普通高等教育“十一五”国家级规划教材配套参考书

物理学(第5版)

阅读与解题指导

严导淦　主编
严导淦　吴於人　修订

高等教育出版社

普通高等教育“十一五”国家级规划教材配套参考书

物理学(第5版)

阅读与解题指导

Wulixue Yuedu yu Jieti Zhidao

高等教育出版社 · 北京
HIGHER EDUCATION PRESS BEIJING

内容简介

本书是与严导淦等编著的高等学校教材《物理学》(第5版)相配套的一本教学辅导用书，教学内容满足现行的《理工科类大学物理课程教学基本要求》(2008年版)。全书按教材章节顺序编写，每章一般由“教学要求”、“阅读引导”、“教学参考资料”、“自测题和问题选解”以及“习题解答”五个部分组成。“教学要求”旨在明确教学目标；“阅读引导”帮助读者梳理知识点，形成完整的知识体系；“教学参考资料”用于拓宽读者知识面，加深对知识点的理解；“自测题和问题选解”引导读者熟悉知识点，并由浅入深地了解解题过程；“习题解答”帮助读者更好地掌握教材内容，增强解题能力。

本书可作为全日制普通高等学校非物理类专业师生平时阅读、习题课、课堂讨论课或考试复习的教学用书，亦可供高等教育自学考试、远程教育、夜大、高等职业技术学院的师生在教学中参考。

图书在版编目(CIP)数据

物理学(第5版)阅读与解题指导/严导淦主编.—北京:高等教育出版社,2010.5

ISBN 978-7-04-029189-6

Ⅰ.①物… Ⅱ.①严… Ⅲ.①物理学-高等学校-教学参考资料 Ⅳ.①O4

中国版本图书馆CIP数据核字(2010)第028812号

策划编辑 马天魁 **责任编辑** 缪可可 **封面设计** 李卫青
责任绘图 尹　莉 **版式设计** 余　杨 **责任校对** 王　超
责任印制 陈伟光

出版发行	高等教育出版社	购书热线	010-58581118
社　　址	北京市西城区德外大街4号	咨询电话	400-810-0598
邮政编码	100120	网　　址	http://www.hep.edu.cn
			http://www.hep.com.cn
		网上订购	http://www.landraco.com
经　　销	蓝色畅想图书发行有限公司		http://www.landraco.com.cn
印　　刷	北京市白帆印务有限公司	畅想教育	http://www.widedu.com
开　　本	787×960　1/16	版　　次	2010年5月第1版
印　　张	18.75	印　　次	2010年5月第1次印刷
字　　数	350 000	定　　价	27.60元

物料号　29189-00

前　言

严导淦等编著的《物理学》（第 5 版）是为全日制普通大学工科院校的本科大学物理课程撰写的一本教材（以下简称“教材”），亦可兼作函授、网络、高等教育自学考试等远程教育和夜大学、高等职业技术学院、业余大学的教学和参考用书。本书是配合这本教材的教学辅导书。

本书的编写主旨是：引导学生在教学的过程中提高阅读效果和增强解题能力，以便能更好地掌握教材的内容。

本书配合教材第 5 版的内容，每章一般设置“教学要求”、“阅读引导”、“教学参考资料”、“自测题和问题选解”和“习题解答”五个部分。

上述每部分的编写意图如下：首先，在“教学要求”中，明确指出本章应掌握、理解或了解的内容，便于读者在阅读教材前分清内容的主次。继而在“阅读引导”中以框图形式引领读者简明而系统地把握全章主要内容，便于读者在阅读教材过程中统揽全局。至于本章教材中有些需要推导、论证或补充的内容，则在“教学参考资料”中择要论述，这样既可避免在教材的论述中喧宾夺主，也有助于深化所学内容和扩大科学视野。在“自测题和问题选解”与“习题解答”中，要求读者首先在钻研教材的基础上，运用有关的物理概念和定律去揣摩和参考教材中列举的例题，从中探索正确的解题思路，去独立求解问题或习题；仅当在求解过程中难以为继时，再去参考这些问题和习题的解答。本书的“自测题和问题选解”与“习题解答”中题目的求解方法不是唯一的，本书不能一一尽述诸多方法，甚至可能有错漏之处，仅供读者参考。

本书在编写过程中，曾深受哈尔滨工业大学唐光裕教授的关注和教益，并屡获华东师范大学物理系彭德应、同济大学物理教研室陆汝杰两位高级工程师和策划编辑马天魁、责任编辑缪可可等多方面的臂助，在此一并表示深切的谢意。

由于成书匆促，恐多舛误和欠当，恳请读者不吝赐正。

编者

2009 年 7 月 26 日　仲夏夜

目　录

第1章

质点运动学

1.1 教学要求

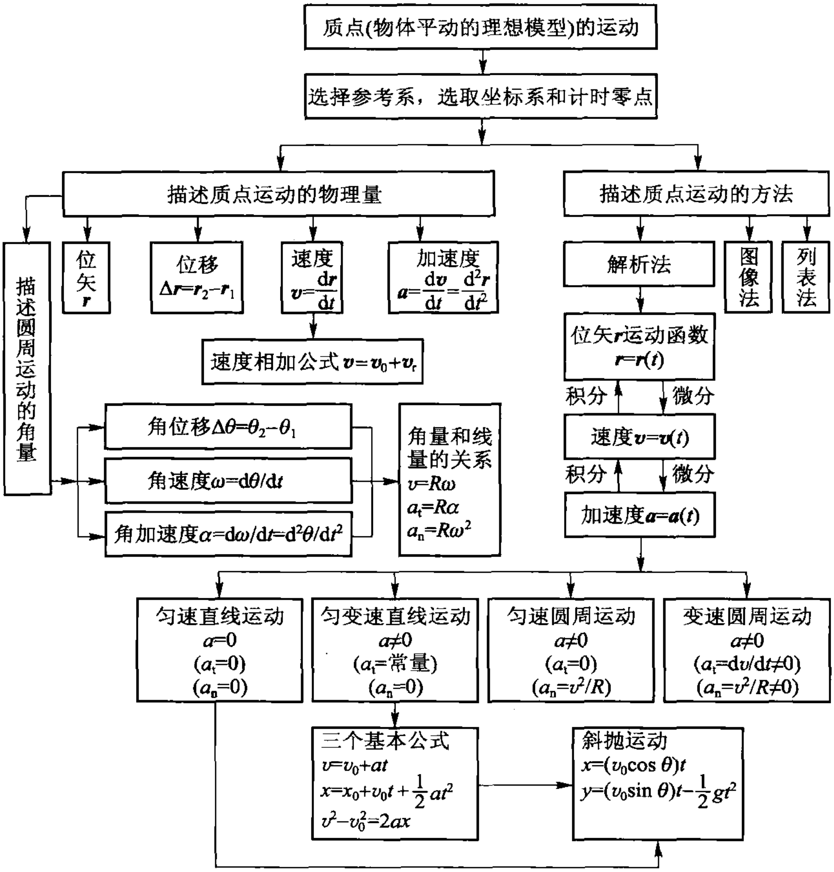
1. 了解质点、参考系、坐标系、时刻和时间等物理概念.

2. 掌握位矢、位移、速度和加速度等描述运动及其变化的一些物理量的定义和性质(相对性、矢量性、瞬时性),并能借助直角坐标系和自然坐标系计算质点做平面运动时的上述这些物理量.

3. 掌握并会运用直线运动、抛体运动和圆周运动的基本规律;能运用 $x-t$、$v-t$、$a-t$ 图像讨论直线运动;理解圆周运动中角量与线量的关系.

4. 理解速度相加公式及其适用条件,并会求解简单的相对运动问题.

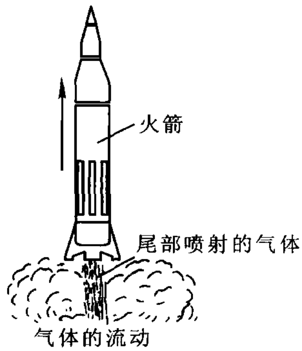
1.2 阅读引导


质点(物体平动的理想模型)的运动
选择参考系，选取坐标系和计时零点
描述质点运动的物理量
描述质点运动的方法
描述圆周运动的角量
位矢 $\boldsymbol{r}$
位移 $\Delta\boldsymbol{r}=\boldsymbol{r}_2-\boldsymbol{r}_1$
速度 $\boldsymbol{v}=\frac{d\boldsymbol{r}}{dt}$
加速度 $\boldsymbol{a}=\frac{d\boldsymbol{v}}{dt}=\frac{d^2\boldsymbol{r}}{dt^2}$
速度相加公式 $\boldsymbol{v}=\boldsymbol{v}_0+\boldsymbol{v}_r$
角位移 $\Delta\theta=\theta_2-\theta_1$
角速度 $\omega=d\theta/dt$
角加速度 $\alpha=d\omega/dt=d^2\theta/dt^2$
角量和线量的关系 $v=R\omega$ $a_t=R\alpha$ $a_n=R\omega^2$
解析法
图像法
列表法
位矢 $\boldsymbol{r}$ 运动函数 $\boldsymbol{r}=\boldsymbol{r}(t)$
积分
微分
速度 $\boldsymbol{v}=\boldsymbol{v}(t)$
积分
微分
加速度 $\boldsymbol{a}=\boldsymbol{a}(t)$
匀速直线运动 $a=0$ $(a_t=0)$ $(a_n=0)$
匀变速直线运动 $a\neq0$ $(a_t=$常量$)$ $(a_n=0)$
匀速圆周运动 $a\neq0$ $(a_t=0)$ $(a_n=v^2/R)$
变速圆周运动 $a\neq0$ $(a_t=dv/dt\neq0)$ $(a_n=v^2/R\neq0)$
三个基本公式 $v=v_0+at$ $x=x_0+v_0t+\frac{1}{2}at^2$ $v^2-v_0^2=2ax$
斜抛运动 $x=(v_0\cos\theta)t$ $y=(v_0\sin\theta)t-\frac{1}{2}gt^2$

1.3 问题选解

问题 1-1 何谓质点？如图所示，火箭发射后，在研究它的运行轨道时，能否把它视为质点？倘若研究它在穿越大气层时所受的阻力和飞行特性时，能否把它视为质点？

答 火箭发射后，由于其本身大小远小于它沿轨道运行的距离，故可将火箭视为质点. 若研究火箭在大气层中运行时，它所受的空气阻力与飞行特性在同样速率的情况下，将明显地取决于其形状和大小等诸多因素，这时就不能把火箭视为质点.

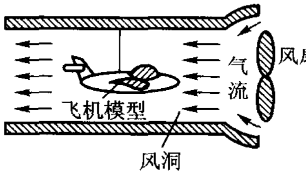


问题 1-1 图

问题 1-2 (1) 如图所示，为了测定飞机的飞行性能，常需把所设计的飞机按有关原理制作成实物模型，安置在风洞中进行实验. 飞机模型相对于风洞及地面是静止的. 在风扇驱动的高速气流通过风洞的同时，试问飞机模型相对于哪个参考系在做高速飞行？

(2) 在电影《闪闪的红星》插曲中有两句歌词："小小竹排江中游，巍巍青山两岸走."你对此是如何理解的？

答 (1) 当以通过风洞的高速气流为参考系时，即假想观察者立足于气流、高速地伴同气流向左飞行时，则将看到飞机模型相对于高速气流向右做高速飞行.



问题 1-2 图 飞机的风洞实验

(2) 由于潘冬子唱歌时站在漂流于江中的竹排上，也就是他以竹排为参考系，因而他看到两岸的青山相对于竹排在移动.

问题 1-5 (2) 设在湖面上的坐标系 Oxy 中，小艇的运动函数为 $\boldsymbol{r} = (2t)\boldsymbol{i} + (3 - 8t^2)\boldsymbol{j}$ (SI 单位)，求轨道方程.

答 由题设，小艇的运动函数为 $\boldsymbol{r} = (2t)\boldsymbol{i} + (3 - 8t^2)\boldsymbol{j}$ (SI 单位)，则

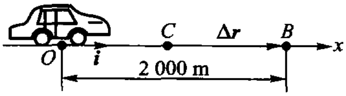
$$x = 2t, \quad y = (3 - 8t^2) \quad (\text{SI 单位})$$

消去参量 t，得

$$y = 3 - 2x^2 \quad (\text{SI 单位})$$

即小艇在湖面沿抛物线轨道运动.

问题 1-6 (2) 如图所示，若汽车沿平直公路(Ox 轴)从 O 点出发行驶了 2 000 m到达 B 点，又折回到 OB 的中点 C，求汽车的路程和位移.



问题 1-6(2)图

答 汽车的路程为

$$s = OB + BC = 2\,000\ \mathrm{m} + \frac{2\,000}{2}\ \mathrm{m} = 3\,000\ \mathrm{m}$$

汽车的位移为

$$\Delta \boldsymbol{r} = \overrightarrow{OC} = \left(\frac{2\,000}{2}\ \mathrm{m}\right)\boldsymbol{i} = (1\,000\ \mathrm{m})\boldsymbol{i}$$

问题 1－7 (3) 设一质点做平面曲线运动，其瞬时速度为 $\boldsymbol{v}$，瞬时速率为 v，平均速度为 $\overline{\boldsymbol{v}}$，平均速率为 $\overline{v}$. 试问它们之间的下列四种关系中哪一种是正确的?

(A) $|\boldsymbol{v}| = v$, $|\overline{\boldsymbol{v}}| = \overline{v}$; (B) $|\boldsymbol{v}| \neq v$, $|\overline{\boldsymbol{v}}| = \overline{v}$;

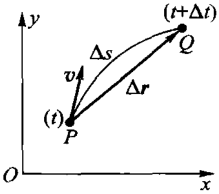
(C) $|\boldsymbol{v}| = v$, $|\overline{\boldsymbol{v}}| \neq \overline{v}$; (D) $|\boldsymbol{v}| \neq v$, $|\overline{\boldsymbol{v}}| \neq \overline{v}$.

答 按定义，有

$$|\boldsymbol{v}| = (v_x^2 + v_y^2)^{1/2} = [(\mathrm{d}x/\mathrm{d}t)^2 + (\mathrm{d}y/\mathrm{d}t)^2]^{1/2}$$

$$v = \frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t} = \left(\frac{1}{\mathrm{d}t}\right)[(\mathrm{d}x)^2 + (\mathrm{d}y)^2]^{1/2} = \left[\left(\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\right)^2 + \left(\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}\right)^2\right]^{1/2}$$

$$|\overline{\boldsymbol{v}}| = \left|\frac{\Delta \boldsymbol{r}}{\Delta t}\right| = \frac{1}{\Delta t}[(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2]^{1/2} = \left[\left(\frac{\Delta x}{\Delta t}\right)^2 + \left(\frac{\Delta y}{\Delta t}\right)^2\right]^{1/2} \neq \frac{\Delta s}{\Delta t} = \overline{v}$$

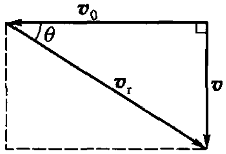


问题 1－7(3)图

所以 $|\boldsymbol{v}| = v$, $|\overline{\boldsymbol{v}}| \neq \overline{v}$. 应选(C).

问题 1－8 (3) 天下雨时，地面上的人看到雨滴竖直下落，而在向西行驶的火车中的乘客为什么看到雨点是向后倾斜洒落在车窗上的?

答 以地面为基本参考系，观察到雨滴竖直下落的速度 $\boldsymbol{v}$ 为绝对速度；以火车为运动参考系，设它沿水平轨道向西运动，其速度 $\boldsymbol{v}_0$ 为牵连速度，则坐在车中的人观察到雨点相对于火车的速度，即为相对速度 $\boldsymbol{v}_r$，按速度合成定理的表达式



问题 1－8(3)图

$$\boldsymbol{v} = \boldsymbol{v}_0 + \boldsymbol{v}_r$$

作矢量图，如图所示. 可见雨滴是向后以倾斜角 $\theta = \arctan\dfrac{v}{v_0}$ 洒落在车窗上的.

问题 1－12 (1) 直线运动的位置、速度和加速度的大小和方向是如何规定的? (2) 在某一时刻，物体的速度为零，加速度是否一定为零? 加速度为零，速度是否一定为零? 速度很大，加速度是否一定很大? 加速度很大，速度是否一定

很大？试举例说明.（3）物体在静止和做匀速直线运动时，它们的速度和加速度各为多大？

答 （1）质点做直线运动时，可取与质点的直线轨道相重合的坐标轴 Ox，O 为直线上任意取定的一个原点，并规定 Ox 轴的正方向，则质点的位置可用坐标 x 表示，速度为 $v = \mathrm{d}x/\mathrm{d}t$，加速度为 $a = \mathrm{d}v/\mathrm{d}t = \mathrm{d}^2x/\mathrm{d}t^2$，它们都可用标量的正负来表示其方向.

（2）若某一时刻的物体速度 $v = 0$，其加速度 $a = \mathrm{d}v/\mathrm{d}t$ 不一定为零. 例如，竖直上抛的物体到达最高点时，$v = 0$，但 $a = g \neq 0$（a 的方向竖直向下）.

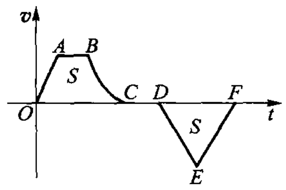
若加速度为零，即 $a = \mathrm{d}v/\mathrm{d}t = 0$，则 v 为常量，即 v 不一定为零. 若 $v \neq 0$，物体做匀速直线运动；若 $v = 0$，物体保持静止.

若物体的速度 v 很大，它的变化率 $\mathrm{d}v/\mathrm{d}t$ 不见得很大. 例如，一物体高速运动时，如果运动过程中 v 改变很小，接近于匀速运动情况，则其加速度 a 是很小的.

若物体的加速度 a 很大，速度 v 不一定很大. 例如，一个做初速为零的匀加速直线运动的物体，由 $v = at$ 可知，即使它有很大的加速度，但如果运动的时间很短，则 v 不一定很大，只有当运动的时间足够长，它的速度才能达到很大的值.

（3）物体在静止时，速度 $v = 0$，加速度 $a = 0$. 物体做匀速直线运动时，速度 v 为常量，加速度 $a = 0$.

问题 1－13 一汽车沿平直道路行驶的运动过程如 $v-t$ 图中的图线 $OABCDEF$ 所示，其中，AB 段平行于 Ot 轴，BC 为一曲线段，CD 与 Ot 轴重合，且曲边梯形 $OABC$ 与三角形 DEF 二者面积均等于 S.（1）分别指出在 OC 及 CF 的两段时间内，汽车运动的方向和加速度的方向有无变化.（2）线段 OA、AB、BC、CD 和 DE 各表示什么运动？（3）根据所给的 $v-t$ 图求汽车经历的路程和位移.



问题 1－13 图

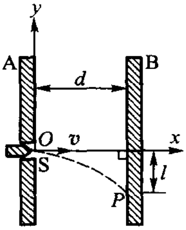
解 （1）在 OC 时段内：$v > 0$，汽车运动的方向不变，但加速度的方向在变化. 在过程 OA 中，$a > 0$（匀加速），$\boldsymbol{v}$、$\boldsymbol{a}$ 同向；在过程 AB 中 $a = 0$，做匀速运动；在过程 BC 中，$a < 0$（变减速），$\boldsymbol{v}$、$\boldsymbol{a}$ 反向.

在 CF 时段内：过程 CD 中，$\boldsymbol{v} = 0$，汽车静止；过程 DE 中，$v < 0$，$a < 0$（汽车沿反方向做匀加速运动），$\boldsymbol{v}$、$\boldsymbol{a}$ 同向；过程 EF 中，$v < 0$，$a > 0$（匀减速运动），$\boldsymbol{v}$、$\boldsymbol{a}$ 反向.

（2）如上所述.

（3）已知曲边梯形 $OABC$ 和三角形 DEF 的面积相等，但一正一负，可得整个行程中所经历的路程 $s = 2S$；位移为零.

问题 1－14　(2) 利用图示的装置可测量子弹的速度. A、B 为两块竖直的平行板,相距为 d. 使子弹水平地穿过 A 板上的小孔 S 后,射击于 B 板上. 若测得小孔 S 与 B 板上着弹点 P 之间的竖直距离 l,便可测得子弹射入小孔 S 时的速度 v. 为什么?



问题 1－14(2)图

解　取入射孔 S 为原点 O 的直角坐标系 Oxy,如图所示,则由平抛运动的轨道方程,有

$$y=-\frac{1}{2}\left(\frac{g}{v^2}\right)x^2$$

以 $y=-l, x=d$ 代入,得子弹的速度大小为

$$v=\sqrt{\frac{gd^2}{2l}}$$

方向沿水平的 Ox 轴正向.

因而,测定 l 的值,就可算出子弹的速度大小.

问题 1－16　北京正负电子对撞机的储存环,其周长为 240 m,电子沿环以非常接近于光速($3\times10^8\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$)的速率运行. 试估算电子的向心加速度是重力加速度的多少倍?

解　已知重力加速度为 g. 设储存环的半径为 R,周长为 l,则 $l=2\pi R$,即 $R=\dfrac{l}{2\pi}$;又因向心加速度 $a_n=\dfrac{v^2}{R}$,则按题设数据,可计算出

$$\frac{a_n}{g}=\frac{v^2}{Rg}=\frac{2\pi v^2}{lg}=\frac{2\pi\times(3\times10^8)^2}{240\times9.8}=\frac{56.52\times10^{16}}{2\,352}\approx2.4\times10^{14}$$

问题 1－17　一质点从静止开始,以大小不变的切向加速度 a_t 沿半径为 R 的圆周运动. 求证:运动开始后,经时间 $t=\sqrt{\dfrac{R}{a_t}}$,法向加速度与切向加速度的大小相等.

证　按切向加速度定义 $a_t=\dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}$,由题设 a_t 为常量,且 $t=0$ 时,$v=0$,则

$$v=a_t t \tag{a}$$

因 $a_n=a_t, a_n=\dfrac{v^2}{R}$,将式ⓐ代入,有 $\dfrac{(a_t t)^2}{R}=a_t$,化简得

$$t=\sqrt{\frac{R}{a_t}} \tag{b}$$

问题 1－18　根据例题 1－10 已求得的结果,不难看出,在时刻 $t=v_0/b$,$a_n=0$. 试问这意味着什么? 又当 $t>v_0/b$ 时,速度 $\boldsymbol{v}$ 将如何变化?

答　在本例中,质点在做圆周运动,其速率为

$$v=v_0-bt$$

加速度的法向分量和切向分量分别为

$$a_n = \frac{(v_0 - bt)^2}{R}, \qquad a_t = \frac{dv}{dt} = \frac{d}{dt}(v_0 - bt) = -b$$

因而当 $t = v_0/b$ 时，$v = 0$，$a_n = 0$，$a_t = -b \neq 0$，这时，质点在该时刻保持瞬时静止，有沿圆周切向以加速度 $a = a_t = -b$ 做匀变速直线运动脱离圆周飞出的趋势.

当 $t > v_0/b$ 时，$v < 0$，质点将沿原圆周轨道做反方向的变速圆周运动.

1.4 习 题 解 答

1-1 0；$2R\sin\left(\frac{\Delta\theta}{2}\right)$；$R\Delta\theta$；$\left(2R\sin\frac{\Delta\theta}{2}\right)\Big/\Delta t$；$\frac{R\Delta\theta}{\Delta t}$；$\frac{\Delta\theta}{\Delta t}$.

1-2 $5\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$；$(1\ \mathrm{m\cdot s^{-2}})\boldsymbol{j}$.

1-3 $a_1 = v\frac{dv}{dx} = (15.5\ \mathrm{cm\cdot s^{-1}})[(15.5\ \mathrm{cm\cdot s^{-1}} - 0)/(3\ \mathrm{cm} - 8.5\ \mathrm{cm})] = -55.69\ \mathrm{cm\cdot s^{-2}}$；$a_2 = -29.4\ \mathrm{cm\cdot s^{-2}}$.

1-4 $\left(\frac{1}{\omega_0} - \frac{1}{\omega}\right)\Big/3$.

1-5 (D).

1-6 (B).

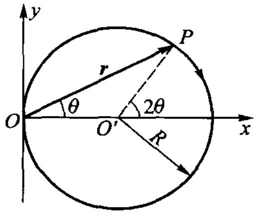
1-7 (B).

1-8 (A).

1-9 如图所示，一小车从 O 点出发，沿圆心为 O'、半径为 $R = 20$ m 的圆周轨道快慢均匀地循时针转向运动，每经 16 s 回到 O 点. 在轨道平面上取图示的直角坐标系 Oxy，设任一时刻 t，小车位于 P 点，其位矢 $\boldsymbol{r}$ 与 Ox 轴成 θ 角. 求：(1) 小车的轨道方程；(2) 小车在第 4 s 到第 8 s 这段时间内的位移 $\Delta\boldsymbol{r}$.

解 设任一时刻 t，小车位于 P 点，其位矢为 $\boldsymbol{r}$，$\boldsymbol{r}$ 与 x 轴的夹角为 θ，连接 OP，则在图示的坐标系 Oxy 中，相应的位置坐标为

$$\left.\begin{aligned} x &= R(1+\cos 2\theta) \\ y &= R\sin 2\theta \end{aligned}\right\} \qquad ⓐ$$



习题 1-9 图

(1) 已知 $R = 20$ m，从式ⓐ消去参数 2θ，得小车运动的轨道方程：

$$x^2 + y^2 = 40x \quad (\text{SI 单位}) \qquad ⓑ$$

(2) 当 $t = 4$ s 时，$\theta = +\pi/4$，小车位于 P_1 点，则由式ⓐ，得 $x = 20$ m，$y = 20$ m，相应的位矢为

$$\boldsymbol{r}_1 = (20\ \mathrm{m})\boldsymbol{i} + (20\ \mathrm{m})\boldsymbol{j}$$

当 $t = 8\ \mathrm{s}$ 时，$\theta = 0°$，小车位于 P_2 点，由式ⓐ得 $x = 40\ \mathrm{m}, y = 0$，相应的位矢为

$$\boldsymbol{r}_1' = (40\ \mathrm{m})\boldsymbol{i}$$

故小车在 $\Delta t = 4\ \mathrm{s}$ 内的位移为

$$\Delta \boldsymbol{r}_1 = \boldsymbol{r}_1' - \boldsymbol{r}_1 = (40\ \mathrm{m})\boldsymbol{i} - [(20\ \mathrm{m})\boldsymbol{i} + (20\ \mathrm{m})\boldsymbol{j}] = (20\ \mathrm{m})\boldsymbol{i} + (-20\ \mathrm{m})\boldsymbol{j}$$

1-10　已知质点在平面直角坐标系 Oxy 中的运动函数为 $\boldsymbol{r}(t) = 2t\boldsymbol{i} + (2 - t^2)\boldsymbol{j}$　(SI 单位). 求质点的轨道方程和 $t = 1\ \mathrm{s}$ 时的速度和加速度.

解　已知质点的运动函数为

$$\boldsymbol{r}(t) = 2t\boldsymbol{i} + (2 - t^2)\boldsymbol{j}$$

则位置坐标为

$$x = 2t,\quad y = 2 - t^2 \tag{ⓐ}$$

速度为

$$\boldsymbol{v} = \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t} = 2\boldsymbol{i} - 2t\boldsymbol{j} \tag{ⓑ}$$

加速度为

$$\boldsymbol{a} = \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t} = -2\boldsymbol{j} \tag{ⓒ}$$

由式ⓐ的两式中消去时间 t，得质点运动的轨道方程为

$$y = 2 - \frac{x^2}{4}\qquad (\text{SI 单位})$$

这是一条以 Oy 轴为对称轴、开口向下的抛物线.

当 $t = 1\ \mathrm{s}$ 时，代入式ⓑ，质点的速度大小为

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{2^2 + (-2 \times 1)^2}\ \mathrm{m \cdot s^{-1}} = 2\sqrt{2}\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$$

其方向为

$$\gamma = \arctan\frac{v_y}{v_x} = \arctan\frac{-2}{2} = -45°$$

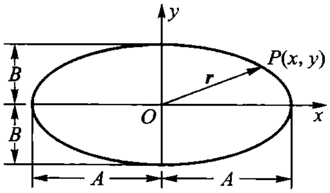
由式ⓒ，质点的加速度大小为

$$a = |\boldsymbol{a}| = |-2\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}| = 2\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$$

其方向为

$$\beta = \arctan\frac{a_y}{a_x} = \arctan\frac{-2}{0} = -\frac{\pi}{2}$$

1-11　一卫星在其运动平面 Oxy 内的运动函数为 $\boldsymbol{r} = (A\cos\omega t)\boldsymbol{i} + (B\sin\omega t)\boldsymbol{j}$. 式中，$A$、$B$、$\omega$ 均为常量. 求证：(1) 其轨道方程为一椭圆；(2) 加速度指向原点，且与相对于原点 O 的位矢在量值上成正比.



习题 1-11 图

证　(2) 由题设卫星的运动函数为

$$\boldsymbol{r} = (A\cos\omega t)\boldsymbol{i} + (B\sin\omega t)\boldsymbol{j}$$

其速度为

$$\boldsymbol{v} = \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t} = (-A\omega\sin\omega t)\boldsymbol{i} + (B\omega\cos\omega t)\boldsymbol{j}$$

加速度为

$$\boldsymbol{a} = \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t} = (-A\omega^2\cos\omega t)\boldsymbol{i} + (-B\omega^2\sin\omega t)\boldsymbol{j}$$

$$=-\omega^2(A\cos\omega t)\boldsymbol{i}-\omega^2(B\sin\omega t)\boldsymbol{j}$$

即
$$\boldsymbol{a}=-\omega^2\boldsymbol{r}$$

由上式的负号表明，$\boldsymbol{a}$ 的方向恒与位矢 $\boldsymbol{r}$ 的方向相反，即 $\boldsymbol{a}$ 恒指向椭圆的中心(原点)O；又因 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{r}$ 共线，其量值 $|\boldsymbol{a}|\propto|\boldsymbol{r}|$，即在量值上，$\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{r}$ 成正比.

1-12 一小球在直角坐标系 Oxy 中沿抛物线轨道 $y=x^2$ (SI 单位)运动，在任意时刻 $v_x=3\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$，求质点在相应于 $x=\dfrac{2}{3}$ m 处的速度大小.

解 已知小球在平面直角坐标系 Oxy 中的轨道方程为

$$y=x^2$$

将上式两边对时间 t 求导，有

$$\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}=2x\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}$$

即
$$v_y=2xv_x$$

代入题设数据，得 $\quad v_y=2\times\dfrac{2}{3}\times3\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}=4\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$

于是，所求速度的大小为

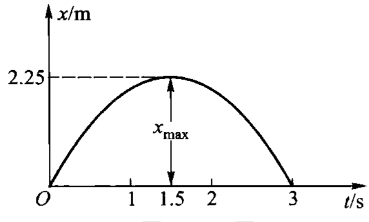
$$v=\sqrt{v_x^2+v_y^2}=\sqrt{3^2+4^2}\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}=5\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$$

1-13 一乘客坐在以速度 $v_1=40\ \mathrm{km\cdot h^{-1}}$ 行驶于平直轨道上的火车车厢里，看到与之平行的轨道上迎面开来的列车从这位乘客的身边驶过. 已知列车长为 150 m，速度为 $v_2=35\ \mathrm{km\cdot h^{-1}}$. 求此乘客看到列车经过他身旁的时间有多长?

解 列车相对于乘客的速度为 $v=v_1+v_2$，通过乘客身旁的列车之长为 l，则由 $l=vt$，由题设数据，可算出列车经过乘客身旁的时间为

$$t=\frac{l}{v}=\frac{l}{v_1+v_2}=\frac{150}{(40+35)\times10^3/3\,600}\ \mathrm{s}=7.2\ \mathrm{s}$$

1-14 一质点沿 Ox 轴做直线运动，其运动函数为 $x=3t-t^2$ (SI 单位). (1) 绘出 $x-t$ 图，并由此图求质点在第 2 s 内的位移和路程；(2) 分别求 $t=1$ s，1.5 s，2 s 时的速度.



习题 1-14 图

解 (1) 由 $x=3t-t^2$ 可算出质点在 $t=0$，1 s，2 s，3 s 的位置分别为 $x_0=3\times0-0^2=0$，$x_1=(3\times1-1^2)\ \mathrm{m}=2\ \mathrm{m}$，$x_2=(3\times2-2^2)\ \mathrm{m}=2\ \mathrm{m}$，$x_3=0$. 又由 $v=\mathrm{d}x/\mathrm{d}t=3-2t=0$，表明质点在 $t=3/2$ s 时将达到最远端而折回，这时，$v=0$，$x_{max}=[3\times(3/2)-(3/2)^2]\ \mathrm{m}=2.25$ m.

根据上述结果，可绘出 $x-t$ 图线(见图)，并算出在第 2 s 内的位移 Δx 和路