow B))$.

10. 下列几个式子中有哪几个是其他式子经过代换得到的:

- a) $(P \rightarrow (Q \rightarrow P))$;
b) $((\neg((P \rightarrow Q) \wedge (R \rightarrow S)) \wedge (P \vee R)) \rightarrow (Q \vee S))$;
c) $(Q \rightarrow ((P \rightarrow P) \rightarrow Q))$;
d) $(P \rightarrow ((P \rightarrow (Q \rightarrow P)) \rightarrow P))$;
e) $((\neg((R \rightarrow S) \wedge (Q \rightarrow P)) \wedge (R \vee Q)) \rightarrow (S \vee P))$.

逻辑推理 解这种类型的题首先应采用比较法,即观察两式中相似的式子.

解题过程 c) 是由 a) 式进行代换得到, 在 a) 中用 Q 代换 P , $(P \rightarrow P)$ 代换 Q ;

d) 是由 a) 式进行代换得到, 在 a) 中用 $P \rightarrow (Q \rightarrow P)$ 代换 Q ;

e) 是由 b) 式进行代换得到, 在 b) 中用 R 代换 P , S 代换 Q , Q 代换 R , P 代换 S .

11. 试把原子命题表示为 P, Q, R 等, 然后用符号译出下列各句子:

- a) 或者你没有写信, 或者它在途中丢失了;
b) 如果张三和李四都不去, 他就去;
c) 我们不能既划船又跑步;
d) 如果你来了, 那么他唱不唱歌将看你是否伴奏而定.

逻辑推理 a) 中的“或”为排斥或, 因为“没写信”和“丢失了”只有其中一项为真
d) 中后半句说明 $Q \Rightarrow R$.

解题过程

a) P : 你没有给我写信. R : 信在途中丢失了.

题中句子表示为: $P \vee Q$;

b) P : 张三不去; Q : 李四不去; R : 他就去.

题中句子表示为: $(P \wedge Q) \rightarrow R$;

c) P : 我们能划船; Q : 我们能跑步.

题中句子表示为: $\neg (P \wedge Q)$;

d) P : 你来了; Q : 他唱歌; R : 你伴奏.

题中句子表示为: $P \rightarrow (Q \Leftrightarrow R)$.

12. 一个人起初说:“占据空间的、有质量的而且不断变化的叫做物质”;后来他改说“占据空间的有质量的叫做物质,而物质是不断变化的.”问他前后主张的差异在什么地方,试以命题形式进行分析.

解题过程: P : 它占据空间; R : 它不断变化.

Q : 它有质量; S : 它是物质.

此人开始主张: $(P \wedge Q \wedge R) \rightarrow S$

后来改说: $(P \wedge Q \rightarrow S) \wedge (S \rightarrow R)$

此人开始主张和后来主张不同点在于: 后来他认为如有 $P \wedge Q$ 必同时有 R , 开始时没有这样的主张.

13. 用符号形式写出下列命题:

a) 假如上午不下雨,我去看电影;否则就在家里读书或看报;

b) 我今天进城,除非下雨;

c) 仅当你走,我将留下.

逻辑推理: a) 由题意,下雨或不下雨时的安排有且仅有一个为真;另一个为假,于是这里的“或”为 $\vee$.

解题过程

a) P : 上午天不下雨. Q : 我去看电影;

R : 我在家读书; S : 我在家看报.

$(P \rightarrow Q) \wedge (P \rightarrow (R \vee S))$;

b) P : 我今天进城; Q : 天下雨,

$\neg Q \rightarrow P$;

c) P : 你走了; Q : 我留下.

$Q \rightarrow P$.

习题 1-4

14. 求下列各复合命题的真值表:

a) $P \rightarrow (Q \vee R)$;

b) $(P \wedge R) \vee (P \rightarrow Q)$;

c) $(P \vee Q) \Leftrightarrow (Q \vee R)$;

d) $(P \vee \neg Q) \wedge R$;

e) $(P \rightarrow (Q \rightarrow R)) \rightarrow ((P \rightarrow Q) \rightarrow (P \rightarrow R))$.

解题过程 a) 见表 1-1.

表 1-1

P	Q	R	$Q \vee R$	$P \rightarrow (Q \wedge R)$
T	T	T	T	T
T	T	F	T	T
T	F	T	T	T
T	F	F	F	F
F	T	T	T	T
F	T	F	T	T
F	F	T	T	T
F	F	F	F	T

b) 见表 1-2.

表 1-2

P	Q	R	$P \wedge R$	$P \rightarrow Q$	$(P \wedge Q) \vee (P \rightarrow Q)$
T	T	T	T	T	T
T	T	F	F	T	T
T	F	T	T	F	T
T	F	F	F	F	F
F	T	T	F	T	T
F	T	F	F	T	T
F	F	T	F	T	T
F	F	F	F	T	T

c) 见表 1-3.

表 1-3

P	Q	R	$P \vee R$	$Q \vee R$	$(P \vee Q) \Leftrightarrow (P \vee R)$
T	T	T	T	T	T
T	T	F	T	T	T
T	F	T	T	T	T
T	F	F	T	F	F
F	T	T	T	T	T
F	T	F	F	T	F
F	F	T	T	T	T
F	F	F	F	F	T

d) 见表 1-4.

表 1-4

P	Q	R	$\neg Q$	$P \vee \neg Q$	$(P \vee \neg Q) \wedge R$
T	T	T	F	T	T
T	T	F	F	T	F
T	F	T	T	T	T
T	F	F	T	T	F
F	T	T	F	F	F

(续表)

P	Q	R	$\neg Q$	$P \vee \neg Q$	$(P \vee \neg Q) \wedge R$
F	T	F	F	F	F
F	F	T	T	T	T
F	F	F	T	T	F

e) 设 S 这 $(P \rightarrow (Q \rightarrow R)) \rightarrow ((P \rightarrow Q) \rightarrow (P \rightarrow R))$, 见表 1-5.

表 1-5

P	Q	R	$Q \rightarrow R$	$P \rightarrow (Q \rightarrow R)$	$P \rightarrow Q$	$P \rightarrow R$	$(P \rightarrow Q) \rightarrow (P \rightarrow R)$	S
T	T	T	T	T	T	T	T	T
T	T	F	F	F	T	F	F	T
T	F	T	T	T	F	T	T	T
T	F	F	T	T	F	F	T	T
F	T	T	T	T	T	T	T	T
F	T	F	F	T	T	T	T	T
F	F	T	T	T	T	T	T	T
F	F	F	T	T	T	T	T	T

15. 试求下列命题的真值表并解释其结果.

a) $(P \rightarrow Q) \wedge (Q \rightarrow P)$;b) $(P \wedge Q) \rightarrow P$;c) $Q \rightarrow (P \vee Q)$;d) $(P \rightarrow Q) \Leftrightarrow (\neg P \vee Q)$;e) $(\neg P \vee Q) \wedge (\neg (P \wedge \neg Q))$.解题过程 a) 从真值表 1-6 中可看出 $(P \rightarrow Q) \wedge (Q \rightarrow P) \Leftrightarrow P \Leftrightarrow Q$;

表 1-6

P	Q	$P \rightarrow Q$	$Q \rightarrow P$	$(P \rightarrow Q) \wedge (Q \rightarrow P)$
T	T	T	T	TFFT
T	F	F	T	
F	T	T	F	
F	F	T	T	

b) 从真值表 1-7 中可看出, $(P \wedge Q) \rightarrow P$ 是一个永真式;c) 从真值表 1-8 中可看出, $Q \rightarrow (P \vee Q)$ 是一个永真式;d) 从真值表 1-9 中可看出, $(P \rightarrow Q) \Leftrightarrow (\neg P \vee Q)$ 是一个永真式;

e) 从真值表 1-10 中可看出,

$$(\neg P \vee Q) \wedge (\neg (P \wedge \neg Q)) \Leftrightarrow (\neg P \vee Q) \wedge (\neg P \vee Q)$$

$$\Leftrightarrow \neg P \vee Q$$

$$\Leftrightarrow P \rightarrow Q \Leftrightarrow \neg (P \wedge \neg Q).$$