高等院校精品课教辅用书

吴立煦
罗万钧 编
赵可培

运筹学习题与解答

（第二版）

上海财经大学出版社

●高等院校精品课教辅用书●

运筹学习题与解答

（第二版）

吴立煦　罗万钧　赵可培　编

上海财经大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

运筹学习题与解答/吴立煦,罗万钧,赵可培编．—2版．—上海:上海财经大学出版社,2010.5
(高等院校精品课教辅用书)
ISBN 978-7-5642-0753-3/F・0753

Ⅰ.①运… Ⅱ.①吴… ②罗… ③赵… Ⅲ.①运筹学-高等学校-解题 Ⅳ.①O22-44

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2010)第 062830 号

YUNCHOUXUE XITI YU JIEDA
运筹学习题与解答
(第二版)
吴立煦 罗万钧 赵可培 编

上海财经大学出版社出版发行
(上海市武东路 321 号乙 邮编 200434)
网 址:http://www.sufep.com
电子邮箱:webmaster @ sufep.com
全国新华书店经销
上海译文印刷厂印刷
上海远大印务发展有限公司装订
2010 年 5 月第 2 版 2010 年 5 月第 1 次印刷

787mm×960mm 1/16 14.25 印张 263 千字
印数:4 001—7 000 定价:32.00 元

再版前言

本书是配合由上海财经大学出版社出版、赵可培主编的《运筹学》一书而出版的。本书中详细解答了该书中的所有习题，同时所有的习题解答均附有原问题，这对于其他《运筹学》的学习者，也有较好的参考价值，可通过本书的学习，提高自己的学习水平。

本书出版以来，受到了广大读者的欢迎。

为适应现代科技和经济的发展变化，《运筹学》(第二版)一书已做适当修改，再版发行，本书也相应做了修订，再次配套发行，希望得到大家的欢迎。

在本书的形成过程中，吴立煦做了大量的工作，罗万钧、赵可培做了适当的增补、修订，最后由赵可培审定。

书中难免有不当和疏漏之处，敬请广大读者指正。

编者

2010 年 5 月

目　录

再版前言 …………………………………………………………（1）

第一章　线性规划 ……………………………………………………（1）

第二章　运输问题和分配问题 …………………………………………（55）

第三章　目标规划 ……………………………………………………（74）

第四章　动态规划 ……………………………………………………（92）

第五章　整数规划……………………………………………………（110）

第六章　图与网络……………………………………………………（126）

第七章　存储论………………………………………………………（146）

第八章　决策与对策论………………………………………………（164）

第九章　排队论………………………………………………………（185）

第十章　模拟…………………………………………………………（204）

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com

第一章　线性规划

1—1　某钢筋车间制作一批钢筋(直径相同)，长度为3米的90根；长度为4米的60根。已知所用的下料钢筋每根长10米，问怎样下料最省。建立此问题的线性规划模型。

解： 按题意，有以下三种下料方法：(1)截成3米的3根，余下残料为1米；(2)截成3米的2根，4米的1根，无残料；(3)截成4米的2根，余下残料为2米。

设按第(1)、(2)、(3)种方法下料的根数分别为 x_1，x_2，x_3；s_1 和 s_2 分别是满足90根和60根后的多余根数，z 为残料的总长度，则此问题的线性规划模型为：

$$\min z = x_1 + 2x_3 + 3s_1 + 4s_2$$

约束条件：

$$3x_1 + 2x_2 - s_1 = 90$$

$$x_2 + 2x_3 - s_2 = 60$$

$$x_1,\ x_2,\ x_3 \geqslant 0;\ s_1,\ s_2 \geqslant 0$$

1—2　有两个煤场A、B，每月进煤分别不少于80吨、100吨。它们担负供应三个居民区的用煤任务，这三个居民区每月需用的煤分别为55吨、75吨和50吨。A场离这三个居民区分别为10千米、5千米和6千米。B场离这三个居民区分别为4千米、8千米和15千米。问这两个煤场应如何把煤供应到三个居民点，才能使运输的吨·千米最小。

解： 设 x_{ij} 是从煤场 i 供应居民区 j 的数量($i=1$ 表示A煤场，$i=2$表示B煤场，$j=1,2,3$)，z 表示总的运输吨·千米，则此问题的线性规划模型为：

$$\min z=10x_{11}+5x_{12}+6x_{13}+4x_{21}+8x_{22}+15x_{23}$$

约束条件：

$$x_{11}+x_{12}+x_{13}\geqslant 80$$

$$x_{21}+x_{22}+x_{23}\geqslant 100$$

$$x_{11}+x_{21}=55$$

$$x_{12}+x_{22}=75$$

$$x_{13}+x_{23}=50$$

$$x_{ij}\geqslant 0\ (i=1,\ 2;\ j=1,\ 2,\ 3)$$

1—3 某钢厂的两个炼钢炉同时各用一种方法炼钢。第一种炼法每炉要用 a 小时，耗费燃料 m 元；第二种炼法每炉要用 b 小时，耗费燃料 n 元。假定这两种炼法每炉都是出钢 k 吨，现在要在 c 小时内炼出的钢不少于 d 吨，问应怎样分配这两种炼法才能使燃料费用最少。把这个问题表达成一个线性规划模型。

解： 设 x_1，x_2 分别表示用第一种和第二种炼法炼钢的炉数，z 表示燃料的总费用，则此问题的线性规划模型为：

$$\min z=mx_1+nx_2$$

约束条件：

$$ax_1\leqslant c$$

$$bx_2\leqslant c$$

$$k(x_1+x_2)\geqslant d$$

$$x_1,\ x_2\geqslant 0$$

1—4 某饭店日夜服务，一天 24 小时中所需服务员的人数如表 1.1 所示。

表 1.1

时　间	所需服务员的最少人数	时　间	所需服务员的最少人数
2～6	4	14～18	7
6～10	8	18～22	12
10～14	10	22～2	4

每个服务员每天连续工作 8 个小时。现在目标是求出满足以上条件的最少人数，把这个问题表示成一个线性规划模型。

解： 设 x_j 是在第 j 个时期初开始工作的服务员人数，z 是所需要的总人数，于是

可以把上面的问题表示成如下线性规划模型：

$$\min z = x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6$$

约束条件：

$$\begin{aligned} x_1 + x_6 &\geqslant 4 \\ x_1 + x_2 &\geqslant 8 \\ x_2 + x_3 &\geqslant 10 \\ x_3 + x_4 &\geqslant 7 \\ x_4 + x_5 &\geqslant 12 \\ x_5 + x_6 &\geqslant 4 \\ x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6 &\geqslant 0 \end{aligned}$$

1—5 假定某造纸厂接到三份订购卷纸的定单，其长和宽的要求如表 1.2 所示。

表 1.2

定单号码	宽(米)	长(米)
1	0.5	1 000
2	0.7	3 000
3	0.9	2 000

该厂生产 1 米和 2 米两种标准宽度的卷纸。假定卷纸的长度无限制，即可以连续起来达到所需要的长度，问应如何切割才能使切割损失的面积最小。设 x_{ij} 是第 i 种标准卷纸按照第 j 种方式切割的长度。说明目标函数可以写成下面的形式：

$$\min z = x_{11} + x_{12} + x_{13} + 2(x_{21} + \cdots + x_{26})$$

解：因为总的切割损失＝所使用的总面积－所需要的净面积，而所需要的净面积是个常数，它等于 0.5×1 000＋0.7×3 000＋0.9×2 000。因此，要使切割损失的面积最小，必须使所使用的面积最小。设 z 是所使用的总面积，则目标函数可写成：

$$\min z = x_{11} + x_{12} + x_{13} + 2(x_{21} + \cdots + x_{26})$$

1—6 某商店要制定明年第一季度某种商品的进货和销售计划。已知该店的仓库容量最多可储存该种商品 500 件，而今年年底有 200 件存货。该店在每月月初进货一次。已知各个月份进货和销售该种商品的单价如表 1.3 所示。

表 1.3

月　份	1	2	3
进货单价(元)	8	6	9
销售单价(元)	9	8	10

现在要确定每个月应进货和销售多少件，才能使总利润最大，把这个问题表达成一个线性规划模型。

解：设 x_i 是第 i 个月的进货件数，y_i 是第 i 个月的销货件数($i=1, 2, 3$)，z 是总利润，于是这个问题可表达为：

$$\max z=9y_1+8y_2+10y_3-8x_1-6x_2-9x_3$$

约束条件：

$$\begin{aligned}
x_1&\leqslant 500-200\\
x_1-y_1+x_2&\leqslant 500-200\\
x_1-y_1+x_2-y_2+x_3&\leqslant 500-200\\
-x_1+y_1&\leqslant 200\\
-x_1+y_1-x_2+y_2&\leqslant 200\\
-x_1+y_1-x_2+y_2-x_3+y_3&\leqslant 200\\
x_1,\ x_2,\ x_3,\ y_1,\ y_2,\ y_3&\geqslant 0
\end{aligned}$$

1－7　一种产品包含三个部件，它们是由四个车间生产的，每个车间的生产小时总数是有限的。表 1.4 中给出三个部件的生产率，目标是要确定每个车间应该把多少工时数分配到各个部件上，才能使完成的产品件数最多。把这个问题表示成一个线性规划问题。

表 1.4

车　间	生产能力(小时)	生 产 率(件数/小时)		
		部 件 1	部 件 2	部 件 3
甲	100	10	15	5
乙	150	15	10	5
丙	80	20	5	10
丁	200	10	15	20

解: 设 x_{ij} 是车间 i 在制造部件 j 上所花的小时数。z 是完成产品的件数。于是这个问题是:

$$\max z=\min\{10x_{11}+15x_{21}+20x_{31}+10x_{41},\ 15x_{12}+10x_{22}+5x_{32}+15x_{42},\ 5x_{13}+5x_{23}+10x_{33}+x_{43}\}$$

约束条件:

$$x_{11}+x_{12}+x_{13}\leqslant 100$$
$$x_{21}+x_{22}+x_{23}\leqslant 150$$
$$x_{31}+x_{32}+x_{33}\leqslant 80$$
$$x_{41}+x_{42}+x_{43}\leqslant 200$$
$$x_{ij}\geqslant 0\ (i=1,\ 2,\ 3,\ 4;\ j=1,\ 2,\ 3)$$

1—8　一个投资者打算把它的 100 000 元进行投资,有两种投资方案可供选择。第一种投资保证每 1 元投资一年后可赚 7 角钱。第二种投资保证每 1 元投资两年后可赚 2 元。但对第二种投资,投资时间必须是两年的倍数才行。为了使投资者在第三年年底赚到的钱最多,他应该怎样投资? 把这个问题表示成一个线性规划问题。

解: 设 x_{i1} 和 x_{i2} 是第一种方案和第二种方案在第 i 年年初的投资额,z 是总利润,于是这个问题是:

$$\max z=3x_{22}+1.7x_{31}$$

约束条件:

$$x_{11}+x_{12}\leqslant 100\ 000$$
$$-1.7x_{11}+x_{21}+x_{22}\leqslant 0$$
$$-3x_{12}-1.7x_{21}+x_{31}\leqslant 0$$
$$x_{i1},\ x_{i2}\geqslant 0\ (i=1,\ 2,\ 3)$$

1—9　有 A、B 两种产品,都需要经过前后两道化学反应过程。每一个单位的 A 产品需要前道过程 2 小时和后道过程 3 小时。每一个单位的 B 产品需要前道过程 3 小时和后道过程 4 小时。可供利用的前道过程时间有 16 小时,后道过程时间有 24 小时。

每生产一个单位的 B 产品的同时,会产生两个单位的副产品 C,且不需要外加任何费用。副产品 C 最多可售出 5 个单位,其余的只能加以销毁,每个单位的销毁费用是 2 元。

出售 A 产品每单位可获利 4 元,B 产品每单位可获利 10 元,而出售副产品 C 每单位可获利 3 元。

为了使获得的总利润达到最大,试建立这个问题的线性规划模型。

解: 设 x_1、x_2 和 x_3 分别是产品 A、产品 B 和副产品 C 的产量,x_4 是副产品 C 的

销毁量，z 是总利润，于是这个问题是：

$$\max z=4x_1+10x_2+3x_3-2x_4$$

约束条件：

$$\begin{aligned}-2x_2+x_3+x_4&=0\\ x_3&\leqslant 5\\ 2x_1+3x_2&\leqslant 16\\ 3x_1+4x_2&\leqslant 24\\ x_1,\ x_2,\ x_3,\ x_4&\geqslant 0\end{aligned}$$

1－10 将下列问题化成典则形式和标准形式：

(1) $\min z=2x_1+3x_2+5x_3$

约束条件：

$$\begin{aligned}x_1+x_2-x_3&\geqslant -5\\ -6x_1+7x_2-9x_3&=15\\ |19x_1-7x_2+5x_3|&\leqslant 13\\ x_1,\ x_2\geqslant 0,\ x_3\ &\text{无符号限制}\end{aligned}$$

(2) $\max z=x_1-3x_2$

约束条件：

$$\begin{aligned}-x_1+2x_2&\leqslant 5\\ x_1+3x_2&=10\\ x_1,\ x_2\ &\text{无符号限制}\end{aligned}$$

解：(1) 典则形式：令 $g=-z$，$x_3=x_3^+-x_3^-$（x_3^+，$x_3^-\geqslant 0$）

$$\max g=-2x_1-3x_2-5(x_3^+-x_3^-)$$

约束条件：

$$\begin{aligned}-x_1-x_2+(x_3^+-x_3^-)&\leqslant 5\\ -6x_1+7x_2-9(x_3^+-x_3^-)&\leqslant 15\\ 6x_1-7x_2+9(x_3^+-x_3^-)&\leqslant -15\\ 19x_1-7x_2+5(x_3^+-x_3^-)&\leqslant 13\\ -19x_1+7x_2-5(x_3^+-x_3^-)&\leqslant 13\\ x_1,\ x_2,\ x_3^+,\ x_3^-&\geqslant 0\end{aligned}$$

标准形式：令 $x_3=x_3^+-x_3^-$（x_3^+，$x_3^-\geqslant 0$）

$$\min z=2x_1+3x_2+5(x_3^+-x_3^-)$$

约束条件：

$$\begin{aligned}-x_1-x_2+(x_3^+-x_3^-)+s_1&=5\\ -6x_1+7x_2-9(x_3^+-x_3^-)&=15\\ 19x_1-7x_2+5(x_3^+-x_3^-)+s_2&=13\\ -19x_1+7x_2-5(x_3^+-x_3^-)+s_3&=13\\ x_1,\ x_2,\ x_3^+,\ x_3^-,\ s_1,\ s_2,\ s_3&\geqslant 0\end{aligned}$$

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com

(2)典则形式：令 $x_1=x_1^+-x_1^-$，$x_2=x_2^+-x_2^-$（x_1^+，x_1^-，x_2^+，$x_2^-\geqslant 0$）

$$\max z=x_1^+-x_1^--3x_2^++3x_2^-$$

约束条件：

$$-x_1^++x_1^-+2x_2^+-2x_2^-\leqslant 5$$
$$x_1^+-x_1^-+3x_2^+-3x_2^-\leqslant 10$$
$$-x_1^++x_1^--3x_2^++3x_2^-\leqslant -10$$
$$x_1^+,\ x_1^-,\ x_2^+,\ x_2^-\geqslant 0$$

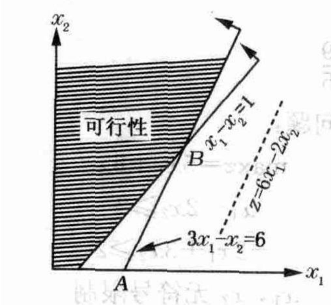
标准形式：令 $x_1=x_1^+-x_1^-$，$x_2=x_2^+-x_2^-$（x_1^+，x_1^-，x_2^+，$x_2^-\geqslant 0$）

$$\max z=x_1^+-x_1^--3x_2^++3x_2^-$$

约束条件：

$$-x_1^++x_1^-+2x_2^+-2x_2^-+s_1=5$$
$$x_1^+-x_1^-+3x_2^+-3x_2^-=10$$
$$x_1^+,\ x_1^-,\ x_2^+,\ x_2^-,\ s_1\geqslant 0$$

1—11 考虑下面的线性规划问题：



$$\max z=6x_1-2x_2$$

约束条件：

$$x_1-x_2\leqslant 1$$
$$3x_1-x_2\leqslant 6$$
$$x_1,\ x_2\geqslant 0$$

用图像说明在最优解中，变量 x_1 和 x_2 可以无限制地增加而目标函数值保持为常数。

解：目标函数所对应的直线平行于 $3x_1-x_2\leqslant 6$，因此在 AB 上的点 $B=\left(\frac{5}{2},\frac{3}{2}\right)$和点 B 上面的任何点都是最优解。但最优的基本解只有点 B，最优目标函数值 $z=12$。

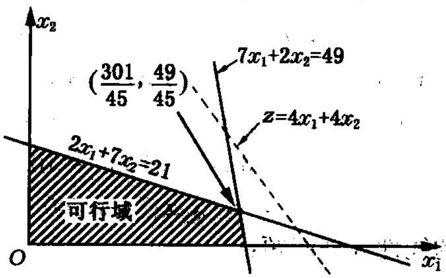
1—12 考虑下面的线性规划问题：

$$\max z=4x_1+4x_2$$

约束条件：
$$2x_1+7x_2\leqslant21$$
$$7x_1+2x_2\leqslant49$$
$$x_1,x_2\geqslant0$$

用图像法找出最优解x_1^*和x_2^*。

解：图形如下：



最优解 $x_1^*=\dfrac{301}{45}$，$x_2^*=\dfrac{49}{45}$

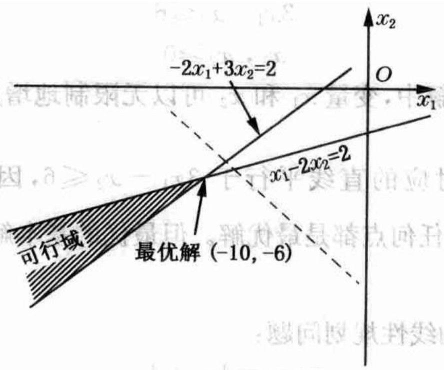
1—13 用图像法解以下问题：

$$\max z=5x_1+6x_2$$

约束条件：
$$x_1-2x_2\geqslant2$$
$$-2x_1+3x_2\geqslant2$$
$$x_1,x_2\text{ 无符号限制}$$

解：由下图可见，最优解为(−10，−6)，此时目标函数值

$$z^*=5\times(-10)+6\times(-6)=-86$$



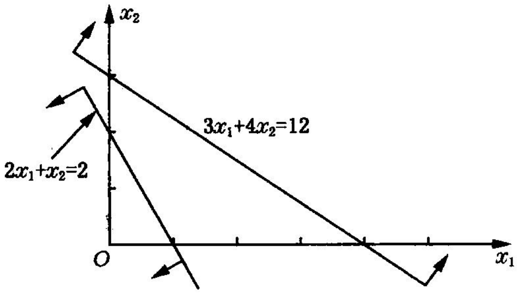
1—14 考虑下面的线性规划问题：

$$\max z=3x_1+2x_2$$

约束条件：
$$2x_1+x_2\leqslant 2$$
$$3x_1+4x_2\geqslant 12$$
$$x_1,\ x_2\geqslant 0$$

用图像表明这个问题没有可行域。对于这个问题的解可以得出什么结论？

解： 因为没有可行域，所以这个线性规划问题没有可行解。（见下图）



1—15 设有线性规划问题：

$$\max z=2x_1-4x_2+5x_3-6x_4$$

约束条件：
$$x_1+4x_2-2x_3+8x_4\leqslant 2$$
$$-x_1+2x_2+3x_3+4x_4\leqslant 1$$
$$x_1,\ x_2,\ x_3,\ x_4\geqslant 0$$

确定：（1）基本解的最大个数。

（2）可行的极点。

（3）最优基本可行解和最优目标函数值。

解： 增加松弛变量 s_1 和 s_2 后，问题如下：

$$\max z=2x_1-4x_2+5x_3-6x_4$$

约束条件：
$$x_1+4x_2-2x_3+8x_4+s_1=2$$
$$-x_1+2x_2+3x_3+4x_4+s_2=1$$
$$x_1,\ x_2,\ x_3,\ x_4,\ s_1,\ s_2\geqslant 0$$

（1）$C_6^2=\dfrac{6!}{2!\ 4!}=15$，故可能的基本解的最大个数是 15。

(2)

x_1	x_2	x_3	x_4	s_1	s_2	z	可行极点
0	0	0	0	(2)	(1)	0	(0, 0, 0, 0, 2, 1)
0	0	0	$(\frac{1}{4})$	0	(0)	$\frac{3}{2}$	$(0, 0, 0, \frac{1}{4}, 0, 0)$
0	0	0	$(\frac{1}{4})$	(0)	0		
0	0	(0)	$(\frac{1}{4})$	0	0		
(0)	0	0	$(\frac{1}{4})$	0	0		
0	0	$(\frac{1}{3})$	0	$(\frac{3}{8})$	0	$\frac{5}{3}$	$(0, 0, \frac{1}{3}, 0, \frac{3}{8}, 0)$
0	$(\frac{1}{2})$	0	0	0	(0)	2	$(0, \frac{1}{2}, 0, 0, 0, 0)$
0	$(\frac{1}{2})$	0	0	(0)	0		
0	$(\frac{1}{2})$	(0)	0	0	0		
(0)	$(\frac{1}{2})$	0	0	0	0		
(2)	0	0	0	0	(3)	4	(2, 0, 0, 0, 0, 3)
(8)	0	(3)	0	0	0	31	(8, 0, 3, 0, 0, 0)
0	0	(−1)	0	0	(4)		不可行
(−1)	0	0	0	(3)	0		不可行
0	—	0	—	0	0		不存在

注：表中括号内的数字是基变量的取值。

(3) 由上表可知，最优基本可行解是(8, 0, 3, 0, 0, 0)。

最优目标函数值 $z=31$。

1—16 表 1.5 是某一个单纯形迭代的表格：

表 1.5

基	z	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	解
z	1	0	−5	0	4	−1	−10	0	0	620
x_8	0	0	3	0	−2	−3	−1	5	1	12
x_3	0	0	2	1	3	1	0	3	0	6
x_1	0	1	−1	0	0	6	−4	0	0	0

(1) 如果调入变量是(Ⅰ) x_2、(Ⅱ) x_4、(Ⅲ) x_5、(Ⅳ) x_6、(Ⅴ) x_7 时，确定调出变量。

(2) 对(1)的每一种情况，确定目标函数值的增加或减少数。

解：先计算比率：

基变量	比率				
	x_2	x_4	x_5	x_6	x_7
x_8	12/3	—	—	—	12/5
x_3	(6/2)	(6/3)	6/1	—	(6/3)
x_1	—	—	(0/6)	—	—

由上表可知：

调入变量	x_2	x_4	x_5	x_6	x_7
调入变量的取值	3	2	0	∞	2
z 的增减数	3×5=15	2×(−4)=−8	0×1=0	+∞	2×0=0
调出变量	x_3	x_3	x_1	无	x_3

1—17 用单纯形法解习题 1—15。

解：

	基	z	x_1	x_2	x_3	x_4	s_1	s_2	解
0	z	1	−2	4	−5	6	0	0	0
	s_1	0	1	4	−2	8	1	0	2
	s_2	0	−1	2	$\boxed{3}$	4	0	1	1
Ⅰ	z	1	−11/3	22/3	0	38/3	0	5/3	5/3
	s_1	0	$\boxed{1/3}$	16/3	0	32/3	1	2/3	8/3
	x_3	0	−1/3	2/3	1	4/3	0	1/3	1/3
Ⅱ	z	1	0	66	0	130	11	9	31
	x_1	0	1	16	0	32	3	2	8
	x_3	0	0	6	1	12	1	1	3

最优解是 $x_1^*=8$，$x_3^*=3$，最优目标函数值 $z=31$。

1—18 用单纯形法解习题 1—12。

解：

	基	z	x_1	x_2	s_1	s_2	解
0	z	①	-4	-4	0	0	0
	s_1	0	2	7	①	0	21
	s_2	0	7	2	0	①	49
Ⅰ	z	①	0	$-20/7$	0	4/7	28
	s_1	0	0	45/7	①	$-2/7$	7
	x_1	0	①	2/7	0	1/7	7
Ⅱ	z	①	0	0	4/9	4/9	280/9
	x_2	0	0	①	7/45	$-2/45$	49/45
	x_1	0	①	0	$-2/45$	7/45	301/45

最优解是 $x_1^*=\frac{301}{45}$，$x_2^*=\frac{49}{45}$，最优目标函数值 $z=\frac{280}{9}$。

1—19 用单纯形法解下列问题：

(1) $\max z=2x_1+x_2-3x_3+5x_4$

约束条件：

$$\begin{aligned} x_1+7x_2+3x_3+7x_4&\leqslant 46\\ 3x_1-x_2+x_3+2x_4&\leqslant 8\\ 2x_1+3x_2-x_3+x_4&\leqslant 10\\ x_1,\ x_2,\ x_3,\ x_4&\geqslant 0 \end{aligned}$$

(2) $\min z=x_1-3x_2-2x_3$

约束条件：

$$\begin{aligned} 3x_1-x_2+2x_3&\leqslant 7\\ -2x_1+4x_2&\leqslant 12\\ -4x_1+3x_2+8x_3&\leqslant 10\\ x_1,\ x_2,\ x_3&\geqslant 0 \end{aligned}$$

解：(1)

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com