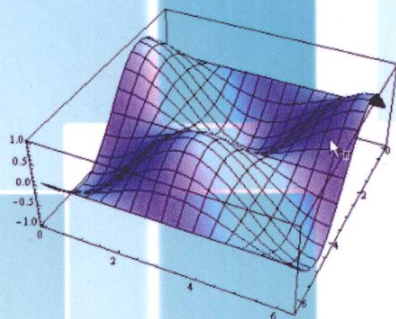
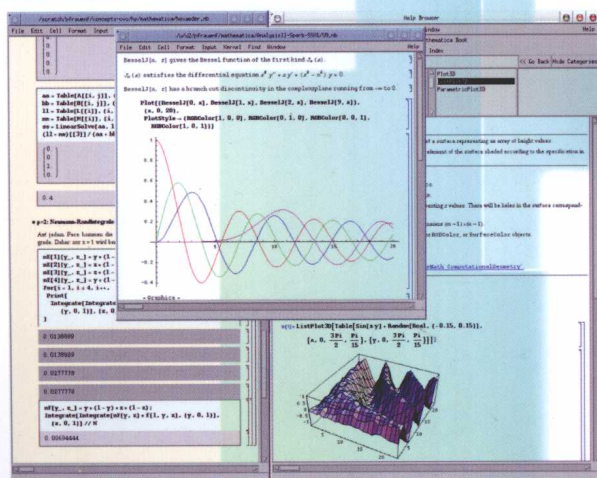




微积分基础

——引入Mathematica软件求解



余 敏 叶佰英 吕永林 / 编著



华东理工大学出版社
EAST CHINA UNIVERSITY OF SCIENCE AND TECHNOLOGY PRESS

上海市精品课程配套教材



微积分基础

——引入Mathematica软件求解

余 敏 叶佰英 吕永林 / 编著



华东理工大学出版社
EAST CHINA UNIVERSITY OF SCIENCE AND TECHNOLOGY PRESS

图书在版编目(CIP)数据

微积分基础——引入 Mathematica 软件求解/余敏, 叶佰英, 吕永林编著. —上海: 华东理工大学出版社, 2010. 7
ISBN 978-7-5628-2820-4

I. 微... II. ①余... ②叶... ③吕... III. 微积分-应用软件, Mathematica-高等学校-教材 IV. ①O172 ②O245

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2010)第 096278 号

微积分基础——引入 Mathematica 软件求解

编 著/余 敏 叶佰英 吕永林

策划编辑/严国珍

责任编辑/严国珍

封面设计/戚亮轩

责任校对/张 波

出版发行/华东理工大学出版社

地址: 上海市梅陇路 130 号, 200237

电话: (021)64250306(营销部)

传真: (021)64252707

网址: press.ecust.edu.cn

印 刷/上海展强印刷有限公司

开 本/787mm×960mm 1/16

印 张/15.75

字 数/290 千字

版 次/2010 年 7 月第 1 版

印 次/2010 年 7 月第 1 次

印 数/1-4 000 册

书 号/ISBN 978-7-5628-2820-4/O·226

定 价/30.00 元

(本书如有印装质量问题, 请到出版社营销部调换)

前言

21 世纪是一个变幻莫测、催人奋进的时代,科学技术飞速发展,知识更新日新月异.希望、困惑、挑战随时都有可能出现在每一个社会成员的生活之中.20 世纪杰出的数学家冯·诺伊曼(John von Neumann, 1903—1957)曾指出:“微积分是近代数学中最伟大的成就,对它的重要性无论作怎样的估计都不会过分.”同时,他又被称为计算机之父.他发明的“流程图”沟通了数学语言与计算机语言,因而诞生了世界上第一台电子计算机,开创了数学与计算机发展的新时代.

微积分是人类文明发展史上理性智慧的精华.它的出现,不仅彻底更新了数学的面貌,而且也促进了整个科学技术的发展.目前,微积分的理论与方法已广泛地应用于自然科学、工程技术乃至社会科学等各个领域.它提供给人们的不仅是一种高级的数学技术,而且是一种人类进步所必需的文化素质和能力.

诚然,学习和掌握一定程度的微积分知识,不仅是对理工类学生的要求,而且也是对经济管理、人文科学等各类学生的基本要求和必备要素.但是由于数学的抽象表达和符号语言与人们的实际生活距离较大,给微积分的教与学带来了很大的障碍和困难,因此在大学的“微积分”教学过程中仍然存在许多不尽如人意的地方:抽象难教,枯燥难学,空洞难用,以致使本来生动实用的一门课程成为学校中老师与学生的难点;以致使微积分这一近代数学中最伟大的成就,难以为人们所普及、运用,难以更好地服务于社会.

为解决上述问题,本书力求运用通俗的语言向读者介绍高等数学中最基础的知识.全书以微积分学为核心,同时融入了许多新的探索.其显著特点是在课程中增加了计算机实践环节.学生在高等数学学习中结合使用数学软件,通过参与“演示与实践”来帮助理解数学中的一些抽象概念和理论;并且应用计算机操作来解决许多以前不能解决的实际问题.毫无疑问,本书与那种仅供教师讲、学生听、以教为中心的教科书相比,已经在内容安排、形式体系、行文风格等方面有很大的改变.学生通过动手操作的实践过程来学习微积分、应用微积分,起到了一石三鸟之功效.首先在教学环节上改变了传统的模式,教学方式更加生动活

拨;其次学生在学习过程中既掌握基本理论和基本运算技能,又能够方便、简捷地用计算机来解决复杂的实际问题,具有很强的实用性;第三是结合目前学生的实际情况,引入了国外先进的教学模式和教学理念。

目前在国内高职高专院校中,此类教学改革尚属起步阶段.仅有几所院校的领导组织实施,但已经得到有关专家的高度赞同,认为这是数学教学改革的必然趋势。

社会经济的迅猛发展,社会中各个行业及大学里的各个专业都对微积分提出了新的更高的要求,微积分教学改革显得更加紧迫和重要.能否把微积分的教学变得生动一些、实用一些呢?为此我们在编撰本教材时,特别注意了以下几点。

(1) 以培养应用型人才为目标,在达到教学大纲的基本要求下,尽量从实际出发,注重概念与定理的直观描述和数学描述的实际背景;注重表现微积分与现实世界问题的紧密联系;克服学生在数学认知上的心理障碍,逻辑推理做到难度适宜。

(2) 充分利用计算机等先进的现代教育技术工具,引入最新的高等数学软件,尽量使抽象的概念形象化,使繁琐的计算简单化.注重知识的实用性、生动性和趣味性,削弱了过难过繁的运算技巧,将学生从枯燥的公式和大量的运算中解放出来。

(3) 增加了较多的实用性例题、练习题和数学模型.力求使学生的逻辑思维能力、演算能力与处理实际问题的能力协调发展,注重学生运用数学的意识,达到提高学生的综合数学素质的目的;从而不断提高学生解决实际问题的水平,激励学生学习数学的主动性和积极性。

(4) 附录中的 Mathematica 软件常用操作命令、微积分基本公式和初等数学部分公式,可供学习时查阅、参考。

为了使学生的学习不受时间的限制,能够自主学习;把抽象的概念直观化、具体化;把枯燥的学习生动化、趣味化,我们编制了以知识点形式的《微积分基础》教学光盘,以帮助学生克服学习中遇到的种种困难.我们列出了每一章的重要知识点,每一个知识点都有五个部分:① 基本概念;② 错误防范;③ 教学互动;④ 同步练习;⑤ 练习册详解,可供学生自学和复习之用。

基本概念部分:我们采用了讲解与板书同步的形式(这在目前的数学教学光盘中是绝无仅有的),让学生有亲临课堂的感觉.概念与定理等一系列讲解尽量从实际出发,从简单的引例开始,自然而然地归纳总结出概念、定理和具体方法.注重对抽象概念与定理的直观描述,消除学生在认知上的心理障碍以及学习中的畏难情绪。

错误防范部分:搜集了多年来学生在学习容易出现常见错误,以防患于未然。

教学互动部分:可供教师随堂使用,让学生到讲台上练习,以便调节课堂上的学习气氛.对于选择题,不是就事论事地给出对还是错的结论,而是对每个选项进行简单的分析或计算,指出原因所在,而让学生知其然,也知其所以然。

同步练习部分:配有类似题,供学生课后练习之用.在解题过程中,会及时给出学生需要的公式、法则或前期知识,具有人性化的特点.并且还可以点击右上角的“类题”加强训练。

练习册详解部分:给出了练习册几乎所有习题的详细解题过程,培养学生养成规范的书写习惯。

总之,希望通过教学光盘帮助学生明确学习重点、理清基本概念、掌握简捷的解题方法,做到融会贯通,顺利地完成本课程的学习。

本次再版新增加的教学光盘采用 PPT 软件,是由在微积分教学上造诣很深的吕永林老师凭借丰富的教学经验,耗费 4 年时间倾力编写与制作而成的,余敏副教授又增加了 Mathematica 软件部分,光盘内容详尽完善,实为不可多得的精品课件。

我们希望读者对此有所了解,以便从一开始就坚定学习的信心,最大限度地发挥自己的潜能.我们也希望,这本教材为教师提供便利,使教师在进行教学改革的同时,能够应用计算机软件进行科研创新研究.这有助于提高教师的教学水平和研究能力.本教材可供高职高专院校的理工类、经济类、贸易类、文科类等各专业使用。

本书的选材注意在达到教学要求的基础上拓宽知识面,以适应不同专业的教学需要.教师在教学过程中可以根据实际情况进行取舍。

本教材自 2008 年 6 月第 1 版出版发行以来,被许多高职院校选作教材.并且得到有关专家的肯定和赞誉,由于在课程改革和创新方面的突出贡献,“微积分基础”荣获 2009 年上海市市级精品课程。

在本书付梓之际,我们衷心感谢东华大学李绍宽教授、胡良剑教授等专家的指导与支持。

由于时间仓促,实践经验不够,书中难免有疏漏,热诚希望有关专家、读者不吝指正。

目 录

第一章 数学与计算机	(1)
第一节 计算机与数学的关系.....	(1)
一、计算、计算方法和计算工具	(1)
二、计算机数学软件	(3)
三、Mathematica 的特点	(4)
第二节 初等数学的计算机算法.....	(4)
一、Mathematica 的启动和运行	(4)
二、用 Mathematica 作算术运算	(5)
三、用 Mathematica 作代数运算	(6)
四、用 Mathematica 作函数运算	(8)
五、用 Mathematica 解方程	(13)
六、用 Mathematica 作图	(15)
习题.....	(18)
第二章 极限与连续	(22)
第一节 数列的极限.....	(22)
一、数列的概念	(22)
二、数列的极限	(23)
第二节 函数的极限.....	(26)
一、函数极限的定义	(26)
二、函数极限的性质	(30)
三、函数极限的基本运算	(30)
第三节 利用 Mathematica 计算极限.....	(35)

2 微积分基础——引入 Mathematica 软件求解

第四节 函数的连续性	(37)
一、 $f(x)$ 在点 x_0 的连续性	(37)
二、间断点的类型	(37)
三、 $f(x)$ 在区间上的连续性	(38)
习题	(40)

第三章 一元函数微分学 (43)

第一节 导数的概念 (43)

一、导数引例	(43)
二、函数的变化率——导数	(45)
三、求函数 $y = f(x)$ 的变化率(导数)的方法	(46)
四、可导与连续的关系	(47)
五、导数的几何意义	(48)

第二节 导数的运算 (49)

一、利用导数的定义求导	(49)
二、导数基本运算法则和基本初等函数导数公式	(50)
三、反函数的导数	(51)
四、基本初等函数导数公式	(52)
五、复合函数的导数	(52)
六、利用 Mathematica 求导数	(53)

第三节 隐函数和参数方程所确定的函数的导数 (55)

一、隐函数的导数	(55)
二、参数方程所确定的函数的导数	(57)

第四节 高阶导数 (58)

一、高阶导数的概念	(58)
二、高阶导数的求导法则	(59)
三、利用 Mathematica 求高阶导数	(60)

第五节 函数的微分 (60)

一、微分的定义	(60)
二、可导与微分的关系	(61)
三、微分的几何意义	(62)

四、微分的运算法则	(63)
五、微分在近似计算中的应用	(64)
六、利用 Mathematica 求微分	(65)
习题	(66)
第四章 导数的应用	(69)
第一节 利用导数求极限	(69)
一、中值定理简介	(69)
二、洛必达法则	(71)
第二节 函数的单调性	(72)
第三节 函数的极值与最值	(75)
一、函数的极值	(75)
二、函数的最大值与最小值	(77)
第四节 导数在经济分析中的应用	(79)
一、经济学中几个常用函数	(79)
二、边际函数	(80)
第五节 曲线的凹凸性	(82)
第六节 导数应用的 Mathematica 求解	(83)
习题	(88)
第五章 不定积分和定积分	(90)
第一节 不定积分	(90)
一、不定积分的概念	(90)
二、不定积分的基本公式	(91)
三、不定积分的性质	(92)
四、基本积分方法	(94)
五、利用 Mathematica 计算不定积分	(97)
第二节 定积分	(99)
一、定积分的概念	(99)
二、定积分的性质	(102)
三、微积分的基本定理	(103)

4 微积分基础——引入 Mathematica 软件求解

四、利用 Mathematica 计算定积分	(106)
第三节 广义积分	(107)
一、无穷区间上的广义积分	(107)
二、无界函数的广义积分	(110)
习题	(113)
第六章 定积分的应用	(116)
第一节 定积分在几何上的应用	(116)
一、利用定积分求平面图形的面积	(116)
二、利用定积分求体积	(122)
三、利用定积分求平面曲线的弧长	(124)
第二节 定积分在物理上的应用	(127)
一、变速直线运动的路程	(127)
二、变力沿直线所做的功	(127)
三、静止液体的压力	(129)
四、在电学上的应用	(130)
第三节 定积分在经济上的应用	(132)
习题	(133)
第七章 常微分方程	(135)
第一节 微分方程的基本概念	(135)
一、微分方程的发展	(135)
二、微分方程的基本概念	(136)
第二节 如何建立微分方程	(137)
第三节 微分方程的求解	(139)
一、可分离变量的微分方程	(139)
二、一阶线性微分方程	(141)
三、二阶常系数线性微分方程	(144)
四、可降阶的高阶微分方程	(146)
第四节 利用 Mathematica 求解微分方程	(147)
一、可以准确求解的微分方程	(147)

二、微分方程(组)的数值解	(150)
习题	(152)
第八章 无穷级数	(154)
第一节 无穷级数的概念	(154)
一、常数项无穷级数和函数项无穷级数	(154)
二、无穷级数的敛散性	(156)
三、利用 Mathematica 软件来判断级数的敛散性	(158)
第二节 无穷级数的性质与敛散性	(159)
第三节 正项级数	(161)
第四节 交错级数与任意项级数	(164)
一、交错级数	(164)
二、绝对收敛与条件收敛	(165)
第五节 幂级数	(166)
一、幂级数的收敛区间	(166)
二、幂级数的性质	(169)
第六节 幂级数在函数逼近中的应用	(171)
一、泰勒公式	(171)
二、泰勒级数	(172)
三、幂级数在近似计算中的应用	(174)
习题	(178)
第九章 Mathematica 系统提高篇	(181)
第一节 表和表的使用	(181)
第二节 平面图形的绘制	(183)
一、含参数的一元函数图形的绘制	(183)
二、一元隐函数图形的绘制	(184)
第三节 空间图形的绘制	(185)
一、空间曲面的绘制	(185)
二、空间曲线的绘制	(185)
三、绘制空间曲面的平面截线	(186)

6 微积分基础——引入 Mathematica 软件求解

四、绘制空间曲面的平面截线族	(188)
五、根据曲面网格点绘制曲面	(190)
六、利用图形考察多元函数的极值和最值	(191)
第四节 绘制微分方程的积分曲线	(192)
一、绘制微分方程的特解的积分曲线	(192)
二、绘制微分方程的通解的积分曲线族	(193)
三、绘制微分方程组的特解的相平面曲线	(194)
第五节 优化问题	(195)
第六节 插值与拟合	(197)
一、插值问题	(197)
二、拟合问题	(197)
第七节 幂级数与函数逼近	(200)
第八节 迭代算法	(203)
习题	(209)
附录一 Mathematica 软件常用操作命令	(213)
附录二 微积分基本公式	(219)
附录三 初等数学部分公式	(221)
附录四 习题参考答案	(224)
后记	(240)

第一章

数学与计算机

现代信息技术的广泛应用正在对数学课程内容、数学教学、数学学习等产生深刻的影响. 数学课程设置和实施应重新审视基础知识、基本技能和能力的内涵, 形成符合时代要求的新的体系. 数学课程应提倡实现信息技术与课程内容的有机整合(如, 把算法融入数学课程的各个相关部分), 整合的目的在于: 利于学生认识数学的本质. 数学课程应删减繁琐的计算、人为技巧化的难题和过分强调细枝末节的内容, 提倡利用信息技术来呈现以往教学中难以呈现的课程内容, 尽可能使用科学型计算器、各种数学教育技术平台, 加强数学教学与信息技术的结合, 鼓励学生运用计算机、计算器等进行探索和发现, 使数学教学充分利用计算机技术和现代信息技术.



第一节 计算机与数学的关系

一、计算、计算方法和计算工具

数学中的算理、算法和计算工具, 三者之间的关系不是单方面的、静止的, 而是辩证的、能动的. 算理固然起着基本的支配、主导的作用, 但它来自实践, 始于计算, 离不开计算活动; 而且经概括、抽象, 在形成理性达到一定的高度后, 仍然要回到实践检验; 计算又是检验证明不可少的手段. 当然, 正确的算理促成了计

算工具的发明和改进,更好地体现算理的要求;但它反过来可以促进数学的发展,使其内容、方法更丰富,理论更完善,甚至促进数学在新的领域里再充实提高.事实上,历史上各种计算工具的演变,一方面是体现着如何更好地使数学的算理具体化和可操作化的过程;另一方面也是由于社会生产、发展而带来的要求计算工具不断提高其效能的过程.能体现这两个要求的计算工具才是有生命力的,反之必然被淘汰.

数学以适应计算工具特点的机械化过程是通过算法来表达的.算法是算理和计算工具之间的桥梁,或者是相互关系的综合体现.事实上,没有不具备算法的计算工具,也不存在不适应计算工具的算法.数学应该适当地改革自身以适应计算工具的特点,计算工具在数学中占有不可或缺的地位,起着特殊的作用.计算工具对数学发展的巨大影响,也就是计算对数学发展的促进作用.从这个意义上说,数学计算具有如下重要的意义.

(1) 计算推动了应用数学的发展.

(2) 计算加快了科学的数学化.

(3) 计算促进了纯数学的发展.

算法是由一系列有限的规则所组成的一个过程.一个算法实质上就是解决一类问题的一个处方,它包括一套指令,只要一步一步地按照指令进行操作,就能引导到问题的解决.

算法有以下特点.

(1) 有限性: 一个算法必须在有限步之内终止.

(2) 确定性: 这里的确定性包含两层意思.一是算法语言的一义性,二是步骤的确定性.算法的确定性,使执行算法具有鲜明的机械性,使得人们可以利用特定的机器来执行算法,进行计算.

(3) 有效性: 如果利用一个算法从它的初始数据出发,能够得到最终结果,这个算法对于这些初始数据来说就是有效的.

算法有多种表示方法: 语言表示、程序框图表示、计算机程序表示.

算法的意义如下.

(1) 用于表述科学结论的一种形式.例如,各种技术手册、生产操作过程、化工产品的配方等都是算法.

(2) 作为表述一个复杂过程的方法.努力使用一个算法来表述一个复杂的过程,实现“过程的算法化”,这是过程自动化的一个前提条件.

(3) 减轻脑力劳动的一种手段.只要将大量重复性脑力劳动的步骤用算法列出,凡是遇到这类问题只要机械地应用算法即可,从而使脑力劳动的强度得到减轻.

(4) 作为研究和解决新问题的手段.

(5) 作为一种基本的数学工具.

算法是任何一门学科的重要组成部分. 虽然算法不能替代具体的学科内容, 但该门学科的概念、定义及基本事实也是不可忽视的, 但是, 对算法也应引起足够的重视, 特别是现在, 它是现代电子计算机广泛应用的基础之一.

二、计算机数学软件

Mathmatica 是由美国 Wolfram 公司研究开发的一个数学软件. 它提供了与 Mathcad 和 Matlab 这两个著名数学软件同样强大的功能, 能够完成符号运算、数学图形绘制甚至动画制作等多种操作. 但与它们相比, Mathmatica 显得小巧得多.

Mathcad 是一个运行在 Windows 95 或 Windows NT 环境下的标准 Windows 应用程序. 除了继承早期版本所提供的功能外, 还新增了近 20 种统计函数及图形类型, 提供了循环、转移、嵌套等程序设计功能, 满足各种不同的需求.

Matlab 语言是当今国际上科学界(尤其是自动控制领域)最具影响力, 也是最有活力的软件. 它起源于矩阵运算, 并已经发展成一种高度集成的计算机语言. 它提供了强大的科学运算、灵活的程序设计流程、高质量的图形可视化与界面设计、便捷地与其他程序和语言接口的功能. Matlab 语言在各国高校与研究单位中起着重大的作用.

SPSS(Statistical Package for the Social Science)——社会科学统计包是世界上著名的统计分析软件之一. 它和 SAS(Statistical Analysis System, 统计分析系统)、BMDP(Bio Medical Data Processings, 生物医学程序)是目前国际上最有影响的三大统计软件.

Origin 是 Windows 平台下用于数据分析、工程绘图的软件. 它的功能强大, 在各国科技工作者中使用较为普遍. 5.0 版又新增加了一些功能, 如全面支持鼠标右键操作, 支持拖放式绘图等.

Scientific notebook 是 Scientific word 的升级版, 有内置式的符号运算工具, 能作图, 推演公式. 输出格式为 latex(国际通用的稿件投寄格式). 公式输入极为方便.

Lingo 解非线性规划的数学软件, 与 Lindo 属同一公司的系列产品. 可在 Window 95/NT 平台下运行.

Lindo 解线性规划的数学软件, 可在 Window 95/NT 平台下运行.

三、Mathematica 的特点

Mathematica 具有很多优点,具体表现为以下四种.

(1) 内容丰富,功能齐全. Mathematica 能够进行初等数学、高等数学、工程数学等的各种数值计算和符号运算. 特别是其符号运算功能,给数学公式的推导带来极大的方便. 它有很强的绘图能力,能方便地画出各种美观的曲线、曲面,甚至可以进行动画设计.

(2) 语法简练,编程效率高. Mathematica 的语法规则简单,语句精练. 和其他高级语言(如 C, Fortran 语言)相比,其语法规则和表示方式更接近数学运算的思维和表达方式. 用 Mathematica 编程,用较少的语句,就可完成复杂的运算和公式推导等任务.

(3) 操作简单,使用方便. Mathematica 命令易学易记,运行也非常方便. 用户既可以和 Mathematica 进行交互式的“对话”,逐个执行命令;也可以进行“批处理”,将多个命令组成的程序,一次性地交给 Mathematica 完成指定的任务.

(4) 和其他语言交互. Mathematica 和其他高级语言,如 C, Fortran 语言等能进行简单的交互. 可以调用 C, Fortran 等的输出并转化为 Mathematica 的表示形式,也可以将 Mathematica 的输出转化为 C, Fortran 语言和 Tex 编译器所需的形式,甚至还可以在 C 语言中嵌入 Mathematica 的语句. 这使 Mathematica 编程更灵活方便,且增强了 Mathematica 的功能.

由于 Mathematica 具有能够完成符号运算、数学图形绘制,甚至动画制作等多种操作的强大功能,并且具有所见即所得的数学运算按钮,所以,本书主要采用 Mathematica 软件.



第二节 初等数学的计算机算法

一、Mathematica 的启动和运行

假设在 Windows 环境下已安装好 Mathematica 5.0, 启动 Windows 后, 在

“开始”菜单的“程序”中单击  Mathematica 5, 就启动了 Mathematica 5.0. 在屏幕上显示如图 1-1 所示的 Notebook 窗口, 系统暂时取名 Untitled-1, 直到用户保存时重新命名为止。

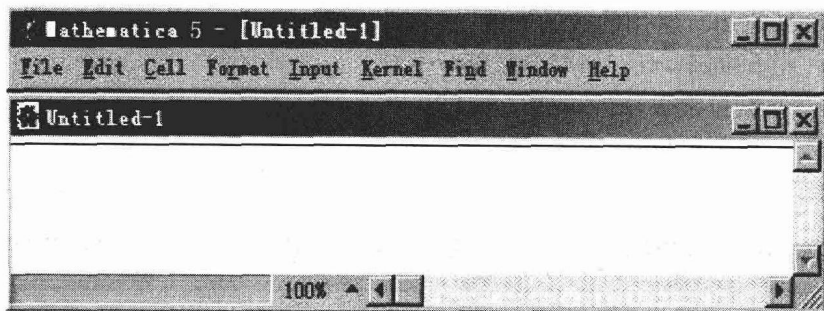


图 1-1

从 File 菜单中激活 Palettes→Basic Input 工具栏, 如图 1-2 所示可以输入数学表达式, 并且使用工具栏其他选项还可输入更复杂的数学表达式。

输入表达式, 然后按下 Shift+Enter 键, 这时系统开始计算并输出计算结果, 并且对第 n 次输入和输出附上次序标识 In[n]和 Out[n], 注意输入标识“In[n]:=”是计算后才出现的, 不需要用户输入。

二、用 Mathematica 作算术运算

例 1 计算: $2 \times 4^2 - 10 \div (3 + 2)$ 。

解 在主工作窗口输入表达式 $2 * 4^2 - 10 / (3 + 2)$, 然后按下 Shift+Enter 键, 得到运算结果, 如图 1-3 所示。

Mathematica 的基本运算加、减、乘、除和乘方的符号分别为 +、-、*、/、^。乘法既可以用“*”，又可以用空格表示, 如 $2 \ 3 = 2 * 3 = 6$ 。

例 2 计算: $5 \times (2\pi)^3$ (保留 10 位有效数字)。

解 在主工作窗口输入表达式 $N[5 * (2 \text{ Pi})^3, 10]$, 然后按下 Shift+Enter 键, 得到运算结果

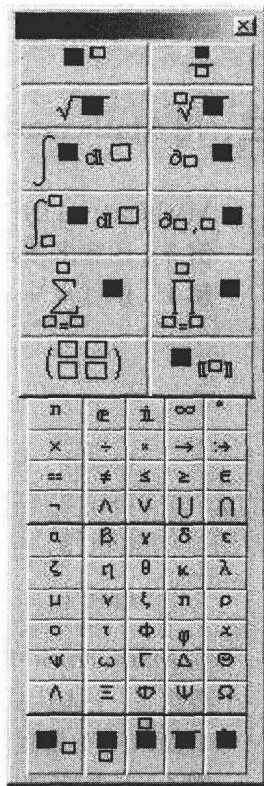


图 1-2