



华夏英才基金学术文库

林强 叶兴浩 编著

现代光学基础与前沿



科学出版社

www.sciencep.com



华夏英才基金学术文库

现代光学基础与前沿

林 强 叶兴浩 编著

科 学 出 版 社

北 京

内 容 简 介

本书涵盖了几何光学、波动光学和量子光学的核心内容,包括光线光学、光的波动性与矢量性、光的相干性、光的衍射、部分相干光学、固体光学、量子化光场等;同时包含了现代光学的一些前沿领域,如现代量子光学、原子光学、超快光学、特种材料光学、引力光学等.本书十分注重现代光学理论体系的完整性及其内在联系,包含了光线光学与波动光学之间、波动光学与量子光学之间的相互过渡等内容,同时尽可能多地把现代光学的新理论、新方法和新应用包括进去,使得读者通过本书,能够较系统、全面地掌握现代光学的基础理论,把握现代光学的发展方向,较快地进入到现代光学的前沿.

本书的读者对象为物理、光学、光电子类及相关专业的本科生、研究生、教师和科研工作者.

图书在版编目(CIP)数据

现代光学基础与前沿/林强,叶兴浩编著;—北京:科学出版社,2010
ISBN 978-7-03-027862-3

I. 现… II. ①林… ②叶… III. 光学 IV. O43

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2010)第 104360 号

科学出版社出版

北京东黄城根北街 16 号

邮政编码:100717

<http://www.sciencep.com>

新 蕾 印 刷 厂 印 刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2010 年 6 月 第 一 版 开本: B5(720×1000)

2010 年 6 月 第一次印刷 印张: 31 1/4

印数: 1—2 500 字数: 602 000

定价: 78.00 元

(如有印装质量问题,我社负责调换)

序 一

光学是一门既古老又年轻的学科,人类对光的认识是不断深化的,但对光本质的认识是人类永恒的追求.在历史上,光先后被看成“光线”、“光波”和“光子”.它们各自满足一定的规律或方程,比如光线的传输满足费马原理,光波的传输满足麦克斯韦方程组,光子则满足量子力学的有关原理.这三种理论既是相互独立的,又是相互关联的;既是逐步深化的,又是相互补充的.

林强和叶兴浩所编著的《现代光学基础与前沿》用简洁的语言系统地阐述了“光线”、“光波”和“光子”所满足的物理学基本规律、它们之间的相互关联及其应用,并在此基础上结合自己的研究成果,介绍了现代光学的若干前沿领域.该专著阐述的理论是现代光学技术、激光技术、光通信技术、光电子技术等高新技术的基础.该专著紧扣现代光学的前沿领域,内容新颖、重点突出、结构合理,具有重要的学术价值.

我认识作者林强教授已有十几年时间.他长期从事现代光学的教学和研究,科研成绩突出,教学经验丰富,培养了相当数量的优秀博士生、硕士生和本科生.他是国家杰出青年基金获得者和全国“百篇”优秀博士学位论文导师.

我认为《现代光学基础与前沿》能够让读者系统地把握现代光学的基本理论和发展趋势,无论是初学者还是有经验的研究者,都能够从中受益.该书的出版,将为我国光学及其相关专业的教学和科研起到积极的推动作用.特此为序.

王育竹

中国科学院院士

中国科学院上海光学精密机械研究所研究员

2009年12月5日

序 二

光学是人类对光的认识。

光学研究光的本性,光的产生、传播、探测,以及光和物质的相互作用。光学的明显特点是它在科学上的基础性及在应用上的广泛性。

光学是一门古老的科学,它的历史差不多和力学一样悠久。近代光学又是一门年轻的、朝气蓬勃的科学,它首先由于 20 世纪初能量量子的发现而经历了一场彻底的革命,接着又由于 1960 年激光的出现而展现出迷人的新姿。


说光学的历史悠久,实际光存在的历史更要遥远漫长得多。按现代宇宙学,现今的宇宙起源于原初的大爆炸,因此光辐射的存在要早于原子、分子、凝聚体等物质。在人类出现在地球上后,原始人一定会对光有最强烈的感受。日光、月光、星光、闪电光一定会激发远祖们产生人类所特有的最初的思考和感情。追随对光的认识在人类文明史上的发展历程,我们会看到一个特别的现象,那就是宗教和科学都同样钟情于光。我们在圣经的《创世纪》中看到这样的文字:“太初,神创造天地……神说:‘要有光!’就有了光……”另一方面,我们也看到历史上伽利略、牛顿、麦克斯韦、爱因斯坦四位科学巨人都致力过光的研究。可以说,没有哪一个物理学的分支,得到过这样多位大师的青睐。关于光学的发展史,有兴趣的读者可以在 M. 玻恩的经典著作《光学原理》的前言中看到极为精彩的陈述。

相对于光学的悠久历史,光学的现代发展却是面貌日新。一般将 1960 年激光器发明后的新阶段的光学划为现代光学。激光的出现极大地改变了人类的科学活动和社会活动。现今,你很容易在人类的这些活动中找到激光的应用。激光出现后光学迅速地发展出了许多新的分支,如激光物理、激光光谱学、非线性光学、超快(超强)光学、量子光学、原子光学、纳米光学……这些现代光学的发展除了大大丰富了人们对光的认识外,还给整个科学技术带来了福音。例如,20 世纪 80 年代,锁模激光技术的发展使人类的时间分辨本领进入到飞秒(10^{-15}s)量级;激光冷却原子技术的发展使人类在实验室中产生了纳开(10^{-9}K)量级的极低温;量子光学和非线性光学的结合使人类有能力利用光的压缩态做出低于量子噪声极限的精密测量……现代光学如何造福于人类,还可从 2009 年度诺贝尔物理学奖获得者高琨开拓的光纤传输清楚地显示,光纤光通信对当今社会的信息化所起的巨大作用实在是太明白不过了。

概而言之,人类对光的认识源远流长,光学是人类文明的知识宝库中极为灿烂的一部分;现代光学是现代科学发展中最为活跃的分支之一,也是影响人类社会最

为深刻的分支之一。处于现代信息化社会，从事科学技术的各类人员，实在应有一些现代光学的基本知识。

《现代光学基础与前沿》一书，是林强和叶兴浩两位老师集多年科研与教学的成就与经验编写而成的一本有特色的现代光学专著。作者立足基础，放眼前沿，对现代光学的基础知识陈述系统，对现代光学的若干研究前沿介绍精辟。笔者相信，想学习、了解现代光学的青年学子、科技人士学习该书都大有裨益。



2010年春 于清华园

前 言

光学是随着人类对光的本性的探究而不断得到发展的。中国古代文献中有许多光学知识,如春秋战国时期的《墨经》中有关于小孔成像的详细记载,其中包含光的直线传播现象。牛顿(1642~1727)曾提出微粒说,认为光是以微小粒子的形式从发光物体传播出来的,这个学说可以解释光的直线传播现象,但无法解释干涉、衍射等现象。惠更斯(1629~1695)等提出波动说,但无法解释光是在什么介质中传播的,光为什么可以在真空中传播等问题。当时人们假设光是在一种特殊的介质——“以太”中传播的,但以太的存在无法得到实验的证实。麦克斯韦(1831~1879)的电磁波理论建立以后,光被认为是一种具有特定波长范围的电磁波,可用麦克斯韦方程组描写,加上物质方程,原则上可以解出光的全部宏观传播问题。但是麦克斯韦方程组的严格求解在数学上是很困难的,只有对某些简单系统可以得到严格解,如单色光照射到半无限大的理想导体平面上的衍射问题。光的电磁波属性在1888年被赫兹的实验所证实,但电磁理论不能解释光的发射和吸收过程。为了解释黑体辐射问题,普朗克(1858~1947)提出了光量子假设,经过爱因斯坦等的发展,可以成功地解释光的发射和吸收过程以及光辐射压力等问题,这被称为经典量子论。在光的现代量子理论中,光子的概念无需假设,而是对麦克斯韦方程量子的自然结果。

虽然人类对光的认识始于古代,但迄今对光的本性的探究仍未完成。“光子到底是什么?”这个看似简单的问题,目前没有人能够真正说得清楚。比如,对光场进行量子化之后,真空态的零点能是半个光子的能量,这是否预示着光子是可分的?光子是否具有静止质量?等等。

尽管人们对光的本性还在不断探索之中,这并不妨碍我们根据现有的知识派生出很多实际应用。迄今为止,光学大致可分为三代:光线光学、波动光学和量子光学。光线光学的理论基础是费马原理,传统光学仪器都是根据光线光学的理论设计的;波动光学把光看成电磁波,故又称为光的电磁理论,现代光通信技术就是基于光的电磁理论发展起来的;量子光学则把光看成光子,它是未来量子信息技术的基础之一。光线光学和波动光学可以在不同的层次上解决光的传输问题,量子光学则被用来解决光的发射与吸收、光与物质的相互作用等问题。虽然它们对光的认识深度不同,但从应用的角度来看,它们并不可相互替代。比如,我们今天仍然需要用光线光学的原理和方法设计光学仪器。

三代光学的基本出发点虽然不同,但它们是有内在联系的,在一定条件下可以

互相转化,如让电磁波的波长趋于零,波动光学就转化为光线光学,把电磁波进行量子化,波动光学就转化为量子光学。从历史发展的过程来看,三代光学出现的时间不同,但它们是交错发展的,它们各自的应用领域也不相同。近年来,现代光学的发展更是日新月异,出现了许多新的研究方向和领域。光学既是一门基础学科,又是一门应用性和交叉性很强的学科。由它衍生出了许多应用性的学科,如工程光学、信息光学、生物医学光学等。现代光学已成为光电子技术、激光技术、光通信技术等高新技术的重要基础学科。

本书试图在浩瀚的文献资料中,通过解析现代光学的理论体系,结合我们多年从事光学教学的心得和研究的成果,向读者介绍现代光学的基础理论和若干前沿领域,以期读者能够在较短的时间里,花费较少的精力,就能够较为系统地掌握现代光学的基础理论,把握现代光学的发展方向,并对当前现代光学的一些活跃领域有所了解,以便为从事与光学有关的工作打下坚实的基础。

基于这样的考虑,本书第一篇涵盖了光线光学、波动光学和量子光学的核心内容,同时融入了现代光学的一些最新研究成果,如部分相干光的传输特性、产生方法及其应用;第二篇则包含了现代光学的若干前沿领域,包括超短脉冲光束的传输、纳米光学、光子晶体、半导体光学和负折射率材料及其性质;超快光速与超慢光速、量子频标、光子角动量、单光子干涉、双光子纠缠以及量子真空效应;激光冷却原子、玻色-爱因斯坦凝聚、原子干涉和原子激光;引力透镜效应、霍金辐射、引力波探测,以及与宇宙演化有关的微波背景辐射、宇宙的加速膨胀等。

由于现代光学的内容很多,加上我们的水平和掌握的资料有限,本书内容肯定不能反映现代光学的全貌。我们只是根据自己的理解和掌握的资料,择其要者录入,同时也融入了一部分我们自己的研究成果。在撰写过程中,我们力图做到以下两点:一是注重反映三代光学的内在联系,如光线光学和波动光学之间的相互过渡、波动光学与量子光学之间的相互过渡等;二是注重内容的新颖性,尽可能多地把现代光学的新理论、新方法和新应用包括进去。希望本书能够成为读者通向现代光学前沿之桥梁。

本书作者林强从1988年开始在原杭州大学和浙江大学从事教学和科研工作,为了教学方便,曾编写了现代光学讲义。本书正是在该讲义的基础上,经过不断修改、充实而成的。另一位作者叶兴浩教学经验丰富,他在书稿的编写、整理中花了大量的时间和精力,没有他的合作,本书要如期付梓是难以想象的。

本书承蒙王育竹先生和李师群先生分别作序。在作者的学术生涯和本书的写作过程中,得到了许多前辈和老师的热情支持和鼓励,也得到了许多同事、朋友和历届学生的大力支持和帮助,如(排名不分先后)王育竹院士、贺贤土院士、唐孝威院士、叶朝辉院士、张杰院士、郭光灿院士、彭堃堃院士、李家明院士、徐世浙院士、范滇元院士、罗俊院士、王绍民教授、刘正东教授、李师群教授、朱诗尧教授、林

海青教授、马龙生教授、李天初教授、吴令安教授、吕百达教授、潘庆教授、张守著教授、王平教授、熊盛青教授、王力军教授、潘建伟教授、李儒新教授、赵卫教授、许京军教授、曾和平教授、钱列加教授、张卫平教授、徐信业教授、印建平教授、刘伍明教授、陈徐宗教授、韩申生教授、刘亮教授、詹明生教授、高克林教授、张靖教授、张首刚教授、龚旗煌教授、龙桂鲁教授、徐雷教授、王雪华教授、陈险峰教授、童利民教授、田钢教授、张福根博士、江晓清教授、王中阳教授、赵道木教授、蔡阳健教授、徐云飞副教授、王兆英副教授、王立刚副教授、陈君博士、张璋博士、李曙光博士、韩顺利博士、王肖隆博士、郑健博士、程冰博士、杨爱林博士、张敬芳博士、曹晓超博士及本课题组各位已毕业和在读研究生,奥地利维也纳技术大学的 E.Wintner 教授、德国 Max-Born 研究所的 W. Becker 教授、德国柏林工业大学的 H. Weber 教授、美国罗切斯特大学的 E. Wolf 教授、美国 Rensselaer Polytechnic Institute 的张希成教授、美国 (JILA) 的叶军教授、美国 Indiana University-Purdue University Indianapolis 的区泽宇教授、美国阿肯色大学的肖敏教授、法国里昂一大的俞进教授等,在此不胜枚举,谨致以衷心的感谢!

同时衷心感谢华夏英才基金会对本书出版的资助,感谢国家自然科学基金会杰出青年基金 (60925022)、科学技术部 (2006CB921403)、国土资源部、浙江省科技厅和浙江大学等部门和单位对作者科研上的支持!

限于作者水平,本书难免存在不足之处,敬请广大读者指正.

作 者

2010 年 1 月于杭州

目 录

序一
序二
前言

第一篇 现代光学基础

第 1 章 光线光学	3
1.1 费马原理	3
1.1.1 反射定律	3
1.1.2 折射定律 (斯涅耳定律)	4
1.1.3 物像之间的等光程性	4
1.1.4 凹球面镜反射	5
1.2 哈密顿光学	5
1.2.1 光线微分方程	5
1.2.2 哈密顿正则方程	10
1.2.3 哈密顿正则方程在近轴光学中的应用	11
1.2.4 程函方程	13
1.3 近轴光学	14
1.3.1 光线变换矩阵的定义	14
1.3.2 常见光学元件的变换矩阵	16
1.3.3 反向传输的变换矩阵	18
1.3.4 成像矩阵	19
1.3.5 矩阵方法与常规方法之间的联系	20
1.4 光线追迹	21
1.4.1 斜子午光线	22
1.4.2 傍轴光线的追迹	23
1.5 初级像差理论	24
1.5.1 波像差和光线像差	24
1.5.2 赛德尔变量	26
1.5.3 初级 (赛德尔) 像差	27
1.5.4 一般共轴透镜系统的初级像差系数	30

1.5.5	色差	33
1.6	几何光学与波动光学的过渡	35
1.6.1	波动光学过渡到几何光学	35
1.6.2	几何光学到波动光学	37
1.6.3	光线量子力学理论	38
第 2 章	光的波动性与矢量性	42
2.1	波动方程	42
2.2	光波的表示	43
2.2.1	一维平面波	43
2.2.2	三维平面波	44
2.2.3	球面波	44
2.2.4	柱面波	45
2.2.5	几种重要的光束	46
2.3	光的传播速度	48
2.4	能流 坡印亭矢量	51
2.5	光的偏振	53
2.5.1	偏振光的分类	53
2.5.2	偏振光的描述方法	56
2.6	完全偏振光	57
2.6.1	琼斯矢量	57
2.6.2	琼斯矩阵	58
2.6.3	正交偏振	60
2.6.4	琼斯矩阵的本征矢	61
2.6.5	琼斯反射和透射矩阵	62
2.7	部分偏振光	65
2.7.1	相干矩阵	65
2.7.2	偏振度	68
2.7.3	相干矩阵通过偏振光学元件的变换	70
2.7.4	部分相干、部分偏振光	72
第 3 章	光的相干性	73
3.1	干涉的基本原理	73
3.1.1	线性叠加原理	73
3.1.2	波阵面分割	74
3.1.3	振幅分割	75

3.2	部分相干性	78
3.3	时间相干性	79
3.4	空间相干性	81
3.4.1	两个独立点光源之间的空间相干性	81
3.4.2	扩展光源的空间相干性	83
第 4 章	光的衍射	85
4.1	基尔霍夫衍射理论	85
4.1.1	格林定理	85
4.1.2	菲涅耳-基尔霍夫积分公式	86
4.1.3	衍射积分公式与惠更斯原理的联系与差别	87
4.1.4	互补光阑 巴比涅原理	88
4.1.5	菲涅耳衍射和夫琅禾费衍射	89
4.2	夫琅禾费衍射图样	90
4.2.1	单狭缝衍射	90
4.2.2	矩孔衍射	91
4.2.3	圆孔衍射	92
4.2.4	双狭缝衍射	94
4.2.5	衍射光栅	95
4.2.6	光栅的类型	98
4.2.7	凹面光栅的衍射和罗兰圆	99
4.2.8	其他形状的孔	101
4.3	菲涅耳衍射图样	102
4.3.1	菲涅耳带	102
4.3.2	波带片	104
4.4	傅里叶变换光学	104
4.4.1	透镜的傅里叶变换	104
4.4.2	傅里叶变换频谱学	105
第 5 章	部分相干光学	108
5.1	基本概念和定义	109
5.1.1	时间相干性和相干时间	109
5.1.2	空间相干性与相干区域	111
5.2	部分相干光的数学表述	114
5.2.1	互相干函数和复相干度	114
5.2.2	交叉光谱密度和谱相干度	121
5.2.3	相关函数的传输	124

5.2.4	范西泰特-策尼克定理及举例	128
5.3	空间-频率域中的部分相干光场	131
5.3.1	部分相干场的相干模式表述	132
5.3.2	交叉光谱密度作为关联函数的严格表述	134
5.3.3	激光谐振腔模式相干理论	135
5.3.4	部分相干激光谐振腔	137
5.4	部分相干光束	141
5.4.1	单色光束	141
5.4.2	部分相干光束	143
5.4.3	Gaussian Schell model 光束	144
5.5	光源空间相干性对光场频谱场的影响	146
5.5.1	两个部分关联的源产生的光场的频谱	146
5.5.2	标度定律	150
5.6	部分相干物质波	152
5.6.1	物质波与超冷原子气体	153
5.6.2	物质波相干性的描述	155
5.6.3	部分相干物质波的张量 $ABCD$ 定律	156
5.6.4	部分相干物质波的演化	159
第 6 章	固体光学	163
6.1	介质中的麦克斯韦方程组和波动方程	163
6.2	光在各向同性电介质中的传播 色散	165
6.3	光在导电介质中的传播	168
6.3.1	极低频率	169
6.3.2	一般情况	169
6.4	光在吸收介质边界上的反射和折射	170
6.4.1	复折射率	170
6.4.2	斜入射时折射角 ϕ 与入射角 θ 的关系	171
6.4.3	折射定律 (复折射率)	172
6.4.4	反射率公式	172
6.5	光在晶体中的传播	174
6.5.1	晶体中的波动方程	174
6.5.2	波矢面	176
6.5.3	相速度面	178
6.5.4	光线速度面	179
6.6	光在界面上的双折射	181

6.6.1	双折射、寻常波与非常波	181
6.6.2	偏振棱镜	183
6.7	旋光性、磁光效应和电光效应	184
6.7.1	旋光性	184
6.7.2	磁光效应	187
6.7.3	电光效应	189
6.8	非线性光学简介	191
第 7 章	量子化光场	195
7.1	辐射场的量子化	195
7.2	光子数态	198
7.3	多模电磁场	203
7.4	光子相位算符	206
7.4.1	相位算符的定义和性质	206
7.4.2	相位算符本征态	211
7.4.3	单模光子数态的物理性质	213
7.4.4	单模相位态的物理性质	215
7.5	相干态	217
7.5.1	相干态的定义	217
7.5.2	相干态的正交性、归一性和完备性	220
7.5.3	相干态的物理性质	222
7.5.4	相干态和最小不确定态	224
7.5.5	相干态的图形	226
7.5.6	多模相干态	227
7.6	压缩态	227
7.6.1	压缩态物理性质	227
7.6.2	压缩态和不确定性关系	229
7.6.3	压缩算符和压缩相干态	231
7.6.4	多模压缩态	234
	第一篇参考文献	236
	第一篇重要参考书目	239

第二篇 现代光学前沿

第 8 章	现代量子光学	243
8.1	超快光速与超慢光速	243

8.1.1	群速度与折射率的关系	243
8.1.2	超快光速	244
8.1.3	超慢光速	246
8.2	量子频标与光频梳	248
8.2.1	量子频标原理	249
8.2.2	几个实用的量子频标	251
8.2.3	从原子钟到光钟 —— 光频梳技术	252
8.3	光子角动量	256
8.3.1	光束轨道角动量的经典理论	258
8.3.2	光束轨道角动量的量子描述	259
8.3.3	光束轨道角动量的张量分析	262
8.4	单光子干涉	264
8.4.1	早期实验	264
8.4.2	单光子光源下的干涉实验	266
8.4.3	单光子干涉的意义和应用	268
8.5	双光子纠缠	269
8.5.1	EPR 佯谬及实验检验	270
8.5.2	量子纠缠	272
8.5.3	量子隐形传态	273
8.6	量子真空效应	276
8.6.1	真空涨落与零点能	277
8.6.2	Casimir 效应	277
8.6.3	Purcell 效应	279
8.6.4	真空极化	280
8.6.5	正负电子对的产生	281
8.6.6	真空与物质的相互作用	283
	参考文献	287
第 9 章	原子光学	295
9.1	光场对原子的作用力	295
9.2	激光冷却原子	297
9.2.1	多普勒冷却	297
9.2.2	低于多普勒极限的冷却	299
9.3	玻色-爱因斯坦凝聚	302
9.3.1	玻色-爱因斯坦凝聚态的概念	302

9.3.2	BEC 形成的条件	303
9.3.3	BEC 的理论描述及性质	305
9.3.4	BEC 的实现	306
9.3.5	BEC 实验结果	312
9.4	原子激光	314
9.5	原子干涉	317
9.6	原子光学中的矩阵方法	319
9.6.1	原子光学中的矩阵定义	320
9.6.2	原子干涉仪中的相位差	322
9.6.3	三能级原子干涉仪的精度分析	325
	参考文献	327
第 10 章	超快光学	333
10.1	超短脉冲激光	333
10.1.1	激光发展简述	333
10.1.2	飞秒脉冲激光器的种类	335
10.1.3	飞秒激光关键技术	336
10.1.4	飞秒激光的应用	340
10.1.5	阿秒脉冲激光研究进展	343
10.2	单周期脉冲光束	345
10.2.1	复点源电偶极子辐射场	345
10.2.2	亚周期脉冲矢量光束的理论描述	346
10.3	超强激光	350
10.3.1	超强激光的一些重要物理量	352
10.3.2	不同强度下激光电磁场对电子的作用力	352
10.3.3	激光电场中的原子和分子	354
10.3.4	超强激光在介质中的自聚焦和成丝	355
10.3.5	高次谐波的产生	357
10.3.6	超强激光的应用	358
10.4	激光诱导核聚变	364
10.4.1	核聚变及其条件	364
10.4.2	惯性约束核聚变	366
10.4.3	激光快点火方案	367
10.4.4	大型激光诱导核聚变装置	368
	参考文献	370

第 11 章 特种材料光学	373
11.1 纳米光学	373
11.1.1 扫描近场光学显微镜 —— 纳米光学成像技术	373
11.1.2 激光光镊 —— 纳米光学操纵技术	376
11.1.3 纳米光纤 —— 纳米光学传输技术	380
11.1.4 纳米发光 —— 纳米光学材料技术	382
11.2 光子晶体	384
11.2.1 光子晶体的结构	384
11.2.2 光子晶体的特征	385
11.2.3 光子晶体的理论	386
11.2.4 光子晶体的制作和应用	387
11.3 半导体光学	387
11.3.1 半导体能带理论	388
11.3.2 半导体激光	389
11.3.3 半导体量子点	391
11.3.4 半导体光学微腔	392
11.4 负折射率材料及其性质	397
11.4.1 负折射率材料的基本物理分析	398
11.4.2 负折射率材料的折射和成像	399
11.4.3 负折射率材料的其他特殊效应	401
11.4.4 负折射率材料的制作	403
参考文献	405
第 12 章 引力光学	409
12.1 引力透镜与等效折射率	409
12.1.1 引力透镜概述	409
12.1.2 引力透镜基本理论	413
12.1.3 用等效折射率分析引力透镜	415
12.1.4 应用	420
12.1.5 真空等效折射率的来源	429
12.2 霍金辐射	432
12.2.1 黑洞概述	433
12.2.2 黑洞热力学	434
12.2.3 霍金辐射	435
12.3 引力波探测技术	437