

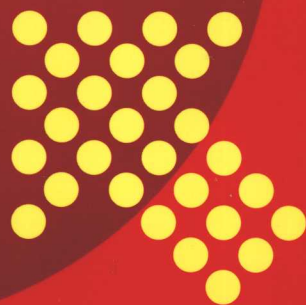
21世纪高等学校规划教材



ZIDONG KONGZHI YUANLI

自动控制原理

张利辉 李 静 杨锡运 编



中国电力出版社

<http://jc.cepp.com.cn>

TP13/267

2009

21世纪高等学校规划教材

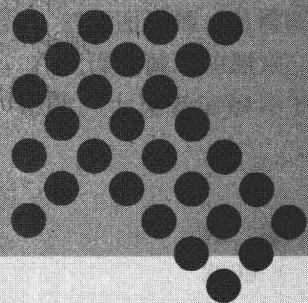


ZIDONG KONGZHI YUANLI

自动控制原理

张利辉 李 静 杨锡运 编

刘 胜 主审



中国电力出版社

<http://jc.cepp.com.cn>

内 容 提 要

本书为 21 世纪高等学校规划教材。

本书主要阐述了自动控制理论古典部分的基本理论。全书共分 7 章，主要内容
包括自动控制的基本概念、控制系统的数学模型、线性系统的时域分析法、线性系
统的根轨迹法、线性系统的频域分析法、线性系统的校正设计、离散控制系统的分
析和校正。本书在论述中注重基本概念、基本原理和基本分析方法，突出工程应用
方法。

本书可作为高等院校电气信息类等专业的本科生教材，也可作为高职高专和函
授教材，同时可供从事自动控制科研工作的工程技术人员自学和参考。

图书在版编目 (CIP) 数据

自动控制原理/张利辉, 李静, 杨锡运编. —北京: 中国
电力出版社, 2009

21 世纪高等学校规划教材

ISBN 978 - 7 - 5083 - 9754 - 2

I. ①自… II. ①张…②李…③杨… III. ①自动控制
理论—高等学校—教材 IV. ①TP13

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2009) 第 212698 号

中国电力出版社出版、发行

(北京三里河路 6 号 100044 <http://jc.cepp.com.cn>)

汇鑫印务有限公司印刷

各地新华书店经售

*

2009 年 12 月第 1 版 2009 年 12 月北京第一次印刷

787 毫米×1092 毫米 16 开本 12.75 印张 307 千字

定价 20.50 元

敬告读者

本书封面贴有防伪标签, 加热后中心图案消失

本书如有印装质量问题, 我社发行部负责退换

版 权 专 有 翻 印 必 究

前 言

随着自动化技术的巨大进步,自动控制技术已广泛应用于工农业生产、交通运输和国防建设的各个领域。自动控制原理课程也逐渐成为高等学校许多学科共同的专业基础课,越来越受到重视。

本书主要阐述了自动控制的基本概念、基本原理和基本方法,根据编者的教学体会,精选各章的内容,使其适宜教学的需要。本书共分7章,以最基本的内容为主线,注重系统性、逻辑性。突出工程概念,实用性强,便于读者自学。

本书在编写过程中,为适应教学的需要,在内容上保留了课程的基础和重点,去掉了工程上不常用的扩展内容。教材叙述深入浅出,内容层次分明,文字简练流畅,易于自学;同时配有精选例题、习题,有利于培养学生解题能力。

本书由东北电力大学的张利辉副教授、李静副教授,华北电力大学的杨锡运副教授共同编写。其中,第1章由张利辉副教授和李静副教授共同编写,第2、3章由李静副教授编写,第4、5章由杨锡运副教授编写,第6、7章由张利辉副教授编写。全书由哈尔滨工程大学自动化学院刘胜教授主审,在审阅过程中提出了很多有价值的意见和建议,在此表示衷心的感谢!

在本书的编写过程中,东北电力大学的刘波教授、姜文娟讲师、刘丽丽讲师、吕漫丽讲师提出了一些宝贵的修改意见和建议,并参考了许多作者的成果,在此谨致诚挚的谢意!

由于编者学识和经验有限,书中不当和谬误之处在所难免,敬请广大读者谅解并予以指正。

编 者

2009.8

目 录

前言	
第1章 绪论	1
1.1 自动控制理论的发展简史	1
1.2 自动控制系统的基本概念	2
1.3 自动控制系统的分类	4
1.4 对控制系统的性能要求	6
习题	7
第2章 控制系统的数学模型	9
2.1 控制系统的时域数学模型	9
2.2 线性系统的传递函数	13
2.3 典型环节及其传递函数	14
2.4 系统方框图及其简化	18
2.5 信号流图与梅逊公式	25
2.6 控制系统的传递函数	32
习题	34
第3章 线性系统的时域分析法	38
3.1 时域响应及典型输入信号	38
3.2 线性系统的瞬态性能分析	39
3.3 线性定常系统的稳定性分析	50
3.4 控制系统的稳态误差	57
习题	63
第4章 线性系统的根轨迹法	66
4.1 根轨迹概念	66
4.2 幅值条件和幅角条件	67
4.3 绘制根轨迹的基本法则	68
4.4 系统的根轨迹分析	82
习题	88
第5章 线性系统的频域分析法	91
5.1 频率特性	91
5.2 典型环节和开环系统的奈奎斯特图	94
5.3 典型环节和开环系统的对数坐标图	102
5.4 最小相位系统与非最小相位系统	111

5.5 奈奎斯特稳定性判据	113
5.6 稳定裕度	120
习题	124
第 6 章 线性系统的校正设计	128
6.1 引言	128
6.2 线性系统校正的频率法	129
6.3 线性系统校正的根轨迹法	138
6.4 PID 控制规律分析	143
习题	148
第 7 章 离散控制系统	151
7.1 引言	151
7.2 采样过程和采样定理	155
7.3 信号的恢复	158
7.4 z 变换	161
7.5 离散控制系统的数学模型	165
7.6 离散系统的性能分析	173
7.7 离散系统的数字校正	182
习题	191
附录 A 拉氏变换及 z 变换表	194
附录 B 拉氏变换的几个重要性质	195
参考文献	196

第 1 章 绪 论

所谓自动控制,是指在没有人直接参与的情况下,利用外加的设备或装置,使机器、设备或生产过程的某个工作状态或参数自动地按照预定的规律运行。

将自动控制技术应用于生产,可以提高劳动生产率,改进产品质量,降低生产成本,改善劳动条件和加强企业管理。将自动控制技术应用于国防领域,可以提高部队的战斗力,促进国防现代化。自动控制技术在探索新能源、发展空间技术、改善人们生活及处理经济、社会问题等方面都起着日益重要的作用。

本章将概括地介绍自动控制理论的发展简史、自动控制系统的基本概念、自动控制系统的分类以及对控制系统性能的要求,以期读者对自动控制理论课程有一个基本的了解,以便学习后续各章节。

1.1 自动控制理论的发展简史

根据自动控制技术发展的不同阶段,自动控制理论通常分为“古典控制理论”和“现代控制理论”两大部分。

古典控制理论是研究单输入—单输出线性定常系统的分析与设计。它的数学工具是常微分方程和传递函数,常用的分析方法有时域分析法、根轨迹分析法和频域分析法。下面对这个阶段的主要历史人物和事件做简要回顾:1788年,英国人瓦特(James Watt)为控制蒸汽机速度设计了离心式飞锤调节器;1868年英国的物理学家麦克斯韦(J. C. Maxwell)在《论调速器》中建立了飞球控制器的微分数学模型;英国数学家劳斯(E. J. Routh)和德国数学家古尔维茨(A. Hurwitz)分别在1877年和1895年先后独立提出稳定性判据;1932年,美国物理学家奈奎斯特(H. Nyquist)提出了一种基于极坐标图的频率域的稳定性判据;1938年美国人伯德(H. W. Bode)引入了对数坐标系使控制系统的频率域响应方法更适于工程应用;1942年,美国的齐格勒(J. G. Ziegler)和尼科尔斯(N. B. Nichols)提出了PID参数的最佳调整方法;1948年,美国科学家伊万斯(W. R. Evans)提出了根轨迹法,同年,美国数学家维纳(N. Wiener)发表了《控制论——或关于在动物与机器中控制和通信的科学》一书,标志着控制论学科的诞生。

20世纪50年代末,自动控制经历了从古典控制理论到现代控制理论的转变。现代控制理论的研究对象既可以是单变量的、线性的、定常的、连续的,也可以是多变量的、非线性的、时变的、离散的。现代控制理论以线性代数和微分方程为主要的数学工具,以状态空间法为基础,分析与设计控制系统。现代控制理论诞生的标志包括前苏联数学家庞特里亚金(L. S. Pontryagin)的极大值原理(Maximum Principle)(1956年),美国著名数学家贝尔曼(R. Bellman)的动态规划(Dynamic Programming)(1957年)和美国数学家卡尔曼(R. Kalman)的多变量系统最优控制、可控性和可观测性、最优滤波理论(1960年)。为了解决现代控制理论在工业生产过程应用中所遇到的被控对象精确状态空间模型不易建立、合

适的最优性能指标难以构造、所得最优控制器往往过于复杂等问题,科学家们不懈努力,近几十年中不断提出一些新的控制方法和理论,例如自适应控制、模糊控制、预测控制、容错控制、鲁棒控制、非线性控制和大系统、复杂系统控制等,大大地扩展了控制理论的研究范围。

控制理论目前还在向更深、更广的领域发展,无论在数学工具、理论基础,还是在研究方法上都产生了实质性的飞跃,为信息与控制学科研究注入了蓬勃的生命力,启发并扩展了人的思维方式,引导人们去探讨自然界更为深刻的运动机理。控制理论的深入发展,必将有力地推动社会生产力的发展,提高人民的生活水平,促进人类社会向前发展。

1.2 自动控制系统的基本概念

在图 1-1 所示的水箱液位控制系统中, u_1 为进水阀开度, Q_1 为单位时间内的进水量, u_2 为出水阀开度, Q_2 为单位时间内的出水量,控制任务要求水箱液位 h 等于希望液位 h_0 。

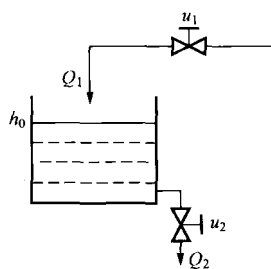


图 1-1 水箱液位控制系统示意图

为了便于说明,首先介绍控制系统中几个常用的术语。

(1) 被控对象:被控制的生产过程或设备称为被控对象,例如如图 1-1 中的水箱。

(2) 被控量:表征生产过程是否符合规定工况的物理量称为被控量或被调量。被控量是通常要保持为规定数值的物理参数,例如本例中的液位 h 。

(3) 给定值:希望被控量应该具有的数值称为给定值或称为规定值(希望值),例如本例中的希望液位 h_0 。

(4) 扰动:引起被控量偏离其给定值的各种因素称为扰动,例如出水阀开度 u_2 变化使出水量 Q_2 变化,从而会引起液位 h 的变化,这里 u_2 即为一种扰动。

(5) 控制量:当被控量受到扰动偏离给定值后,使被控量恢复为给定值所需改变的物理量称为控制量,例如适当的改变进水阀开度 u_1 ,会使被控量 h 逐渐恢复为给定值 h_0 。或在允许的偏差范围之内,这里 u_1 即为控制量。

由于自动控制是在人工控制的基础上发展起来的,因此我们先来分析人工控制过程。

为了进行控制,首先人需要用眼睛不断的观察液位;其次分析决策,将观察到的液位 h 与头脑中记忆的希望值 h_0 进行比较,根据有无偏差及偏差的方向和大小,以确定是否需要控制以及如何控制进水阀开度 u_1 (增大或减小)。最后执行操作,根据分析决策的结果,手动操作进水阀门改变其开度 u_1 。重复上述步骤,直到液位恢复到给定值或在允许的偏差范围之内,控制过程才告结束。

生产过程中存在着两种流程:一种是物质或能量的流程,例如图 1-1 水箱系统中水的流动;另一种是信息流程,例如本例中为了维持水箱液位为给定值,人观察液位,与给定值比较,然后根据偏差控制进水阀开度,直到被控量恢复到给定值为止。自动控制原理课程主要研究信息流程,即研究控制系统信号间的相互连接、传递和转换问题。

信息流程通常用方框图(也称为结构图)来表示,即采用图解形式表示系统中各元件或环

节的功能和信号传递关系。图 1-2 所示为水箱液位人工控制系统方框图。图中的方框代表系统中的设备或过程，通常方框中是该环节的数学模型。图中用带有箭头的连接线表示信号的传递途径和方向。箭头进入方框的信号为输入信号，箭头离开方框的信号为输出信号。

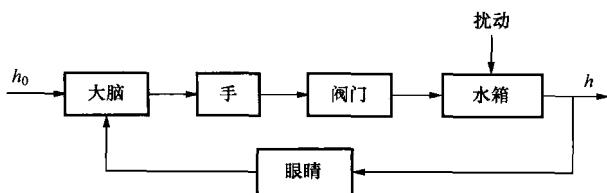


图 1-2 水箱液位人工控制系统方框图

如果用一整套自动控制装置来代替人工控制中人的作用，使生产过程不需要人的直接操作便能自动地执行控制任务，这就实现了自动控制。如果将图 1-1 改为图 1-3 所示的水箱液位自动控制系统，就可以实现不论经出水阀流出的水量如何变化，系统总能自动地维持其水箱液位在允许的偏差范围之内。假设液位 h 因出水阀开度 u_2 增大而稍有降低，则浮子随液面下降，电位计的电阻值变化，电动机的电压增大，经减速器驱动进水阀门开度增大，从而最终使水箱液位恢复到所希望的液位。

通常一个自动控制系统由被控对象和自动控制装置构成，而能够实现自动控制作用的自动控制装置主要包括以下三个部分。

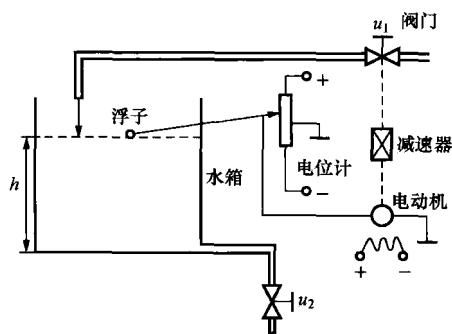


图 1-3 水箱液位自动控制系统示意图

(1) 测量单元（变送器）：用来测量被控量的大小，并能把被控量（水位、温度、压力等物理信号）转换成与之成比例（或其他固定的函数关系）并便于远距离传送和综合的测量信号，例如图 1-3 中的浮子，其功能相当于人工控制系统中人的眼睛。

(2) 控制单元（控制器）：接受测量单元送来的被控量信号，并把它与给定值进行比较。当被控量偏离给定值时，控制单元将偏差信号按它的大小和方向以预定的规律进行运算（例如比例、积分、

微分等运算），根据运算结果向执行单元发出一定规律的控制信号，给定值可以由专门的给定单元取得，也可以由控制单元内部取得，运行人员可根据生产上的要求预先设定给定值，例如图 1-3 中的电位计。

(3) 执行单元（执行器）：按照控制单元发出的控制信号去移动控制机构，改变控制量，例如图 1-3 中的电动机和减速器。

水箱液位自动控制系统方框图如图 1-4 所示，图中 $\otimes$ 表示比较环节，其作用是将引入该环节的各输入信号进行代数加法运算（注：“+”有时省略），并将得到的信号输出。

由方框图 1-4 可见，当被控对象（水箱）受到扰动，被控量（水箱液位）偏离给定值后，测量单元（压力变送器）检测出被控量的变化，被控量与其给定值比较后的偏差值通过控制单元进行运算和综合，控制单元输出的信号传给执行单元，执行单元改变控制量，直到被控量恢复到希望值或偏差在允许范围内。

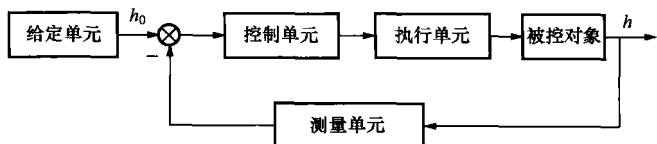


图 1-4 水箱液位自动控制系统方框图

1.3 自动控制系统的分类

自动控制系统的应用范围非常广泛，在名称上也不一致，如何分类取决于分类的目的。在进行系统分析和设计之前，掌握控制系统的分类是很必要的。下面介绍几种常用的分类方法。

1.3.1 按信号的传递路径分类

1. 开环控制系统（前馈控制系统）

开环控制系统是指如果系统的输出量没有与其参考输入相比较，即系统的输出与输入不存在反馈回路，输出量对系统的控制作用不发生影响的系统。图 1-5 为开环控制系统方框图。

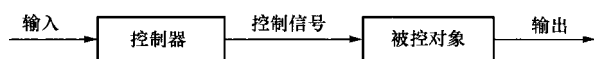


图 1-5 开环控制系统方框图

由图 1-5 可见，开环控制系统将输入信号通过控制器产生控制信号，控制信号直接作用于被控对象，使系统产生预期的输出。开环系统结构简单，成本低廉，工作稳定，不存在振荡问题，但存在较大缺陷。当被控对象或被控量受到干扰，或系统中某些参数发生变化，会直接影响控制品质而无法自动补偿。如果系统的参数比较稳定或干扰很弱，或被控对象和

控制装置的精度较高，就可以采用这种开环控制。一些自动化流水线、包装机等多为这种控制。

如工业上使用的微型计算机控制机床，如图 1-6 所示。

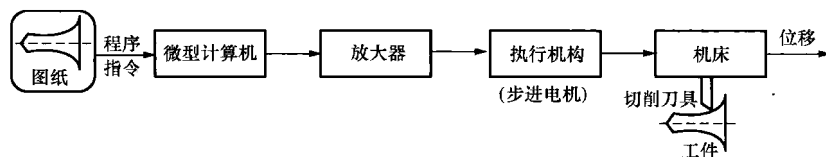


图 1-6 微型计算机开环控制方框图

工作过程：根据设计图纸的要求，将加工过程编制成程序指令输入到微型计算机，微型计算机完成对控制脉冲的寄存、交换和计算，并输出控制信号经放大后经执行机构（一般是步进电机），驱动机床运动，完成程序指令的要求。

2. 闭环控制系统（反馈控制系统）

闭环控制系统也叫反馈控制系统。它是将输出信号通过测量元件反馈到系统的输入端，通过比较产生偏差信号，继而在控制器作用下引起执行机构动作，达到预期效果。图 1-7 为闭环控制系统方框图。

闭环控制系统是最常见最基本的控制系统。由于闭环控制系统是按被控量与给定值的偏差进行控制的，因而当控制系统受到扰动时，只要被控量出现偏差就开始进行控制。通过对系统产生控制作用来减小系统误差。

如在上例中引入反馈测量元件就是闭环控制。微型计算机闭环控制系统方框图，如图 1-8 所示。

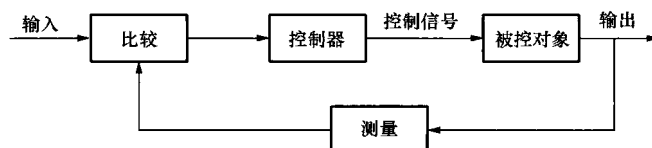


图 1-7 闭环控制系统方框图

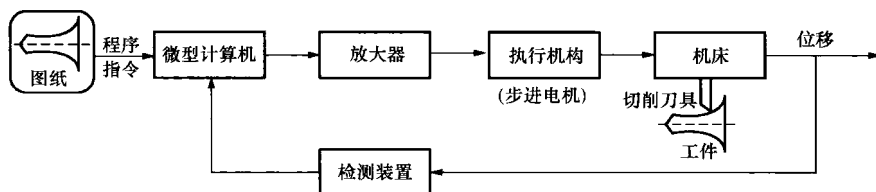


图 1-8 微型计算机闭环控制系统方框图

系统反馈装置把切削刀具的实际位置送给计算机，与程序指令比较，经计算机处理后发出控制信号，再经放大后驱动执行机构，就可以减小由各种原因产生的误差。

闭环控制系统如果系统参数配合不当，容易产生振荡，使系统不能正常工作，这就是系统的稳定性问题。

1.3.2 按系统输入信号的特征分类

1. 恒值控制系统

如果系统的输入信号是一个恒定的数值，要求系统能克服干扰影响，输出量以一定精确度在这一常值附近做微小变化，这类系统称为恒值控制系统。工业生产中的恒温、恒压等自动控制系统都属于这一类型。

2. 程序控制系统

如果系统的输入信号是一个已知的时间函数，要求系统按照该时间函数进行顺序操作，此类系统称为程序控制系统。如化工中反应罐的压力、温度和流量控制。图 1-6 中微型计算机控制机床属此类系统。

3. 随动控制系统（或称伺服系统）

如果系统的输入信号是一个未知函数，要求控制系统的输出跟随输入信号变化，这类系统称为随动控制系统。如火炮自动跟踪系统。

1.3.3 按系统传输信号的性质分类

1. 连续控制系统

如果系统中各环节的输入量和输出量均为时间的连续函数，这类系统称为连续控制系统。这类系统的特点是系统各部分的信号都是连续函数。图 1-3 水箱液位自动控制系统及目前工业中普遍采用的模拟 PID 调节器控制的系统就属于这一类型。

2. 离散控制系统

如果系统中有一处或一处以上的信号出现脉冲信号或数字信号的，就称之为离散控制系统。如目前广泛使用的计算机控制系统就属于这一类型。图 1-9 所示为离散控制系统方框图。

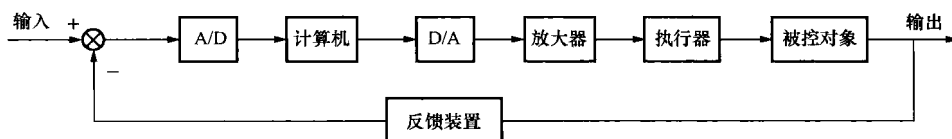


图 1-9 离散控制系统方框图

1.3.4 按系统数学模型分类

1. 线性系统

线性系统由线性元件构成，描述运动规律的数学模型为线性微分方程。线性系统的主要

特点是具有叠加性和齐次性。假设系统的输入分别为 $r_1(t)$ 和 $r_2(t)$, 对应的输出分别为 $c_1(t)$ 和 $c_2(t)$, 则当输入为 $r(t) = r_1(t) + r_2(t)$ 时, 如系统的输出为

$$c(t) = c_1(t) + c_2(t) \quad (1-1)$$

则称系统具有叠加性。若对应于输入 $r_1(t)$, 系统的输出为 $c_1(t)$ 。当输入为 $r(t) = \alpha r_1(t)$ 时, 如系统的输出为

$$c(t) = \alpha c_1(t) \quad (1-2)$$

则称系统具有齐次性, 其中, 系数 α 可以是常数, 也可以是时变系数。

同时满足式 (1-1) 和式 (1-2) 的系统就是线性系统。将上述二式合并, 如线性系统输入为 $r(t) = \alpha_1 r_1(t) + \alpha_2 r_2(t)$, 则系统的输出必为

$$c(t) = \alpha_1 c_1(t) + \alpha_2 c_2(t) \quad (1-3)$$

式 (1-3) 通常称为线性叠加原理。

如果线性系统参数不随时间变化, 就是线性定常系统, 其运动方程一般形式为

$$\begin{aligned} & a_n \frac{d^n}{dt^n} c(t) + a_{n-1} \frac{d^{n-1}}{dt^{n-1}} c(t) + \cdots + a_1 \frac{d}{dt} c(t) + a_0 c(t) \\ & = b_m \frac{d^m}{dt^m} r(t) + b_{m-1} \frac{d^{m-1}}{dt^{m-1}} r(t) + \cdots + b_1 \frac{d}{dt} r(t) + b_0 r(t) \end{aligned}$$

式中: $r(t)$ 为系统的输入; $c(t)$ 为系统的输出; $a_i (i = 0, 1, 2, \cdots, n)$ 和 $b_j (j = 0, 1, 2, \cdots, m)$ 均为常数。

2. 非线性系统

在构成系统的元件中有一个或一个以上是非线性的, 则称此系统为非线性系统。典型的非线性特性有饱和特性、死区特性、间隙特性、继电特性、磁滞特性等。非线性系统不满足线性叠加原理, 是其不同于线性系统的本质区别, 这就大大增加了系统分析与设计的复杂性。

严格地说, 自然界中任何物理系统的特性都是非线性的。但是, 为了研究问题的方便, 许多系统在一定的条件下可以近似为线性系统来研究, 其偏差往往在工业生产允许的范围之内。

1.4 对控制系统的性能要求

在分析和设计自动控制系统时, 需要有一个评价控制系统性能优劣的标准, 这个标准通常用性能指标来表示。控制系统的性能一般从以下三方面来评价。

1. 稳定性

稳定性是对控制系统最基本的要求。系统稳定是指当系统受到扰动作用后, 系统的被控量虽然偏离了原来的平衡状态, 但当扰动一撤离, 经过一定长的时间后, 系统仍能回到原有的平衡状态。一个稳定的系统, 当其内部参数稍有变化或初始条件改变时, 仍能正常的进行工作, 而不稳定的系统是不能正常工作的。因而实际系统不仅要求能稳定, 而且还要求留有一定的稳定裕量。

2. 响应速度

控制系统不仅要求稳定, 而且还要求系统的响应具有一定的快速性, 这对于某些系统是

十分重要的性能指标。控制系统在稳定的前提下，总希望响应越快越好，而且超调量越小越好。但是，要使响应速度快就会使响应曲线出现较大的波动。因此，在进行控制系统校正时应合理兼顾响应过程的快速性和稳定性两方面的要求。

3. 稳态精度

在给定输入信号作用下，当系统达到稳态后，其稳态输出与给定输入所要求的期望输出之差为给定稳态误差。这种误差越小，表示系统的输出跟随给定输入的精度越高。系统在扰动信号作用下，其输出必然偏离原来的平衡状态，系统在自动控制作用下，输出量会逐渐向原来的平衡状态恢复。当达到稳态后，系统的输出量若不能恢复到原平衡状态时的稳态值，所产生的差值为扰动稳态误差。这种误差越小，表示系统抗扰动的能力越强，其稳态精度也越高。

由于被控对象具体情况的不同，各种系统对上述三方面性能要求的侧重点也有所不同。例如随动系统对响应速度和稳态误差的要求较高，而恒值控制系统一般却侧重于稳定性和抗干扰性。在同一个系统中，上述三方面的性能要求通常相互制约。例如为了提高系统动态响应的快速性和稳态精度，就需要增大系统的放大能力，而放大能力的增强必然导致系统动态性能的变差，甚至会使系统变为不稳定系统。反之，若强调系统动态过程的稳定性，系统的放大倍数就应较小，从而造成系统稳态误差的降低和动态响应的缓慢。由此可见，系统动态响应的快速性、高精度与稳定性之间是一个矛盾。如何分析和解决这个矛盾，正是本课程所要研究的两个课题。

(1) 对于一个具体的控制系统，如何从理论上对它的动态性能和稳态精度进行定性的分析和定量的计算。

(2) 根据对系统性能的要求，如何设计一个合适的校正装置，使系统的性能能全面的满足技术上的要求。

习 题

1-1 仓库大门自动开闭控制系统如图 1-10 所示。试说明系统自动控制仓库大门开、闭的工作原理，并画出系统方框图。

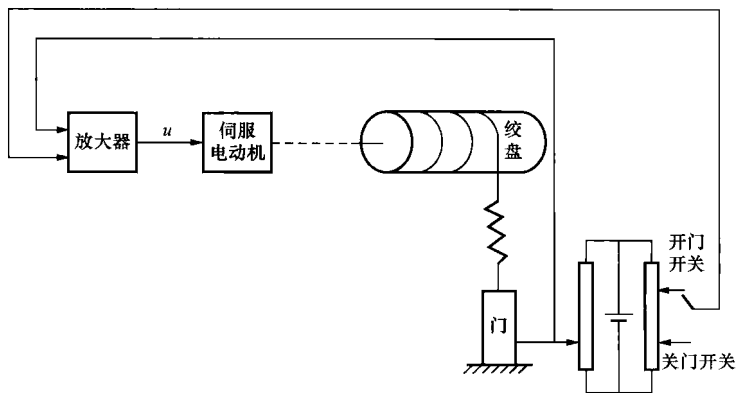


图 1-10 仓库大门自动开闭控制系统

1-2 工业炉温自动控制系统的工作原理如图 1-11 所示。试分析系统的工作原理，指出被控对象、被控量和给定值，画出系统方框图。

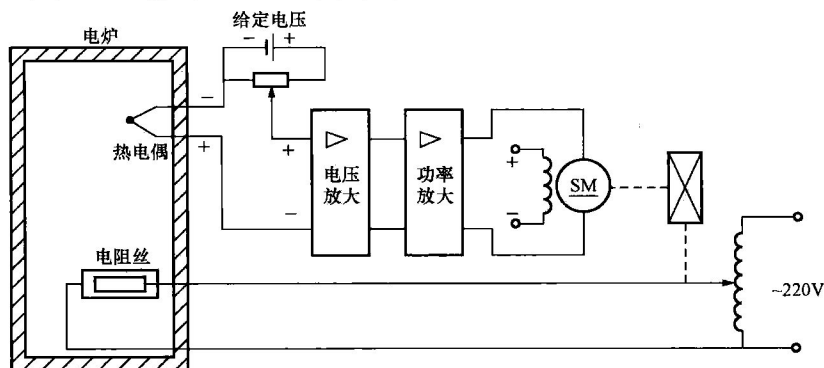


图 1-11 炉温自动控制系统工作原理图

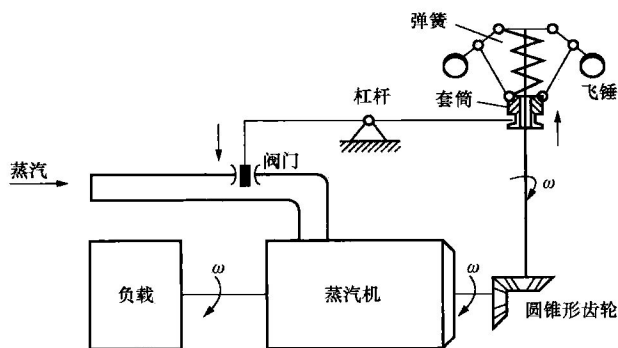


图 1-12 蒸汽机转速自动控制系统

1-3 采用离心调速器的蒸汽机转速自动控制系统如图 1-12 所示。试分析系统的工作原理，指出系统的被控对象和控制装置，画出系统方框图。

1-4 图 1-13 为水温控制系统原理示意图。在热交换器中，冷水由通入的蒸汽加热，从而得到一定温度的热水。试绘制系统方框图，分析系统的工作原理，指出被控对象、被控量和控制量。

1-5 图 1-14 是一个由人参与的液位控制系统，其输出管路是一直开启的，控制目标是保持容器中的液位为恒值，液位由仪表中读出。

(1) 试说明系统的工作原理，画出其方框图，并指出系统的测量装置与执行装置；

(2) 试配上适当的元器件，将系统改为自动控制系统，并说明其工作原理，画出系统方框图，指出被控量、控制量和控制器。

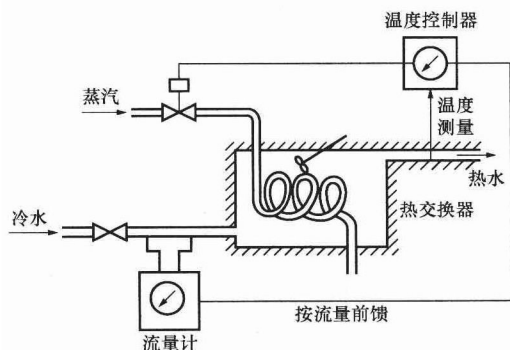


图 1-13 水温控制系统原理图

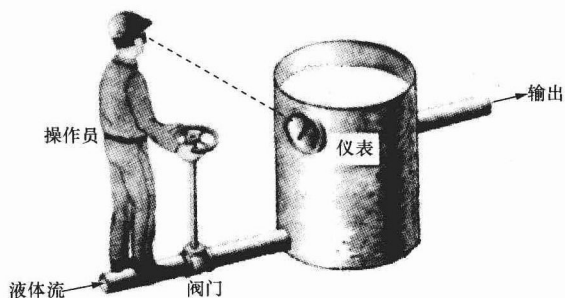


图 1-14 由人参与的液位控制系统示意图

第 2 章 控制系统的数学模型

在控制系统的分析和设计中,首先要建立系统的数学模型。控制系统的数学模型是描述控制系统中各变量之间相互作用关系和各自变化规律的数学表达式。在静态条件下(变量各阶导数为零),描述变量之间关系的代数方程叫静态数学模型;而描述变量各阶导数之间关系的微分方程叫动态数学模型。

数学模型可以有許多不同的形式,较常见的有三种:一种是把系统的输出量与输入量之间的关系用数学方式表达出来,称之为输入—输出描述,或外部描述,例如微分方程、传递函数和差分方程。第二种不仅可以描述系统的输入、输出之间的关系,而且还可以描述系统的内部特性,称之为状态变量描述或内部描述,它特别适用于多输入、多输出系统,也适用于时变系统、非线性系统和随机控制系统。第三种方式使用比较直观的方框图模型来进行描述。同一系统的数学模型可以表示为不同的形式,需要根据不同的情况对这些模型进行取舍,以利于对控制系统进行有效的分析。本章只研究微分方程、传递函数和方框图等数学模型的建立和应用。

控制系统数学模型的建立方法有分析法和实验法两类。分析法是对组成系统各部分的运动机理进行分析,根据它们所依据的物理和化学定律,列出各变量之间的数学关系式,又称为机理分析法或解析法。实验法是对系统施加某种典型测试信号,记录其输出响应,从而得到系统的数学模型。本章仅讨论分析法。

2.1 控制系统的时域数学模型

下面通过实例说明列写控制系统数学模型的一般方法。

1. 弹簧—质量—阻尼系统

图 2-1 是弹簧—质量—阻尼系统,试列写质量 m 在外力 $F(t)$ 作用下,位移 $x(t)$ 的运动方程。

设质量 m 相对于初始状态的位移、速度、加速度分别为 $x(t)$ 、 $\frac{dx(t)}{dt}$ 、 $\frac{d^2x(t)}{dt^2}$ 。由牛顿运动定律有

$$m \frac{d^2x(t)}{dt^2} = F(t) - F_1(t) - F_2(t) \quad (2-1)$$

$$F_1(t) = f \frac{dx(t)}{dt}$$

$$F_2(t) = Kx(t)$$

式中: $F_1(t)$ 为阻尼器的阻尼力,其方向与运动方向相反,大小与运动速度成比例; f 是阻尼系数; $F_2(t)$ 为弹簧的弹力,其方向与运动方向相反,大小与位移成比例; K 为弹性系数。

将 $F_1(t)$ 和 $F_2(t)$ 代入式 (2-1) 中,经整理后即得该系统的微分方

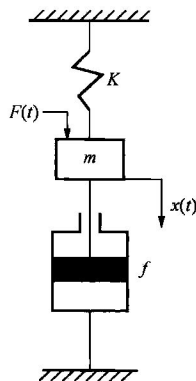


图 2-1 弹簧—质量—阻尼系统

程为

$$m \frac{d^2 x(t)}{dt^2} + f \frac{dx(t)}{dt} + Kx(t) = F(t) \quad (2-2)$$

2. 电路网络

(1) 无源电路网络。在如图 2-2 所示的无源电路网络系统中, R_1 和 R_2 为电阻, C 为电容, $u_i(t)$ 为输入电压, $u_o(t)$ 为输出电压。

根据基尔霍夫定律和欧姆定律, 有

$$\frac{u_i(t) - u_o(t)}{R_1} + C \frac{d[u_i(t) - u_o(t)]}{dt} = \frac{u_o(t)}{R_2} \quad (2-3)$$

经整理得到其数学模型为

$$R_1 C \frac{du_o(t)}{dt} + \frac{R_1 + R_2}{R_2} u_o(t) = R_1 C \frac{du_i(t)}{dt} + u_i(t) \quad (2-4)$$

(2) 有源电路网络。有源电路网络系统如图 2-3 所示, R 为电阻, C 为电容, $u_i(t)$ 为输入电压, $u_o(t)$ 为输出电压, K_0 为运算放大器开环放大倍数。

设运算放大器的反相输入端为 A 点, A 点为虚地点, 则 $i_1(t) \approx i_2(t)$ 。

据此, 可列出

$$\frac{u_i(t)}{R} = -C \frac{du_o(t)}{dt} \quad (2-5)$$

经整理得到其数学模型为

$$RC \frac{du_o(t)}{dt} = -u_i(t) \quad (2-6)$$

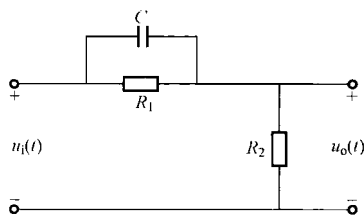


图 2-2 无源电路网络系统

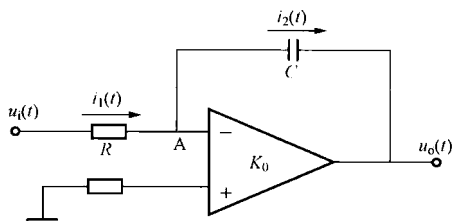


图 2-3 有源电路网络系统

3. 电动机

如图 2-4 所示的电枢控制式直流电动机。 $e_i(t)$ 为电机电枢输入电压; $\theta_o(t)$ 为电机输出转角; R_a 为电枢绕组电阻; L_a 为电枢绕组电感; $i_f(t)$ 为流过电枢绕组的电流; $e_m(t)$ 为电机感应反电势; $T(t)$ 为电机转矩; J 为电机及负载折合到电机轴上的转动惯量; D 为电机及负载折合到电机轴上的黏性摩擦系数。

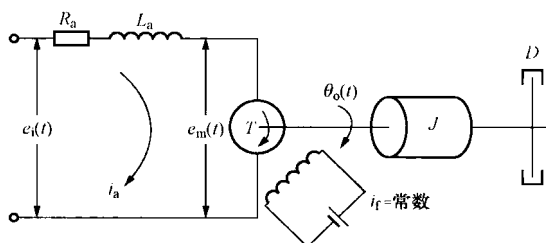


图 2-4 电枢控制式直流电动机示意图

根据基尔霍夫定律, 有

$$e_i(t) = R_a i_a(t) + L_a \frac{di_a(t)}{dt} + e_m(t) \quad (2-7)$$

根据磁场对载流线圈的作用定律, 有

$$T(t) = K_T i_a(t) \quad (2-8)$$

式中: K_T 为电机电矩系数。

根据电磁感应定律,有

$$e_m(t) = K_e \frac{d\theta_o(t)}{dt} \quad (2-9)$$

式中: K_e 为电机反电动势系数。

根据牛顿第二定律,有

$$T(t) - D \frac{d\theta_o(t)}{dt} = J \frac{d^2\theta_o(t)}{dt^2} \quad (2-10)$$

将式(2-8)代入式(2-10),得

$$i_a(t) = \frac{J}{K_T} \frac{d^2\theta_o(t)}{dt^2} + \frac{D}{K_T} \frac{d\theta_o(t)}{dt} \quad (2-11)$$

将式(2-9)、式(2-11)代入式(2-7)并整理,得

$$L_a J \frac{d^3\theta_o(t)}{dt^3} + (L_a D + R_a J) \frac{d^2\theta_o(t)}{dt^2} + (R_a D + K_T K_e) \frac{d\theta_o(t)}{dt} = K_T e_i(t) \quad (2-12)$$

式(2-12)即为电枢控制式直流电动机的数学模型。当电枢电感较小时通常可忽略不计,系统微分方程可简化为

$$R_a J \frac{d^2\theta_o(t)}{dt^2} + (R_a D + K_T K_e) \frac{d\theta_o(t)}{dt} = K_T e_i(t) \quad (2-13)$$

4. 热力系统

图2-5表示一个热水供应系统,为了保证一定的热水温度 θ_o ,由电热器提供热流量 φ_i (单位为瓦特,W)。在本系统中,输入量为 φ_i ,输出量为 θ_o 。假定环境温度为 θ_i ,进水温度也是 θ_i ,并且水箱中各处温度相同(即用集中参数代替分布参数),进水流量与出水流量相同这样简化后系统方程式可列写如下。

(1) 按能量守恒定律可写出热流量平衡方程

$$\varphi_i = \varphi_t + \varphi_o - \varphi_c + \varphi_s \quad (2-14)$$

(2) 找出中间变量与其他因素关系

$$\varphi_t = C \frac{d\theta_o}{dt} \quad (2-15)$$

$$\varphi_o = QC_p \theta_o \quad (2-16)$$

$$\varphi_s = \frac{\theta_o - \theta_i}{R} \quad (2-17)$$

$$\varphi_c = QC_p \theta_i \quad (2-18)$$

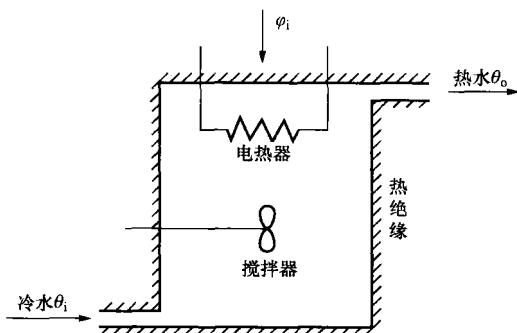


图 2-5 热水供应系统示意图

式中: C 为水箱中水的热容量 ($J/^\circ C$); θ_o 为水箱中水的温度 ($^\circ C$); Q 为出水质量流量 (kg/s); C_p 为水的比热容 [$J/(kg \cdot ^\circ C)$]; R 为由水箱内壁通过热绝缘扩散到周围环境的等效热值 ($^\circ C/W$); φ_i 为供给水箱中水的热流量 (W); φ_o 为出水带走的热流量 (W); φ_c 为进水带入的热流量 (W); φ_s 为通过热绝缘耗散的热流量 (W)。

(3) 将以上各式代入热平衡方程,便得系统的微分方程式为

$$C \frac{d\theta_o}{dt} + \left(QC_p + \frac{1}{R} \right) \theta_o = \varphi_i + \left(QC_p + \frac{1}{R} \right) \theta_i$$

或

$$T \frac{d\theta_o}{dt} + (QC_p R + 1) \theta_o = R \varphi_i + (QC_p R + 1) \theta_i \quad (2-19)$$