

管理运筹学

GUANLI YUNCHOUXUE

◎主 编/刘文华

◎副主编/郝玉清 王 梅 李成银



管理运筹学

主 编：刘文华

副主编：郝玉清 王 梅 李成银

 天津大学出版社
TIANJIN UNIVERSITY PRESS

内 容 提 要

本书主要包括线性规划、整数规划、运输问题、图论、网络计划技术、存储论、对策论、决策分析和马尔柯夫分析等内容,这些内容是管理类、经济类专业学生的必备知识,编写过程中坚持突出实用性原则,力求做到通俗易懂、深入浅出,重点介绍管理工作中应用运筹学的基本方法,适合教学与自学。

本书是为物流专业的专业基础课教学需要而编写的,同时可以作为经济类、管理类等其他专业的选修课教材,也可作为物流从业人员、物流工程技术和管理人员的参考书。

图书在版编目(CIP)数据

管理运筹学/刘文华主编. —天津:天津大学出版社, 2010.9

ISBN 978-7-5618-3702-3

I. ①管… II. ①刘… III. ①管理学: 运筹学 IV. ①C931.1

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2010) 第 173813 号

出版发行 天津大学出版社

出 版 人 杨欢

地 址 天津市卫津路 92 号天津大学内 (邮编: 300072)

电 话 发行部: 022-27403647 邮购部: 022-27402742

网 址 www.tjup.com

印 刷 北京通州京华印刷制版厂

经 销 全国各地新华书店

开 本 185mm×260mm

印 张 11.5

字 数 287 千

版 次 2010 年 9 月第 1 版

印 次 2010 年 9 月第 1 次

定 价 21.00 元

凡购本书,如有缺页、倒页、脱页等质量问题,请向我社发行部联系调换

版权所有 侵权必究

前 言

人们在管理活动中，越来越认识到科学与正确决策的重要性，因此，人们一直不断地探索科学决策的程序与方法。管理运筹学是一门新兴学科，它能帮助人们在决策时做到科学、合理。管理运筹学经过近 60 多年的发展，在生产管理、工程技术、军事作战、科学实验以及社会科学等诸多领域中都得到了广泛的应用。为适应经济建设的需要，培养合格人才，我国许多高校在工业工程、工商管理、系统工程、物流管理等专业中都开设了管理运筹学的相关课程。

运用管理运筹学解决实际问题时，一要坚持全局的观点、系统的理念；二要在对实际问题进行科学分析的基础上，建立相应的数学模型，通过对数学模型的求解，最终找到解决实际问题的最优方案。由于管理运筹学在解决问题时要运用大量的数学知识，因此，我国现有的管理运筹学教材多偏重于数学方法的论证。编者在长期的教学实践中不断总结，编写了这本《管理运筹学》。在编写过程中，编者始终坚持两点：一是尽量省去繁杂的数学方法、数学原理的论证，着重介绍如何分析问题、如何建立数学模型以及如何求解模型；二是在内容上力求深入浅出，文字上力求通俗易懂。

本教材共分十一章：第一章为绪论，介绍了管理运筹学的发展历程和管理运筹学在管理实践中运用的意义；第二章为线性规划，介绍了一般线性规划问题的建模方法、线性规划问题的图解法以及对线性规划问题进行灵敏度分析的原理与方法；第三章为线性规划问题的单纯形法，介绍了一般最大值问题的求解方法和一般最小值问题的求解方法；第四章为整数规划，整数规划是线性规划问题的一种特例，即问题的解只能为整数的线性规划问题；第五章为运输问题，介绍了运输问题的含义和简单运输问题的表上作业法；第六章为图论，介绍了图的含义，图的最短路、最大流量等问题的求解方法；第七章为网络计划技术，介绍了网络图的绘制方法、网络图中各种时间的计算和网络资源的优化方法；第八章为存储论，介绍了各种存储模型和存储问题的最优决策；第九章为对策论，介绍了竞争对策的意义、矩阵对策的最优纯策略和混合策略；第十章为决策分析，介绍了确定性决策和风险性决策问题；第十一章为马尔柯夫分析，介绍了马尔柯夫分析在市场占有率、设备保养地的选择等方面的具体应用。

参加本教材编写的作者以及其分工为：刘文华和李成银共同编写第一、三、五、六、七、十一章，郝玉清编写第二、四、十章，王梅编写第八、九章。最后由刘文华负责全书的修改与设计统编定稿。

本教材在编写过程中参阅了有关作者的研究成果，得到了天津大学出版社的大力支持，在编写完成后有幸得到了杜家龙教授的认真审阅，在此一并表示衷心的感谢。鉴于编者水平有限，书中可能存在不当之处，敬请读者批评指正，以使本书在教学实践中不断完善。

编 者
2010 年 7 月

目 录

第1章 绪论	1
1.1 运筹学	1
1.2 管理决策与管理运筹学	3
本章小结	7
复习思考题	7
第2章 线性规划	8
2.1 线性规划概述	8
2.2 线性规划的数学模型	9
2.3 线性规划问题的图解法	14
2.4 图解法的灵敏度分析	19
本章小结	23
复习思考题	24
第3章 线性规划问题的单纯形法	27
3.1 一般最大值问题的求解法	27
3.2 一般最小值问题的求解法	34
3.3 线性规划应用示例	38
本章小结	45
复习思考题	45
第4章 整数规划	47
4.1 整数规划的图解法	47
4.2 整数规划的分枝定界法	49
4.3 整数规划的应用	54
本章小结	57
复习思考题	57
第5章 运输问题	59
5.1 运输模型	59
5.2 运输问题的表上作业法	62
5.3 运输问题的应用	70
本章小结	77
复习思考题	78
第6章 图论	80
6.1 图的基本概念	80

6.2 图在管理实践中的应用	83
本章小结	90
复习思考题	90
第7章 网络计划技术	92
7.1 网络计划技术概述	92
7.2 网络图的绘制	93
7.3 网络图时间值的计算	97
7.4 网络计划优化	103
本章小结	109
复习思考题	109
第8章 存储论	111
8.1 存储	111
8.2 确定型存储模型	113
8.3 随机型存储模型	124
本章小结	129
复习思考题	130
第9章 对策论	131
9.1 对策论的基本概念	131
9.2 矩阵对策的最优纯策略	133
9.3 矩阵对策的混合策略	135
本章小结	143
复习思考题	143
第10章 决策分析	145
10.1 决策的概念	145
10.2 不确定型决策	147
10.3 风险型决策	151
10.4 效用理论在决策中的应用	159
本章小结	163
复习思考题	163
第11章 马尔柯夫分析	165
11.1 概率向量与概率矩阵	166
11.2 马尔柯夫分析在经济管理工作中的应用	169
本章小结	176
复习思考题	176
参考文献	177

第1章 绪论

学习目标

知识目标:

掌握运筹学的含义; 了解运筹学的发展过程; 掌握运筹学应用于实际工作的具体步骤。

能力目标:

能够正确理解管理活动中运用运筹学的意义; 能够正确领会管理运筹学应用的具体步骤及各步骤的具体内容。

1.1 运筹学

关键词:

科学管理 Scientific Management

运筹思想 Thoughts of Operations Research

运筹学 Operations Research

1.1.1 科学管理与运筹思想

运筹学的思想与方法在我国古代就有过不少成功事例的记载, 例如: 齐王赛马、沈括运粮以及李冰父子修建都江堰。这些都充分证明了很早以前我国就有了朴素的运筹思想, 而且在生产实践活动中很好地应用了运筹方法。

在长期的社会实践中, 人类总是不断探索由习俗、惰性和传统等所支配的一些问题的解决方法, 科学方法就是对各种问题解决办法的升华与结晶。科学方法最早应用于自然科学领域, 现在, 在所有领域都得到了广泛应用。

当应用科学方法来解决管理问题时, 就诞生了工业管理。19 世纪后期, 弗雷德里克·W. 泰罗 (Frederick W. Taylor) 使工业管理成为一门专业。由于泰罗在这方面的巨大贡献, 他被人们誉为“科学管理之父”, 其中, “铁锹研究”是泰罗在管理活动中应用科学方法的一个杰出例子。所谓“铁锹研究”, 就是关于提高工人铲掘矿石效率的问题。管理部门总是这样设想: 大铁锹可以使一个人的一次装运量达到最大程度。在当时, 这似乎是一种合理的设想, 但泰罗对此产生疑问, 并设计了一系列实验去证明或驳斥这样的设想。在测试了影响工人铲掘矿石效率的相关变量以后, 他认为工人铲掘矿石的效率, 约束于两个具有真正意义的变量: “第一流的工人”、铁铲及其负荷的总重量。泰罗通过实验证明, 一个“第一流的工人”在铲掘矿石时的最佳负荷大约是 20 磅 (1 磅=0.453 6 千克)。如果负荷太重, 工人就容易疲劳且动作缓慢, 影

响效率；如果负荷太轻，工人必须来回奔波，也会影响效率。同时，由于矿石的密度差异很大，因此，铁锹就应该根据不同矿石种类进行设计，即：铁锹的大小应该以能恰当地铲运“最佳负荷”为宜。事实证明，铁锹经过重新设计以后，工人用其铲掘矿石的生产效率得到了大幅提高。

1.1.2 运用研究与运筹学

1. 运用研究

运筹学作为一门学科始于 20 世纪 30 年代。第二次世界大战期间，英、美两国为了对付德国的空袭而发明了雷达。雷达作为防空系统的一部分，从技术上是完全可行的，但在实际运用中还存在一些问题——雷达应该如何合理布局，才能最有效地发挥其作用。为此，一些科学家开始研究雷达的合理布局与雷达的最大效用问题。由于这类研究与雷达的技术研究不同，当时人们就称之为“运用研究”（Operation Research）。英、美两国为了加快研究进度，在军队中成立了许多运用研究小组。运用研究小组主要对如下问题进行研究：①如何布置雷达，才能使雷达信息、指挥系统与武器系统实现最佳配置；②为有效保护商业船队，护航舰队应如何编队；③当船队遭受德国潜艇攻击时，船队如何躲避才能使船队损失最少；④反潜深水炸弹爆炸深度为多少时爆炸威力最大。据统计，通过对反潜深水炸弹的合理爆炸深度的研究，并在战争中应用这一研究成果后，使德国潜艇的被摧毁率迅速增加了 400%；通过对船队在受敌机攻击时转向躲避方式与方法的研究，英、美两国的船只在受敌机攻击时的中弹率由原来的 47% 降到了 29%。虽然当时运用研究的研究成果以及解决的问题都是短期的和战术性的，但是，研究成果在实际中的应用取得了明显的效果。第二次世界大战之后，在英、美两国军队中相继成立了更为正式的运用研究组织，其中，以兰德公司（LAND）为首的一些部门开始着重研究军事战略性问题。例如：为美国空军评价各种轰炸机系统性能；探讨未来战争与未来武器系统战略；研究前苏联的军事能力及其发展战略等。在这段时间，运用研究的研究范围主要是与战争相关的战略、战术问题。

到 20 世纪 60 年代以后，随着战争的结束，各国的经济建设迅速发展，竞争主要体现在经济、技术等领域，运用研究的研究领域也扩大到军事领域之外，相继在工业、农业等领域得到了广泛的研究与应用。与此同时，由于其他学科的发展，也促使运用研究有了飞速的发展，形成了运用研究的许多分支，如数学规划、图论与网络、存储论、对策论等。

我国于 20 世纪 50 年代中期开始引入并学习运用研究，当时由钱学森教授等人将其从西方引入我国，引入我国后，研究人员结合我国的特点在国内进行推广应用。1957 年，我国正式将运用研究定名为“运筹学”。

随着科学技术，特别是信息技术的发展，运筹学的研究范围不断扩大，涉及的数学及其他学科的知识也越来越多，也正是数学、计算机等学科知识的融合，使运筹学的发展进入了一个崭新的阶段。为了加快运筹学的研究与应用，国内外成立了许多运筹学学术性组织。英国于 1948 年成立了运筹学学会，随后，美国（1952 年）、法国（1956 年）、日本（1957 年）、印度（1957 年）、中国（1980 年）也相继成立了运筹学学会。1959 年，由英、美、法三国的运筹学学会发起成立了国际运筹学联合会（IFORS），中国于 1982 年加入该会。

2. 运筹学

运筹学是一门应用性非常强的学科，虽然在许多领域都得到了广泛的应用，但至今还没

有一个全世界统一的定义,不同的学者往往从不同的研究领域给运筹学以不同的解释。在管理实践中,运筹学能帮助人们解决许多问题,因此,实践中的管理者往往把运筹学看成是“一种能解决实际问题的方法”。也有学者根据运筹学在决策中的作用,把运筹学理解为决策判断的最佳助手和指南,并定义为“通过运用计划方法和有关学科的知识,用数学模型来表示具有复杂功能关系的某种问题,其目的是通过定量分析为决策提供数量依据”。我国管理运筹学工作者一般是这样定义运筹学的:“运筹学是应用分析、实验、量化的方法,对经济管理系统中的人力、物力、财力等资源进行统筹安排,为决策者提供有依据的最优方案,以实现最有效的管理。”前英国运筹学学会会长托姆林森提出了运筹学工作的六条原则,这六条原则得到了众多运筹学工作者的认可。

- 1) 合伙原则:运筹学工作者要和各方面人士,尤其是实际部门工作者合作。
- 2) 催化原则:在多学科共同解决问题时,要引导人们改变一些常规的看法。
- 3) 渗透原则:多部门彼此渗透地考虑问题,而不能局限于本部门。
- 4) 独立原则:运筹学工作者不受某人或某部门特殊政策左右,独立从事研究工作。
- 5) 宽容原则:运筹学工作者解决问题的思路要拓宽,方法要得当,而不局限于某种特定的方法。
- 6) 平衡原则:运筹学工作者在解决问题时要考虑各种矛盾、各种关系的平衡。

1.2 管理决策与管理运筹学

关键词:

管理决策 Managerial Decision

管理运筹学 Managerial Operations Research

模型 Model

1.2.1 管理决策

1. 管理与决策

关于管理的概念,人们还没有给出统一的说明。不同的学者对管理的认识是有差异的,因此,管理就有了不同的定义。

法国古典管理理论学家亨利·法约尔认为:“管理就是计划、组织、指挥、协调和控制。”

美国管理学家哈罗德·孔茨认为:“管理是引导人力和物质资源进入动态的组织,以达到这些组织的目标,亦即使服务对象获得满意,并且使服务的提供者亦获得一种高度的士气和成就感。”

美国著名的经济管理学家赫伯特·A.西蒙认为:“管理就是决策。”

我国的学者也有不同的认识,一般认为:管理是管理者通过自觉地控制人和组织的行为,使得社会和经济活动能有效地达到预期目标的技术、科学与活动过程的总和。

从以上各种不同的定义来看,管理活动的实质是一系列决策活动过程。因此,从某种意义上说,提高管理水平的关键是提高决策水平。可见,决策在管理活动中具有重要地位。

2. 管理决策的步骤

管理决策是管理者根据对管理活动规律的认识,在分析研究的基础上,为解决组织面临的问题所做出的决策过程。显然,管理决策是一个动态过程,科学的决策需要科学的程序来保障。我国的管理学者一般认为管理决策由以下七个步骤组成。

(1) 认识问题

认识问题是进行决策的前提,只有对问题有了正确的了解,才有可能正确地解决问题。它包括对问题本质的认识和对环境因素的了解等。

(2) 确定目标

确定解决问题所要达到的目的。解决任何问题都可能存在多个目标,但是,这些目标存在主次性和层次性,因此,确定目标是指确定解决问题的终极目标或根本目标。

(3) 制定方案

在确定目标的基础上,制定实现目标的各种可行性方案。在制定方案的过程中,要解放思想,体现创新,避免经验主义。

(4) 评估方案

要评估方案首先就要制定评估标准,然后在此基础上对各种方案进行评估,评估内容包括各种方案的优点、缺点、收益、成本、约束条件等。

(5) 优选方案

通过对各种方案的评估,确定实施的具体方案。方案的优选要综合考虑,以体现方案的整体性、长远性和可行性。

(6) 执行方案

执行方案就是对优选方案的具体实施过程。各种方案的制定是基于对问题环境的预测,但是,对环境因素的预测与实际不可能完全一致,因此,方案的执行过程一般还包括对方案的临时修正。

(7) 执行评估

执行评估是对决策执行的效果进行评估,以确认方案实施后是否真正解决了所要解决的问题。

由于管理学者对管理活动有不同的理解,因此对管理决策程序也有不同的认识。关于管理决策的具体步骤,有人认为,管理决策只包括三个阶段,即问题的形成阶段、问题的分析阶段和方案的优选(即决策)阶段;也有人认为,管理决策应包括四个步骤,例如赫伯特·A.西蒙就认为,管理决策过程包括情报活动、设计活动、抉择活动和审查活动。无论是三个阶段,还是四个步骤,管理决策过程的本质内容都是基本一致的。

1.2.2 管理运筹学

1. 管理运筹学的运用步骤

管理运筹学是对人力、物力、财力等资源进行优化配置的一门科学,它能解决管理实践中的许多问题。因此,管理者掌握了管理运筹学的基本理论与具体方法,就能提高其决策的能力与水平。通过长期的管理活动实践,管理者认为在实际工作中运用管理运筹学,一般应

包括如下六个步骤。

(1) 观察待决策问题所处的环境

待决策问题的环境可分为内部环境和外部环境。对一个企业来说, 内部环境一般是指企业内部人力、物力、财力之间的交互活动, 而外部环境一般是指企业组织与外界的人力、物力、财力之间的交互活动。对于一个大型商场, 员工的培训、调度、柜台的布局等就属于商场的内部环境; 该商场经营的商品品种多达万余种, 由数百家厂商供应, 这些供应厂商的基本状况就属于商场的外部环境之一。

(2) 分析和定义待决策的问题

分析和定义问题就是确定需要解决什么问题以及待解决问题的本质是什么。首先要真正搞清楚待决策问题的条件、环境、相互联系的有关因素等, 并能系统地阐述这个问题; 然后确定待决策问题的本质或待决策问题的目的。一般来讲, 在实际活动中存在两种情形: 一是在资源约束一定的情况下, 如何使产出达到最大化; 二是在产出既定的情况下, 如何使资源耗费达到最小化。

(3) 建立模型

所谓模型是研究者对客观现实经过思维抽象后, 用文字、图表、符号、关系式以及实体模样描述的所认识到的客观对象。它既可以表明作用与反作用的关系及其相互联系, 也可以反映因果之间的关系及其相互联系。因此, 模型的种类多样, 既可以是图像的, 也可以是符号的。如在直角坐标系中某种商品的需求曲线就是一个图像模型, 它预示着不同的价格水平与需求量之间的关系。损益表模型是企业经营者比较熟悉的另一种模型, 它是用一系列表格来表示的模型, 这种模型通过度量作业成绩的方式来概括公司在过去一段时间内的经营情况。损益表并不展示这一时间段中发生的每一个具体的经营活动, 它展示的仅仅是这一时间段中所有活动的净结果。人们感兴趣的、应用最多的, 一般是用图表形式、符号形式和数学形式表示的模型。之所以使用这些模型, 是由于它们简明、直观、精确, 不易误解, 也容易掌握。

对于一个用数学语言表示的模型, 它对应于特定的参数和关系式, 通过对这些参数或关系式的改变, 有助于对待决策问题作进一步的分析和研究。运筹学工作者所建立的模型, 必须是对问题与环境的真实反映。在模型的建立过程中需要掌握建立模型的技巧, 一般来说, 模型建立是实施运筹学项目中最关键、最重要的一部分, 也是最费时的一部分。

(4) 收集资料

模型一旦建成, 就要收集与这个模型有关的数据。数据的来源主要有三个方面, 一是保存完善的历史记录, 二是进行实验和收集实验的数据, 三是根据经验进行推测的结果。例如: 一所高等学校的教务处长在秋季开学前就要做一些准备工作, 而这些准备工作必须是基于掌握学生总数与结构、教师总数与结构、教学计划等一系列数据前提下进行的。显然, 这些数据中, 有些是历史的, 如教师总数与结构、教学计划等, 有些数据则是推测的, 如新生人数(报到率)等。

(5) 寻求问题的解并验证解的合理性

当收集完备有关数据后, 就要寻求模型的解答方法。为了能真实反映实际问题, 建立的模型一般都很复杂, 为了便于求解模型, 往往需要对模型进行简化。简化模型之后对问题的解, 意味着只在这些简化的约束条件下才有效, 因此, 有必要进一步验证解的合理性。通过改变模型参数, 可以了解解的变化范围。人们一般把这样的过程叫做灵敏度分析。

(6) 实施最优解

最后一步是运筹学工作者向管理部门提交研究结果,如工作描述、公司预算、资金筹划等。一项工作的描述,实际上是一个特定的人或人群在一定时期内完成特定工作任务的模型。在预算模型中,损益表是显示公司在未来特定阶段工作效能的模型;平衡表是显示公司财务状况的模型。

2. 管理运筹学在实践中的应用

我国运筹学的具体应用始于 1957 年,开始时仅应用在建筑业,随着我国运筹学研究的不断深入,从 1958 年开始,运筹学在交通运输、工业、农业、水利、邮电等行业得到了推广应用。特别是物资的调运方面,通过图上作业法,科学合理地解决了我国粮食等物资的调运问题,在实践中有力地证明了管理运筹学理论的科学性。到目前为止,运筹学在管理活动中的应用主要有如下几个方面。

(1) 市场销售

运筹学应用于市场销售主要涉及广告预算、媒介的选择、竞争性定价、新产品开发与销售计划的制订等方面。据报道,美国杜邦公司在 20 世纪 50 年代起就将运筹学应用于广告预算、产品定价和新产品的引入上。

(2) 生产计划

为适应波动的市场需求,需要从总体上确定产品产量及其组合、原材料的最佳存储及劳动力的合理配置等,这些主要运用了线性规划理论。

(3) 库存管理

运筹学应用于库存管理主要涉及物资库存的管理工作,包括多种物质的存储管理、单一物质的最佳存储规模。如停车场的大小、新增设备的容量等。

(4) 运输问题

运输包括空运、水运、公路运输、铁路运输、管道运输等。对于空中运输,将涉及飞行航班和飞行机组人员服务时间如何合理安排等问题;对于水运,将涉及船舶航运计划、港口装卸设备的配置和船舶到港后的运行安排等问题。

(5) 财政和会计

运筹学应用于财政和会计主要涉及预算、贷款、成本分析、定价、投资、证券管理、现金管理等。使用较多的运筹学方法有:统计分析、数学规划、决策分析、盈亏平衡点分析和价值分析等。

(6) 人事管理

运筹学应用于人事管理主要涉及六个方面:①人员的结构变化趋势和人员需求估计;②人员的开发,即进行教育和训练;③人员的配备,主要是各种指派问题;④各类人员的合理利用问题;⑤人才的评价,其中有如何测定一个人对组织、社会的贡献的问题;⑥薪酬问题,即工资和津贴的合理确定等。

(7) 设备维修、更新、选择和可靠性评价

确定设备维修的时间、方式;设备更新的时间;根据生产状况进行设备更新时的型号选择;设备维修或更新的技术与经济的综合评价。

(8) 工程的优化设计

工程的优化设计在建筑、机械和化工等领域应用较多,特别是在建筑业,不同的人员组

合意味着不同的成本,也意味着不同的工期;或者说,不同的人员组合意味着不同的工期,也意味着不同的效益。

(9) 城市管理

城市管理主要是各种紧急服务系统的设计和运用。如消防站、医疗急救站等站点的设立问题;城市垃圾的清扫、搬运和处理问题;城市供水和污水处理系统的规划问题,等等。

本章小结

运筹学的思想在我国古代就已经存在,但是运筹学作为一门学科则始于20世纪30年代。运筹学是应用分析、实验、量化的方法,对经济管理系统中的人力、物力和财力等资源进行统筹安排,为决策者提供有依据的最优方案,以实现最有效的管理方法。管理活动过程实际上是一系列的决策过程,因此,提高管理水平的关键是提高决策水平。运筹学在实际运用中要依据基本的决策程序,以做到决策的有效性。运筹学在许多领域得到了广泛的应用,提高了工作效率与效果,如城市管理、工程优化、人事管理等领域。随着运筹学研究的进一步深入与发展,运筹学在实际工作中的运用将会更加广泛。

复习思考题

1. 什么是运筹学?
2. 运筹学的发展过程是怎样的?
3. 运筹学在决策过程中的运用有哪些步骤?
4. 通过社会实践,了解某项工作(工程)应用运筹学的具体情形。

第2章 线性规划

学习目标

知识目标:

理解线性规划的含义; 掌握线性规划的应用方法; 理解灵敏度分析的定义、意义; 掌握敏感性分析的原理和方法。

能力目标:

能熟练建立一般线性规划问题的数学模型; 能用图解法求解一般线性规划问题; 能正确应用敏感性分析原理对线性规划问题的有关参数进行敏感性分析。

2.1 线性规划概述

关键词:

规划 Planning

线性规划 Linear Programming

在管理活动中, 每当有比较重大和复杂的问题需要决策时, 总是先要进行整体策划与规划, 然后制定方案, 最后优选方案。

策划就是在现有的人力、物力和财力等资源约束下, 更加合理地利用和调配这些有限的资源, 实现最优目的。最优目的一般可以表述为: 当耗费资源为一定时, 获得的收益最大; 或者说, 当获得收益一定时, 耗费的资源最少。规划就是使用某种数学方法使有限资源的利用达到最大化。线性规划是运筹学中的一个重要内容, 是目前规划理论中最成熟、应用也最广泛的一个分支。其研究内容就是有限资源的合理利用问题, 或者说是有限资源的调配问题, 主要包括两个方面。①当计划任务确定后, 如何统筹安排、精心筹划, 用最少的资源实现既定的目标任务。这种问题表现为寻求系统投入过程中的最小值问题。②在资源一定的情况下, 如何合理利用, 使利用效果达到最大。这种问题一般表现为寻求系统产出过程中的最大值问题。

当两个变量之间的关系是“直接”的比例关系时, 这两个变量的关系是一种线性关系, “直接”就是两者之间的比例是恒定的。例如: $y=f(x)$, y 与 x 是两个变量, f 是变量之间的关系, 即函数关系。如果这种关系是线性的, 则 $y=f(x)$ 在直角坐标系中就是一条直线。线性规划问题的最主要特征是模型中的数学函数都是线性函数。

线性规划已经成为现代科学管理的重要手段之一, 成为管理活动中进行决策的一个有效方法。下面是线性规划在管理实践中的典型应用。

(1) 线材利用问题

现有一批长度一定的线材, 由于生产的需要, 要求截出不同长度的线材若干。试问应如何下料, 才能既满足生产的需要, 又使耗费原材料(线材)的数量最少? 或者说使原材料的边角余料最少?

(2) 合理配料问题

现有若干种不同价格、不同成分含量的原料, 通过不同的配比混合能调配出各种不同价格、不同规格(成分含量)的产品。试问在原料供应量和单位产品利润一定的前提下, 如何调配才能获取最大利润?

(3) 资金投资问题

现有一定数额的资金和多种可行的资金投资方案, 并已知各种投资方案需要的资金数额和资金回报率。试问从不同的投资方案中如何优选投资方案组合, 才能确保资金在最大限度利用的情况下, 资金的投资综合回报率达到最大?

(4) 生产计划问题

现有一定的资源(人力、物力、财力等), 能生产若干种产品, 不同的产品要耗费不同的资源, 在单位产品获利一定的情况下, 如何制订生产计划, 才能充分合理地利用现有的人力、物力、财力等资源, 使企业获利最大?

(5) 劳动力安排问题

某项任务需要在规定的工作日内完成, 在不同的时间段(工作日)需要不同数量的劳动力。在每个劳动力日工作量一定的情况下如何调配劳动力, 才能既确保完成这项工作任务, 又能使劳动力的需求总量最少?

(6) 交通运输问题

假定一个公司在不同地区有若干生产分厂, 产品销售也分布在不同的地区。在产销平衡和单位产品运费一定的情况下, 试问根据各生产分厂的产量及各销售地区的销量, 应如何制定调运方案, 才能既满足各销售地区对产品的需求, 又能使总的运费达到最小?

所有这些问题, 都可以用线性规划的方法来加以解决。当然, 线性规划在管理上的应用远不止这些, 但通过这些例子可以看到线性规划问题有两个特点。①线性规划问题都可以归结为寻求数量上的最大化或最小化问题。如在列举的六个典型应用中, 线材利用问题是寻求使用原材料(线材)最少; 合理配料问题是寻求利润最大; 资金投资问题是寻求投资综合回报率最大。②线性规划最优目标的实现都有一定的约束条件, 即在约束条件下, 寻求数量上的最大化或最小化。生产计划问题的约束条件是资源有限; 劳动力问题的约束条件是工作任务在规定的时间内完成; 交通运输问题的约束条件是产品的产量与销量相等。通过对以上有关问题的分析与探讨, 可以把线性规划理解为: 在满足一组约束条件下, 寻求一组变量的值, 使目标函数达到最优解, 最终使决策目标达到最优。

2.2 线性规划的数学模型

关键词:

数学模型 Mathematical Model

目标函数 Objective Function

约束条件 Constraints

最优解 Optimal Solution

决策变量 Decision Variable

根据线性规划的概念可知,线性规划问题的模型结构完全取决于问题的本质,或者说,根据决策问题的含义就可以确定线性规划的模型结构。

2.2.1 线性规划的模型结构

根据线性规划定义,线性规划模型具有如下几个要素。

1. 变量

变量是指决策系统中或实际问题中有待确定的未知因素。未知因素可以分为可控因素和不可控因素,决策系统中的变量都属于可控因素。一般来说,这些可控因素对系统目标的实现及系统有关指标的完成起决定性的作用,因此,又称为决策变量。由于决策变量很多,一般用某个英文字符和阿拉伯数字做下标来表示。例如: X_1, X_2, X_3 表示三个不同的变量。决策变量的多少取决于所要研究问题的复杂程度和希望达到的控制程度。一般来讲,研究问题越复杂、希望达到的控制程度越高,则决策变量就会越多。

2. 目标函数

目标函数是决策者对决策问题目标的数学描述。线性规划问题的目标函数一般都表现为一个最值问题,不是最大值就是最小值。这要根据研究问题的客观实际,确定目标函数到底是最大值还是最小值。如果研究的问题是寻求产量最高、利润最大,则目标函数就一定表现为最大值;如果研究问题是寻求成本最低、费用最省、时间最少、距离最短,则目标函数就一定表现为最小值。

待决策问题的目标往往不是唯一的,如果待决策问题的目标存在多个,就属于多目标规划研究的内容。线性规划一般只解决单目标的决策问题。

3. 约束条件

约束条件是指实现目标的限制因素。一切问题的解决都有一些限制条件或限制因素,没有限制因素,就没有研究的必要。在生产经营领域,原材料的供应数量、设备的有效能力、劳动力提供量、资金与时间等都不可能是取之不尽、用之不竭的,这些就是生产经营活动的限制因素。在数学模型中,这些限制因素就是在解决问题时必须满足的基本条件,这些基本条件可以用不等式、等式表示。一般存在三种类型:大于或等于($\geq$)、等于(=)和小于或等于($\leq$)。

2.2.2 线性规划的建模步骤

应用线性规划解决实际问题时,一般有四个步骤。

1) 明确问题,确定目标函数。

2) 列出约束条件, 建立数学模型。

3) 收集资料, 模型求解。

4) 不断优化分析, 寻求最优结果。

下面通过例子来进一步说明线性规划的建模过程。

例 2-1 某工厂在计划期内要安排 I、II 两种产品的生产, 已知生产一单位产品 I 和一单位产品 II 所需要的设备台时数, 原材料 A、原材料 B 的消耗量以及资源限制总量, 如表 2-1 所示。假定该工厂每生产一单位产品 I 可获利 50 元, 每生产一单位产品 II 可获利 100 元。问在资源充分利用的前提下, 工厂应分别生产多少个产品 I 和产品 II, 才能使工厂的获利达到最大?

表 2-1

资 源	产 品 I	产 品 II	资 源 限 制
设备 (台时)	1	1	300
原料 A (千克)	2	1	400
原料 B (千克)	0	1	250

解: 这个问题的数学模型建立分以下三步。

(1) 设定决策变量

这是生产计划的安排问题, 工厂目前要决策的问题是生产多少个产品 I 和生产多少个产品 II, 如果用变量 x_1 、 x_2 来表示待决策的问题, 则称 x_1 和 x_2 为决策变量, 即: x_1 =产品 I 的生产数量, x_2 =产品 II 的生产数量。

(2) 确定目标函数

该问题的决策目标就是工厂实现最大利润, 设工厂所实现的利润为 Z , 则可以用决策变量 x_1 、 x_2 的线性函数来表示, 即:

$$\max Z=50x_1+100x_2$$

其中, $\max$ 为最大值符号 ($\min$ 为最小值符号)。

(3) 列出约束条件

根据题意, 产品 I 和产品 II 的产量约束于三种资源: 设备台时、原材料 A 和原材料 B。

对于设备台时, 存在约束条件:

$$x_1+x_2\leq 300$$

对于原材料 A, 存在约束条件:

$$2x_1+x_2\leq 400$$

对于原材料 B, 存在约束条件:

$$x_2\leq 250$$

除了上述约束外, 显然还应该有两个约束条件: $x_1\geq 0$, $x_2\geq 0$, 因为产品 I、产品 II 的产量都是不能取负值的。

综上所述, 就得到了例 2-1 的数学模型如下:

目标函数 $\max Z=50x_1+100x_2$