

● 杨中超 何鸿禧 / 编著

大学物理

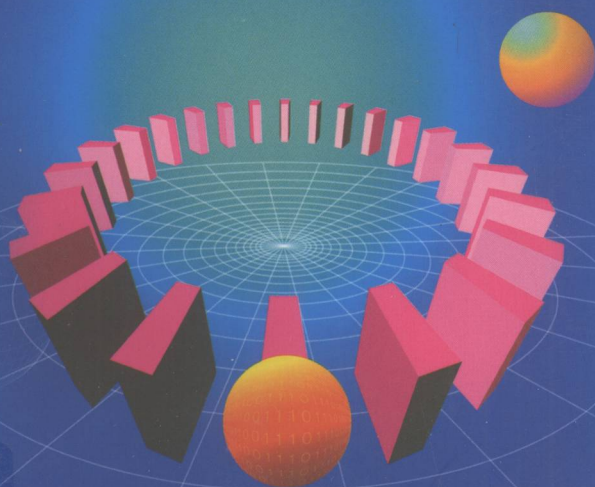
二维提要和多解题典

DAXUEWULI

Erwei Tiyao

Yu DuoJie

Tidian



 吉林大学出版社

二维提要 & 多解题典

 吉林大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

大学物理:二维提要和多解题典/杨中超,何鸿禧编著.
—长春:吉林大学出版社,2009.12
ISBN 978-7-5601-5174-8

I. 大… II. ①杨…②何… III. 物理学-高等学校-教学参考资料 IV. O4

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2009)第 237529 号

书 名:大学物理——二维提要和多解题典
作 者:杨中超 何鸿禧

责任编辑、责任校对:沈广启 刘守秀
吉林大学出版社出版、发行
开本:880×1230 毫米 1/16
印张:19.75 字数:582 千字
ISBN 978-7-5601-5174-8

版权所有 翻印必究
社址:长春市明德路 421 号 邮编:130021
发行部电话:0431-88499826
网址:<http://www.jlup.com.cn>
E-mail:jlup@mail.jlu.edu.cn

封面设计:张沐沉
长春市泽成印刷厂 印刷
2010 年 1 月 第 1 版
2010 年 1 月 第 1 次印刷
定价:41.00 元

黑格尔

手段是一个比有限目的更高的东西。

爱因斯坦

发展独立思考和独立判断的一般能力,应当始终放在首位。

康 德

每当理智缺乏可靠论证的思路时,类比这个方法往往指引我们前进。

序

教学需要研究,《大学物理》是理工大学的一门重要基础课程,就更需要研究和改革,才能使之名符其实地使学生得到基础课程应有的效益,不少老师为之付出了大量的辛勤的劳动,吉林工学院(现长春工业大学)物理教研室的杨中超同志结合多年来的教学实践,对《大学物理》的教材体系,教学方法和考核手段等进行了系统的研究,他的有关论文曾多次在全国性的学术会议上宣读。其中《谈谈普通物理学的二维教学二维教材及多维考核》曾在1986年国际物理教育学术研讨会上宣读并收入论文集。该会议是国际物理教育委员会(ICPE)举办并得国家教委批准的南京国际会议。《大学物理二维提要》就是他的教学研究和教学经验的成果和总结。

《二维提要》是他的《二维教材》的提要,反映了二维教学的思想实质,其核心是把对比法和类比法完整而系统地运用到大学物理教学的各个环节中,这样做不仅能很好地体现启发教学,更主要的是开拓了学生的思路,培养学生的能力。这符合现代教育理论“刺激一个体因素—反应”(S-O-R)的教学原则,有助于调动学生主观积极性,同时也符合于国家教委颁发的《大学物理课程教学基本要求》中所提出的“要注意各部分内容之间的联系,使学生学得活一些,还要扩大知识面使学生学得广一些”的精神,物理学发展过程中,许多重大的理论突破,从思想方法上分析常有赖于与对比法和类比法的运用,如麦克斯韦方程组的建立、德布罗意关于物质波的假设,薛定谔方程的建立等都是例证。不难理解二维教学无论是作为一种教学方法还是思想方法都是有积极意义的。

《多解题典》和通常使用习题解答是有所不同的。它着眼于培养学生的能力,是把对比法和类比法运用在选题和解题上的自然结果,是二维教学的体现。由于它能为理论教学,特别是习题课和讨论课提供大量和丰富的可以借鉴的范例和丰富的解题思路,是符合“基本要求”中加强实践性教学环节的要求,这就更增加了本书的可用性。《多解题典》的很大的优点在于能引导学生多侧面地分析研究各种物理问题或现象,从不同角度来处理问题,进而能在较深的层次上认识物理问题的本质,而这些又往往是学生缺少的或忽略的。此外,它还有活跃课堂气氛,提高学生学习物理的积极性。

《大学物理二维提要与多解题典》在国内尚属首例。我认为它的出版将对我国大学物理的教学产生有益的影响。它也可作为大学、大专、中学物理教师以及大学生的参考用书,是很有实用价值的,深切地希望读者能从书中得到一些启迪而能有所收益。

东南大学(原南京工学院)

恽瑛 于南京

1989.4.15

前言

一

《大学物理(原普通物理学)课程基本要求》(以下简称《基本要求》)强调:高等工科院校开设大学物理课程,它起到“开阔思路、激发探索和创造精神、增强适应能力、提高人才素质的重要作用,明确要求大学物理教师“在传授知识的同时着重培养能力”。《基本要求》在能力培养一节中,对能力又作了具体的说明,其中的第三条:“会运用物理学的理论、观点和方法以及矢量、微积分等数学工具,分析、研究计算或估算一般难度的物理问题,并能根据单位、数量级和与已知典型结果的比较,判断结果的合理性。不言而喻,要使学生获得这些能力,必须通过加强实践性教学环节来完成。因此,《基本要求》中才规定“为了确保实践性教学环节,习题课讨论课等的教学时数,目前不应少于总教学时数的10%,争取逐步作到不少于15%。《大学物理二维提要》与《多解题典》就是为了适应《基本要求》中的这种需要而编著的一本教学参考书,它不仅为理论教学以及习题课等实践性教学环节提供较全面的题例和丰富多彩的解题思路及方法,也为学生“运用物理学的理论、观点和方法以及矢量、微积分等数学工具、分析、研究计算或估算一般难度的物理问题”提供大量的可以借鉴的解题范例。因此,《大学物理二维提要》与《多解题典》是理、工、农、医、师范各学科物理教师及必修物理课大学生的有实用参考价值的教学参考书。

二

《大学物理二维提要》与《多解题典》由《力学的物理基础》、《气体分子运动论及热力学基础》、《电磁场的物理基础》、《振动波动光学基础》及《近代物理基础》等5篇组成。每篇又分《二维提要》与《多解题典》两部分。

《二维提要》中的二维是一个纯数学概念,我们把它引入到大学物理的教学实践中,其中心思想就是纵横交错综合对比,即在大学物理教学的全过程中,在进行纵深发展讲述的同时,加强各篇章节间的横向联系(或横向渗透);或对每一篇的物理内容进行纵横交错综合对比性的总结。这样作所以可行而且又能收到好的教学效果,是由大学物理理论体系所具有的特征决定的。就是说,大学物理理论体系本身就具有纵横交织的“平面”(或二维)结构的特点。事实上,当我们不受大学物理各篇章节的限制进行综合分析归纳总结时就会发现,大学物理中有许多概念相似、规律相近、形式相同的内容。这种相似、相近和相同(可称物理相似性)不仅为各篇章节的横向联系提供依据,也客观地反映了大学物理理论体系的完美和统一。因此,对大学物理理论体系作纵横交织综合对比的二维总结,实质上是客观地反映了大学物理理论体系的本来面貌,而且这样作能真正达到“举一反三,触类旁通”,既能使学生掌握物理规律的共性,又能使学生区分其个性的目的。这对学生理解和掌握(特别是记忆)物理知识开拓思维是十分有益的。

《多解题典》就是一题多解。多解和一解相比它好在哪里?

大学生完成一定数量的作业(或练习题),是他们“运用物理学的理论、观点和方法

以及矢量、微积分等数学工具,分析、研究计算或估算一般难度的物理问题”的一个实践过程,是培养和训练学生能力的重要环节。但是,我们在教学中早已发现,大多数学生只满足于完成老师给的作业,不管用什么方法,只要得出的结果与书后的答案一致就完事大吉。很少有人作更深入的研讨。这种长期的单打一,很容易导致学生思路的偏狭,方法或手段的单调,甚至是思想的片面性。一题多解(当然不能多解的问题除外)能克服这种弊端,它通过“促使学生多侧面地观察分析研究物理问题(或现象),用多种手段处理物理问题的办法”,来达到培养和训练全面分析综合解决问题的能力。这样,才能像《基本要求》中所论述的那样:“开阔思路、激发探索与创新精神、增强适应能力,提高人才素质的作用。教学实践证明,无论是课堂教学的举例还是习题课和讨论课的选题,多用一题多解的例题(这并不排斥引用一题一解的例题)能收到好的教学效果:

1. 丰富课堂教学内容,使理论(物理知识)和实践(物理问题)多渠道地结合起来;
2. 活跃课堂教学气氛,能明显提高学生学习物理学的兴趣和积极性;
3. 扩展和活跃了学生的想象力,引导和促使学生的思维向外发散,以开拓创新精神。

三

有些物理问题只有一种解法,对这类题目不必去探讨它的多解性。但有些物理问题有两种或两种以上的解法,这是由多种因素决定的。有些物理问题,它本身就有多侧面性,当然可以有多种解法。以某些质量动力学学习题为例,既可以用力的瞬时效应(牛顿运动定律)来求解,也可以用力的积累效应(动能定理、动量定理等)处理,在特殊的条件下还可以用与这两种积累效应相对应的守恒定律求解,又如求静电场问题,既可以用点电荷场强公式结合叠加原理求解,也可以有电场强度与电势梯度的关系处理,当然在特殊条件下还可以用高斯定理求解。有些物理问题虽然没有这种多侧面性,但它们可以选用不同的参考系(惯性系和非惯性系)、使用不同的坐标(直角坐标、极坐标等)结合不同的教学手段来处理。一些物理问题,有时候涉及几个物理规律联系多种数学工具,研讨它们无疑是有益的。物理问题(现象)千变万化,解题方法丰富多采,《多解题典》虽然部分地反映了它们的面貌,但它对学生思维能力的启迪将产生深远的影响。

四

本书共编选了 210 个题例,它可以分为两大类,第一类是一题多解类习题,每个题都有两个或两个以上的解法,这部分共 118 题,有 267 个解法;第二类是二题多解类习题,每个大题都由两个有不同类对比关系的小题(用 a, b 标记)组成,每个小题又有一个或一个以上的解法,这部分共 92 题,有 236 个解法。为了适应不同读者的需要,特别是考虑到 5 大(电大、业大、函大、刊大、夜大)学生及自学青年的学习特点,本节对每一题例都给出较详细的解法,并在内容上作了适当的增补。

《大学物理二维提要》与《多解题典》构思新颖、结构独特、选题全面、解法丰富,是国内唯一的一本二维提要与多解题典。

五

本书所编选的全部题例,是在长期的教学实践中积累起来的,并不同程度地在教学实践中引用过。即使如此,由于水平和能力所限,错漏之处难免很多,望不吝赐教。

目 录

第一篇 力学的物理基础

第一部分 二维提要	(3)
第一章 质点和刚体静力学	(3)
第二章 质点和刚体运动学	(4)
第一节 质点直线运动和刚体定轴转动的描述	(4)
第二节 质点曲线运动与刚体平面运动的描述	(5)
第三章 质点和刚体动力学	(9)
第一节 基本定律	(9)
第二节 质点和刚体动力学的导出定律	(10)
第二部分 多解题典	(17)

第二篇 气体分子运动论及热力学基础

第一部分 二维提要	(69)
第一章 气体分子运动论	(69)
第一节 基础概念	(69)
第二节 基本方程	(70)
第三节 平均碰撞次数平均自由程及内迁移现象	(74)
第二章 热力学基础	(69)
第一节 基本概念	(69)
第二节 基本定律	(70)
第三节 伯努利方程	(74)
第二部分 多解题典	(75)

第三篇 电磁场的物理基础

第一部分 二维提要	(117)
第一章 静电场和稳恒磁场	(117)
第一节 点电荷的电场和电流元的磁场	(117)
第二节 静电场和稳恒磁场的基本定理	(119)
第三节 电介质的极化和磁介质的磁化	(120)
第二章 电场力、电场力的功和磁场力、磁场力的功	(123)
第一节 电场力和磁场力	(123)
第二节 电场力的功及磁场力的功	(124)
第三章 电磁场	(126)

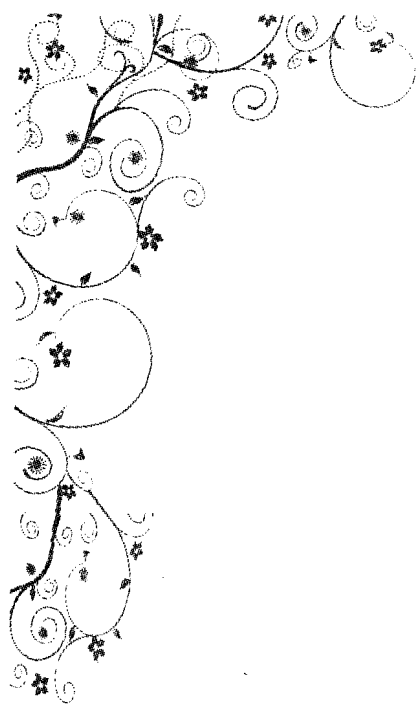
第一节 麦斯韦关于涡旋电场和位移电流的假设	(126)
第二节 麦克斯韦方程组的两种形式	(127)
第四章 电场和磁场的能量	(129)
第一节 电场的能量和磁场的能量	(130)
第二部分 多解题典	(131)

第四篇 振动 波动 波动光学基础

第一部分 二维提要	(211)
第一章 振动学基础	(211)
第一节 振动学通论	(211)
第二节 简谐振动及无阻尼自由振荡	(212)
第三节 阻尼机械振动和阻尼电磁振荡	(213)
第四节 受迫机械振动和受迫电磁振荡——共振	(213)
第五节 振动的合成	(214)
第二章 波动及波动光学基础	(217)
第一节 波动学通论	(217)
第二节 平面简谐波的波动方程	(217)
第三节 波的能量——坡印亭矢量	(218)
第四节 波的干涉及光的干涉	(219)
第五节 机械波的衍射与光的衍射	(221)
第六节 机械波的偏振与光的偏振	(222)
第七节 多普勒效应	(222)
第二部分 多解题典	(224)

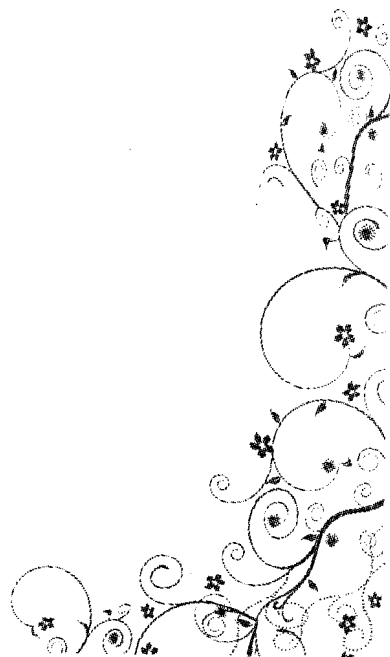
第五篇 近代物理基础

第一部分 二维提要	(279)
第一章 狭义相对论及其与经典力学的对应关系	(279)
第二章 量子物理基础	(282)
第一节 黑体辐射的经典定律及普朗克的量子假设	(282)
第二节 氢原子光谱的实验规律及玻尔氢原子理论	(283)
第三节 光和粒子的波粒二象性	(284)
第四节 测不准关系和波函数的统计解释	(285)
第五节 薛定谔方程及其使用的方法步骤	(285)
第六节 经典力学和量子力学的主要区别	(286)
第二部分 多解题典	(287)



第一篇

力学的物理基础



第一部分 二维提要

世界是物质的,物质是运动的,没有不运动的物质,也没有无物质的运动。在所有物质运动的各种形态中以物体的机械运动为最简单最基本也最重要。力学就是研究机械运动的规律及其应用的一门科学,是研究其他运动形态的基础。

运动是绝对的,描述运动是相对的。要描述一个物体的运动必须以另外的一个或几个物体为参考。这种被选作参考的物体称为参照系也称参考系。固定在参考系上的坐标称坐标系。机械运动研究的主要对象是质点和刚体。

质 点

当物体本身的大小和形状在所研究的问题中不起作用,或虽起作用但可以忽略不计,则这样的物体就是一个只有质量而没有大小的几何点,即质点。

质点是一个科学的抽象,是客观实物理理想化的模型,是有条件和相对的概念。小的物体(如电子)不一定是点,大的物体不一定不是点,这要由所研究问题的性质来决定。

刚 体

当物体本身的体积和形状在任何外力作用下不发生改变或虽发生改变,但可以忽略不计,则这样的物体就是有质量而体积和形状都不变的刚体。

刚体是一个科学的抽象,是客观实物理理想化的模型,是有条件和相对的概念。硬的物体不一定是刚体,软的物体不一定不是刚体,这要由所研究问题的性质来决定。

第一章 质点和刚体静力学

物体在所选定的参考系中保持相对静止或作匀速直线运动(对刚体则为匀角速转动)的状态称为平衡状态,其平衡条件:

对于质点

$$\sum \mathbf{F} = 0$$

或

$$\left. \begin{aligned} \sum F_x &= 0 \\ \sum F_y &= 0 \\ \sum F_z &= 0 \end{aligned} \right\}$$

即作用在质点上的合外力为零。

对于刚体

$$\sum \mathbf{F} = 0$$

同时有

$$\sum \mathbf{M} = 0$$

在定轴转动的情况下第二个条件为

$$\sum M = 0$$

即作用在刚体上的合外力和合外力矩同时为零。

第二章 质点和刚体运动学

第一节 质点直线运动和刚体定轴转动的描述

一、质点直线运动的描述

1. 运动方程——位置(坐标)

$$x = x(t)$$

2. 位移——坐标差

$$\Delta x = x(t_2) - x(t_1) = x_2 - x_1$$

3. 速度——描述运动状态的量

(1) 平均速度

$$\bar{v} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

(2) 瞬时速度

$$v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \bar{v} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{dx}{dt}$$

4. 加速度——描述运动状态变化的量

(1) 平均加速度

$$\bar{a} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

(2) 瞬时加速度

$$a = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \bar{a} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{dv}{dt}$$

或

$$a = \frac{d^2 x}{dt^2}$$

一、刚体定轴转动的描述

1. 运动方程——角位置(角坐标)

$$\theta = \theta(t)$$

2. 角位移——角坐标差

$$\Delta \theta = \theta(t_2) - \theta(t_1) = \theta_2 - \theta_1$$

3. 角速度——描述转动状态的量

(1) 平均角速度

$$\bar{\omega} = \frac{\theta_2 - \theta_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta \theta}{\Delta t}$$

(2) 瞬时角速度

$$\omega = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \bar{\omega} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \theta}{\Delta t} = \frac{d\theta}{dt}$$

4. 角加速度——描述转动状态变化的量

(1) 平均角加速度

$$\bar{\beta} = \frac{\omega_2 - \omega_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta \omega}{\Delta t}$$

(2) 瞬时角加速度

$$\beta = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \bar{\beta} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \omega}{\Delta t} = \frac{d\omega}{dt}$$

或

$$\beta = \frac{d^2 \theta}{dt^2}$$

由上可知,只要知道物体的运动方程,通过求微分、导数的办法就可求出位移(角位移)、速度(角速度)和加速度(角加速度),且不用起始条件。这就是通常所说的运动学的第一类基本问题。

二、质点直线运动的特例

1. 匀速直线运动

(1) 定义

$$a = \frac{dv}{dt} = 0$$

(2) 起始条件

$$t = 0 \text{ 时 } x = x_0 \quad v = v_0$$

(3) 速度公式

$$v = v_0 = \text{常量(匀速的特征)}$$

(4) 运动方程

二、刚体定轴转动的特例

1. 匀角速转动

(1) 定义

$$\beta = \frac{d\omega}{dt} = 0$$

(2) 起始条件

$$t = 0 \text{ 时 } \theta = \theta_0 \quad \omega = \omega_0$$

(3) 速度公式

$$\omega = \omega_0 = \text{常量(匀角速的特征)}$$

(4) 运动方程

$$x = x_0 + v_0 t$$

2. 匀变速直线运动

(1) 定义

$$a = \frac{dv}{dt} = \text{常量}$$

(2) 起始条件

$$t = 0 \text{ 时 } x = x_0 \quad v = v_0$$

(3) 速度公式

$$v = v_0 + at$$

(4) 运动方程

$$x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} at^2$$

(5) 其他关系

$$v_2^2 - v_1^2 = 2a(x_2 - x_1)$$

$$a = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1}$$

$$\bar{v} = \frac{1}{2}(v_1 + v_2)$$

$$\theta = \theta_0 + \omega_0 t$$

2. 匀变角速转动

(1) 定义

$$\beta = \frac{d\omega}{dt} = \text{常量}$$

(2) 起始条件

$$t = 0 \text{ 时 } \theta = \theta_0 \quad \omega = \omega_0$$

(3) 角速度公式

$$\omega = \omega_0 + \beta t$$

(4) 运动方程

$$\theta = \theta_0 + \omega_0 t + \frac{1}{2} \beta t^2$$

(5) 其他关系

$$\omega_2^2 - \omega_1^2 = 2\beta(\theta_2 - \theta_1)$$

$$\beta = \frac{\omega_2 - \omega_1}{t_2 - t_1}$$

$$\bar{\omega} = \frac{1}{2}(\omega_1 + \omega_2)$$

由以上两种特例看出,只要知道物体运动的加速度(角加速度),就可以用积分的办法求出速度(角速度)、位移(角位移)及运动方程。但必须使用起始条件。这就是通常所说运动学的第二类基本问题。

第二节 质点曲线运动与刚体平面运动的描述

质点的曲线运动

质点作曲线运动,不论其简繁,总可以把它分解成两个或两个以上正交方向直线运动的叠加。因此曲线运动也可称为叠加运动(相对地可以把直线运动称为基本运动),原则上可用叠加原理处理。

一、位置矢量运动方程及轨道方程

1. 位置矢量

$$\mathbf{r} = x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + z\mathbf{k}$$

大小

$$r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

方向余弦

$$\left. \begin{aligned} \cos\alpha &= \frac{x}{r} \\ \cos\beta &= \frac{y}{r} \\ \cos\gamma &= \frac{z}{r} \end{aligned} \right\}$$

刚体的平面运动

刚体在通常情况下不能看成是质点,它的运动是比较复杂的,但是,在大多情况下刚体的运动可以看成是转动与平动的叠加,也是一种叠加运动(相对的定轴转动称为基本运动),用叠加原理处理。

一、刚体的平动

若刚体上任何给定的一条直线在刚体的全部运动过程中其方位始终保持不变,则刚体的这种运动称为平动。

从刚体的平动的定义中看出,刚体作平动时,其上任何一点都有同样的轨道,且同一时刻 t 都有相同的运动速度。这表明刚体上任何一点的运动情况代表了刚体上所有各点的运动状态。即刚体在作平动时也可看成是一个质点。其运动问题可以像质点那样处理。

2. 运动方程

位置矢量表示了任何时刻 t 质点在空间的位置,它就是用矢量表示的运动方程。但通常都用分量式表示。即

$$\left. \begin{aligned} x &= x(t) \\ y &= y(t) \\ z &= z(t) \end{aligned} \right\}$$

3. 轨道方程

从运动方程中消去参变量 t 即得质点的轨道方程,通常可写成:

$$\left. \begin{aligned} y &= f_1(x) \\ z &= f_2(x) \end{aligned} \right\}$$

二、位移

$$\Delta \mathbf{r} = \mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1 = \Delta x \mathbf{i} + \Delta y \mathbf{j} + \Delta z \mathbf{k}$$

$$\text{大小 } \Delta r = \sqrt{(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2 + (\Delta z)^2}$$

$$\text{方向余弦 } \left. \begin{aligned} \cos \alpha &= \frac{\Delta x}{\Delta r} \\ \cos \beta &= \frac{\Delta y}{\Delta r} \\ \cos \gamma &= \frac{\Delta z}{\Delta r} \end{aligned} \right\}$$

三、速度

1. 平均速度

$$\begin{aligned} \bar{\mathbf{v}} &= \frac{\Delta \mathbf{r}}{\Delta t} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \mathbf{i} + \frac{\Delta y}{\Delta t} \mathbf{j} + \frac{\Delta z}{\Delta t} \mathbf{k} \\ &= \bar{v}_x \mathbf{i} + \bar{v}_y \mathbf{j} + \bar{v}_z \mathbf{k} \end{aligned}$$

$$\text{大小 } \bar{v} = \sqrt{\bar{v}_x^2 + \bar{v}_y^2 + \bar{v}_z^2}$$

$$\text{方向余弦 } \left. \begin{aligned} \cos \alpha &= \frac{\bar{v}_x}{\bar{v}} \\ \cos \beta &= \frac{\bar{v}_y}{\bar{v}} \\ \cos \gamma &= \frac{\bar{v}_z}{\bar{v}} \end{aligned} \right\}$$

2. 瞬时速度

$$\begin{aligned} \mathbf{v} &= \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \bar{\mathbf{v}} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \mathbf{r}}{\Delta t} = \frac{d\mathbf{r}}{dt} \\ &= v_x \mathbf{i} + v_y \mathbf{j} + v_z \mathbf{k} \end{aligned}$$

$$\text{大小 } v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}$$

$$\text{方向余弦 } \left. \begin{aligned} \cos \alpha &= \frac{v_x}{v} \\ \cos \beta &= \frac{v_y}{v} \\ \cos \gamma &= \frac{v_z}{v} \end{aligned} \right\}$$

二、刚体的转动

若刚体上任何一点在刚体运动的过程中都绕同一直线作圆周运动,则刚体的这种运动称转动,这一直线称为转轴。

若刚体的转轴是固定不动的,则称为定轴转动。正如本章一开始所表述的那样,我们已经能够描述它的运动了。

三、刚体的平面运动

若刚体的质心(刚体上有一个特殊的点,不管力的作用线以什么方向通过这点,刚体只发生平动。这个特殊的点称为质心)在刚体的全部运动中始终限制在一个平面上,刚体上所有各点绕之转动的轴通过质心且垂直该平面,则刚体的这种运动称为平面运动。

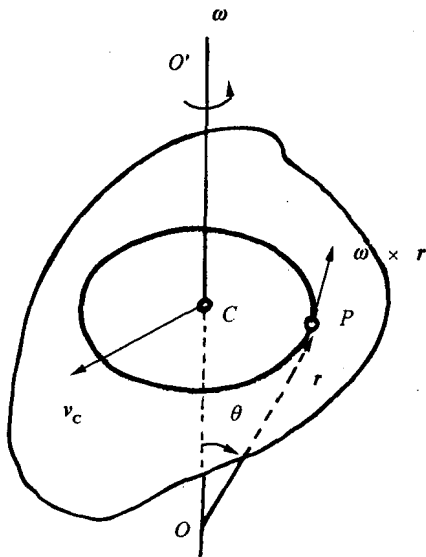


图 1-1

在这种情况下,刚体上任何一点的运动可以看成是质心的平面曲线运动和绕通过质心轴的圆周运动的叠加。可用叠加原理处理。如图 1-1 所示, OO' 轴通过质心 C , 某一时刻 t 质心的速度为 v_c , 刚体转动的角速为 ω , 则刚体上任何一点 P 的速度为:

$$v_p = v_c + \omega \times r$$

式中的 $\omega \times r$ 就是由于刚体转动产生的速度, r 是由坐标原点 O 指向 P 点的矢径。 $\omega \times r$ 的大小为 $\omega r \sin \theta$, 方向按右螺旋法则确定。

四、圆周运动的两种描述

轨道是圆的运动称圆周运动。特别是刚体在转动的时候,刚体上任何一点(除转轴上的点外)都作圆周运动,如图 1-2 所示,圆周运动即可以用线量表示(描述)也可以用角量表示(描述)。

1. 起始条件

$$t = 0 \text{ 时 } s = s_0 \quad v = v_0$$

或

$$t = 0 \text{ 时 } s = R\theta_0 \quad v = R\omega_0$$

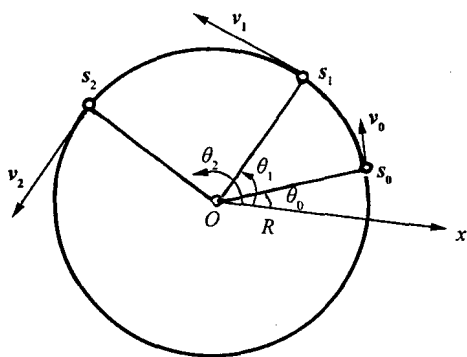


图 1-2

2. 运动方程

$$s = s(t)$$

或

$$s = R\theta(t)$$

3. 运动速率

(1) 平均速率

$$\bar{v} = \frac{s_2 - s_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

或

$$\bar{v} = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{R\Delta\theta}{\Delta t} = R\bar{\omega}$$

(2) 瞬时速率

$$v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \bar{v} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{ds}{dt}$$

四、加速度

1. 平均加速度

$$\begin{aligned} \bar{a} &= \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{\Delta v_x}{\Delta t} \mathbf{i} + \frac{\Delta v_y}{\Delta t} \mathbf{j} + \frac{\Delta v_z}{\Delta t} \mathbf{k} \\ &= \bar{a}_x \mathbf{i} + \bar{a}_y \mathbf{j} + \bar{a}_z \mathbf{k} \end{aligned}$$

$$\text{大小 } \bar{a} = \sqrt{\bar{a}_x^2 + \bar{a}_y^2 + \bar{a}_z^2}$$

$$\left. \begin{aligned} \cos \alpha &= \frac{\bar{a}_x}{\bar{a}} \\ \cos \beta &= \frac{\bar{a}_y}{\bar{a}} \\ \cos \gamma &= \frac{\bar{a}_z}{\bar{a}} \end{aligned} \right\} \text{方向余弦}$$

2. 瞬时加速度

$$\begin{aligned} a &= \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \bar{a} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2 r}{dt^2} \\ &= a_x \mathbf{i} + a_y \mathbf{j} + a_z \mathbf{k} \end{aligned}$$

$$\text{大小 } a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}$$

$$\left. \begin{aligned} \cos \alpha &= \frac{a_x}{a} \\ \cos \beta &= \frac{a_y}{a} \\ \cos \gamma &= \frac{a_z}{a} \end{aligned} \right\} \text{方向余弦}$$

五、切向加速度和法向加速度

1. 切向加速度 —— 速度大小变化产生的。

$$\text{大小 } a_\tau = \frac{dv}{dt}$$

方向 沿质点轨道的切线方向。

2. 法向加速度 —— 速度方向变化产生的。

$$\text{大小 } a_n = \frac{v^2}{\rho}$$

方向 指向该瞬时质点所在轨道处的曲率中心, 式中的 ρ 是该点轨道的曲率半径。

3. 总加速度

$$a = a_\tau + a_n$$

$$\text{大小 } a = \sqrt{\left(\frac{dv}{dt}\right)^2 + \left(\frac{v^2}{\rho}\right)^2}$$

$$\text{方向 } \operatorname{tg} \varphi = \frac{v^2}{\rho} / \frac{dv}{dt}$$

六、抛体运动

抛体运动是曲线运动的重要特例,是水平方向的匀速直线运动与竖直方向的匀变速直线运动的叠加,对于斜上抛则有

1. 速度公式

$$\left. \begin{aligned} v_x &= v_0 \cos \theta \\ v_y &= v_0 \sin \theta - gt \end{aligned} \right\}$$

2. 运动方程

$$\begin{aligned} x &= v_0 t \cos \theta \\ y &= v_0 t \sin \theta - \frac{1}{2} g t^2 \end{aligned}$$

3. 上升、下降及飞行时间

$$\begin{aligned} T_{\text{上}} &= T_{\text{下}} = \frac{v_0 \sin \theta}{g} \\ T_{\text{飞}} &= T_{\text{上}} + T_{\text{下}} = \frac{2v_0 \sin \theta}{g} \end{aligned}$$

4. 射高

$$H = \frac{1}{2} \frac{v_0^2 \sin^2 \theta}{g}$$

5. 射程

$$L = \frac{v_0^2 \sin 2\theta}{g}$$

6. 轨道方程

$$y = \operatorname{tg} \theta \cdot x - \frac{g}{2v_0^2 \cos^2 \theta} x^2$$

或

$$v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} R \frac{\Delta v}{\Delta t} = R \frac{dv}{dt} = R\omega$$

4. 切向加速度

(1) 平均切向加速度

$$\bar{a}_\tau = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

或

$$\bar{a}_\tau = \frac{R(\omega_2 - \omega_1)}{t_2 - t_1} = R\bar{\beta}$$

(2) 瞬时切向加速度

$$\text{大小 } a_\tau = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \bar{a}_\tau = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2 s}{dt^2}$$

或

$$a_\tau = R \frac{d\omega}{dt} = R \frac{d^2 \theta}{dt^2} = R\beta$$

方向 沿该瞬时质点所在处轨道的切线方向。

5. 法向加速度

(1) 平均法向加速度

$$\text{大小 } \bar{a}_n = \frac{\bar{v}^2}{R}$$

或

$$\bar{a}_n = R\bar{\omega}^2$$

(2) 瞬时法向加速度

$$\text{大小 } a_n = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \bar{a}_n = \frac{v^2}{R}$$

或

$$a_n = R\omega^2$$

6. 总加速度

(1) 平均总加速度

$$\bar{a} = \bar{a}_\tau + \bar{a}_n$$

(2) 瞬时总加速度

$$a = a_\tau + a_n$$

$$\text{大小 } a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2} = \sqrt{\left(\frac{dv}{dt}\right)^2 + \left(\frac{v^2}{R}\right)^2}$$

或

$$a = \sqrt{(R\beta)^2 + (R\omega^2)^2}$$

$$\text{方向 } \operatorname{tg} \varphi = \frac{a_n}{a_\tau}$$

在所有的曲线运动中(如圆周运动和抛体运动等),若加速度的方向与速度的方向成锐角则速度的量值增加;若加速度的方向与速度的方向成钝角,则速度的量值必减少;若加速度的方向与速度的方向垂直,则速度的量值不变。