

高等学校经济管理类专业数学基础课程系列教材

高等数学及其应用

罗蕴玲 安建业 程伟 梁邦助 编著



高等教育出版社

HIGHER EDUCATION PRESS

高等学校经济管理类专业数学基础课程系列教材

高等数学及其应用

Gaodeng Shuxue jiqi Yingyong

罗蕴玲 安建业 程 伟 梁邦助 编著



高等教育出版社·北京
HIGHER EDUCATION PRESS BEIJING

图书在版编目 (CIP) 数据

高等数学及其应用/罗蕴玲等编著. —北京: 高等教育出版社, 2010. 8

ISBN 978-7-04-030075-8

I. ①高… II. ①罗… III. ①高等数学—高等学校—教材 IV. ①O13

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2010) 第 124237 号

策划编辑	马 丽	责任编辑	李晓鹏	封面设计	张 楠
责任绘图	尹文军	版式设计	王 莹	责任校对	金 辉
责任印制	朱学忠				

出版发行	高等教育出版社	购书热线	010-58581118
社 址	北京市西城区德外大街 4 号	咨询电话	400-810-0598
邮政编码	100120	网 址	http://www.hep.edu.cn http://www.hep.com.cn
经 销	蓝色畅想图书发行有限公司	网上订购	http://www.landrac.com http://www.landrac.com.cn
印 刷	保定市中国画美凯印刷有限公司	畅想教育	http://www.widedu.com
开 本	787 * 960 1/16	版 次	2010 年 8 月第 1 版
印 张	36.25	印 次	2010 年 8 月第 1 次印刷
字 数	680 000	定 价	44.60 元

本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题, 请到所购图书销售部门联系调换。

版权所有 侵权必究

物料号 30075-00

前 言

随着科学技术的迅速发展,数量分析已渗透到人文科学、社会科学和自然科学等各个领域,数学的重要性为社会所公认,数学的普及也越来越广泛。与此同时,由于计算机技术的普及与提高,繁难的数学计算、庞大的数据分析和抽象的数学推理已不再高不可攀,数学的应用也越来越深入。伴随着社会对人的素质要求的不断提高,数学素质教育已成为公民教育的必修课。

为适应新形势下社会发展的需要,作为天津市优秀教学团队的天津商业大学“大学数学基础课程教学团队”近年来一直致力于“信息技术与数学课程整合”这一教育教学改革问题的研究与实践,并取得了一些可喜的成果。为了深化教育教学改革的成果,团队教师编著了经济管理类本科专业数学基础课程教材,这套教材包括《高等数学及其应用》、《线性代数及其应用》和《概率统计及其应用》。

本套教材是天津市高等学校本科教学改革与质量建设研究计划重点项目“大学数学系列精品课程资源建设与共享机制的研究实践”(津教委高[2008]8号)的研究成果。教材内容涵盖了教育部数学基础课程教学指导分委员会对经济管理类各本科专业三门数学基础课程教学内容的全部要求,并力求体现以下特点:

1. 传统与现代融合

数学基础知识、多媒体技术、计算机应用软件三者有机融合。以数学为本,辅之多媒体技术使抽象概念可视化、静态图形动态化,辅之计算机应用软件使复杂计算窗口化,使过去靠手工难以完成的绘图、数据分析和模拟逼近等,可以轻松自如地实现。多媒体技术、计算机应用软件融入到数学基础知识学习中,调动了学生学习数学的兴趣,促进学生数学素质的提高。

2. 知识与能力并重

适时插入“停下来想一想”注释,通过设疑、提醒、警示、猜想、归纳、推广(条件与结论变更)、理清关系、总结思路等方法,或引出新的思考,或提出更深层次、更广范围的问题,把对内容的理解引向深入,让学生回味和联想,帮助学生掌握知识重点、领会问题本质,引导学生自觉思考,开拓学生的思路和视野,启迪学生发现、分析和解决问题,激发学生的求知欲,培养学生的创新意识和自主学习能力。

3. 理论与应用兼备

理论的准确理解是实际正确应用的基础,实际应用又是对理论理解的深化。教材以实际问题为背景,将数学建模思想融入其中。在概念阐述上,做到通俗易懂,举例贴近生活;在理论阐述上,做到讲清楚数学思想和原理,讲明白应用的条件、方法和结果(解释);在应用案例上,做到生活化、大众化、科学化,力求使学生消除对数学的陌生感、抽象感、恐惧感,树立学生学好数学、用好数学的信心。

4. 基础与提高共存

例题选择做到少而精,重在有代表性,重在对概念的理解掌握和思维方法的培养。教材习题配置做到数量适宜、难度合理、循序渐进,每节后习题分为A、B两组。A组是基本题,是对课程的基本要求,要求学生必须完成;B组是提高题,大部分题目来自历届全国硕士研究生入学考试,是为学有余力的学生准备的,重在综合性,力求通过这些习题加深和拓广教材内容,帮助学生提高综合运用所学知识的能力。此外,习题中有意识地增加了图形题和实际应用题(部分题目需要用计算机来完成),使学生感到数学这门课学了有用、学了会用。

本套教材融入软件,突出技能,实用性强,内容可视化——让学生不再因抽象而烦恼;计算机软件化——让学生不再被繁难所困扰;方法现实化——让学生不再因不知其用而厌学。

本套教材在“做中学、学中悟、悟中醒、醒中行”方面做了有益的尝试。教材中涉及的教学演示实验可在“天津市大学数学精品资源网”下载,也可与作者联系获取,作者的电子邮箱是:yunlingluo@126.com。

天津市教育委员会高教处的领导对本项目的研究给予了热心的指导和资助,在他们的关心和支持下,教学改革得以深化,教学资源得以共研、共建、共享、共赢。全国高等学校教学研究中心、高等教育出版社的同志对本书的出版给予了热情的支持。在此,我们一并致以诚挚的感谢。

天津商业大学理学院长期从事经济管理类专业高等数学课程教学建设的老师们在项目的教学研讨和实践中付出了辛勤劳动,其中王玉玲、李美凤、徐立和王秀红老师还为本书的习题配备了答案,正是由于他们的积极支持和鼓励才使我们以充沛的精力完成了本书的编著工作。在此,向他们致以诚挚的谢意。

我们期盼本套教材能为广大读者带来学数学的轻松、做数学的快乐和用数学的效益。同时,热情欢迎广大读者提出批评与建议,让我们共同为持续提高数学课程的教学质量、发挥数学课程在人才培养中的作用而不懈努力。

编著者

2010.03.18

目 录

第 1 章 函数与模型	1
第 1.1 节 函数的概念及基本性质	1
1. 函数的基本概念	1
2. 反函数	6
3. 函数的基本性质	8
习题 1.1(A)	11
习题 1.1(B)	12
第 1.2 节 常见函数	12
1. 基本初等函数	13
2. 常见函数	15
3. 初等函数	20
习题 1.2(A)	21
习题 1.2(B)	22
第 1.3 节 函数模型及其应用	22
1. 数学模型的概念	22
2. 应用范例	23
习题 1.3(A)	28
第 1.4 节 Mathematica 软件应用	29
1. Mathematica 软件简介	29
2. Mathematica 软件中的函数	36
3. Mathematica 作二维图形	40
4. 技能训练.....	44
第 2 章 极限与连续	47
第 2.1 节 函数的极限	47
1. 引例	47
2. 函数的极限.....	50
习题 2.1(A)	58
第 2.2 节 函数极限的性质及运算法则	59

1. 函数极限的性质	59
2. 极限的运算法则	59
3. 极限存在准则和两个重要极限	66
4. 再谈无穷小量	72
习题 2.2(A)	77
习题 2.2(B)	78
第 2.3 节 经济管理中的例子	79
1. 复利与贴现	79
2. 蛛网模型	81
习题 2.3(A)	84
第 2.4 节 函数极限的精确定义	84
习题 2.4(A)	89
习题 2.4(B)	89
第 2.5 节 函数的连续性	90
1. 函数的连续性	90
2. 函数的间断点	93
3. 连续函数的运算性质	95
4. 闭区间上连续函数的性质	97
习题 2.5(A)	100
习题 2.5(B)	101
第 2.6 节 Mathematica 软件应用	101
1. 讨论一元函数的极限与连续	101
2. 技能训练	103
第 3 章 导数与微分	106
第 3.1 节 导数的概念	106
1. 瞬时速度、切线斜率及其他变化率	106
2. 导数的概念	109
3. 可导性与连续性的关系	115
习题 3.1(A)	116
习题 3.1(B)	117
第 3.2 节 求导法则	118
1. 基本初等函数的导数	118
2. 函数和、差、积、商的求导法则	122
3. 复合函数的求导法则	125

4. 隐函数求导法则	128
5. 参数方程的求导法则	132
习题 3.2(A)	134
习题 3.2(B)	135
第 3.3 节 微分	136
1. 线性化	136
2. 微分的概念	138
3. 微分的运算法则	142
4. 微分在近似计算中的应用	144
习题 3.3(A)	146
习题 3.3(B)	146
第 3.4 节 经济中的例子	147
1. 边际	147
2. 弹性	149
3. 增长率	152
习题 3.4(A)	152
第 3.5 节 Mathematica 软件应用	153
1. 求一元函数的导数与微分	153
2. 技能训练	155
第 4 章 中值定理与导数的应用	158
第 4.1 节 中值定理	158
1. 罗尔定理	158
2. 拉格朗日中值定理	161
3. 柯西中值定理	164
习题 4.1(A)	165
习题 4.1(B)	166
第 4.2 节 洛必达法则	166
1. $\frac{0}{0}$ 型未定式	167
2. $\frac{\infty}{\infty}$ 型未定式	168
3. 其他类型未定式	170
习题 4.2(A)	172
习题 4.2(B)	172
第 4.3 节 泰勒公式	173

习题 4.3(A)	178
习题 4.3(B)	178
第 4.4 节 函数的单调性与极值	179
1. 函数单调性的判别法	179
2. 函数极值的求法	182
3. 函数最值的求法	185
习题 4.4(A)	186
习题 4.4(B)	186
第 4.5 节 凹凸性与函数作图	187
1. 曲线的凹凸性及拐点	188
2. 来源于导数的函数图形的特征	191
3. 函数作图	192
习题 4.5(A)	197
习题 4.5(B)	198
第 4.6 节 最优化问题	198
习题 4.6(A)	203
习题 4.6(B)	204
第 4.7 节 Mathematica 软件应用	204
1. 一元函数的极值与最值	204
2. 技能训练	206
第 5 章 积分	208
第 5.1 节 定积分的概念及基本性质	208
1. 距离问题和面积问题	208
2. 定积分的定义	213
3. 定积分的几何意义	215
4. 定积分的基本性质	216
习题 5.1(A)	222
习题 5.1(B)	223
第 5.2 节 微积分基本定理	223
1. 微积分第一基本定理	223
2. 原函数与不定积分	226
3. 微积分第二基本定理	232
习题 5.2(A)	234
习题 5.2(B)	235

第 5.3 节 基本积分法	236
1. 换元积分法	236
2. 分部积分法	251
3. 有理函数的积分	254
习题 5.3(A)	256
习题 5.3(B)	257
第 5.4 节 定积分的近似计算	258
习题 5.4(A)	261
第 5.5 节 反常积分	261
1. 无穷限积分	262
2. 瑕积分	265
习题 5.5(A)	267
习题 5.5(B)	268
第 5.6 节 Mathematica 软件应用	268
1. 求不定积分	268
2. 定积分的计算	269
3. 反常积分的计算	270
4. Γ 函数的计算	271
5. 技能训练	271
第 6 章 定积分的应用	273
第 6.1 节 定积分的微元法	273
第 6.2 节 定积分在几何学中的应用	274
1. 平面图形的面积	274
2. 求旋转体的体积	277
习题 6.2(A)	279
习题 6.2(B)	279
第 6.3 节 定积分在经济学和管理学中的应用	280
1. 净增长问题	280
2. 投资问题	281
3. 社会收入分配问题	283
习题 6.3(A)	284
习题 6.3(B)	285
第 6.4 节 定积分在概率中的应用	285
第 6.5 节 Mathematica 软件应用	288

1. 积分的计算	288
2. 技能训练	289
第 7 章 向量代数与空间解析几何	291
第 7.1 节 空间直角坐标系	291
1. 空间直角坐标系的建立	291
2. 空间内点的坐标	292
3. 空间中两点间的距离	293
习题 7.1(A)	294
习题 7.1(B)	295
第 7.2 节 向量代数	295
1. 向量的概念	295
2. 向量的线性运算	296
3. 向量的坐标	297
4. 向量的数量积与向量积	300
习题 7.2(A)	306
习题 7.2(B)	307
第 7.3 节 空间中的平面和直线	307
1. 平面及其方程	307
2. 空间直线的方程	311
习题 7.3(A)	314
习题 7.3(B)	315
第 7.4 节 常见的曲面与空间曲线	315
1. 常见的二次曲面	315
2. 空间曲线	321
3. 空间曲线在坐标平面上的投影	322
习题 7.4(A)	323
习题 7.4(B)	324
第 7.5 节 Mathematica 软件应用	324
1. 向量数量积与向量积的计算	324
2. 空间中曲面的画法	325
3. 空间中曲线的画法	328
4. 技能训练	330
第 8 章 多元函数微分学	332
第 8.1 节 多元函数的概念	332

1. 平面点集	333
2. 二元函数的定义	334
3. 二元函数的图形	336
习题 8.1(A)	337
习题 8.1(B)	337
第 8.2 节 二元函数的极限与连续	338
1. 二元函数的极限	338
2. 二元函数的连续性	340
习题 8.2(A)	341
习题 8.2(B)	342
第 8.3 节 多元函数的偏导数	342
1. 偏导数的概念	343
2. 复合函数的偏导数	346
3. 隐函数的偏导数	349
4. 高阶偏导数	351
习题 8.3(A)	353
习题 8.3(B)	354
第 8.4 节 全微分	355
1. 全微分的概念	355
2. 二元函数可微、偏导数存在及连续之间的关系	356
3. 一阶全微分形式的不变性	359
4. 全微分在近似计算中的应用	360
习题 8.4(A)	361
习题 8.4(B)	361
第 8.5 节 多元函数微分学的应用	362
1. 空间曲面的切平面与法线	362
2. 偏导数在弹性分析中的应用	363
3. 多元函数的极值与最值	365
4. 经济函数优化问题	372
5. 最小二乘法	374
习题 8.5(A)	377
习题 8.5(B)	378
第 8.6 节 Mathematica 软件应用	378
1. 绘制二元函数的图形	379
2. 求多元函数的偏导数与全微分	379

3. 多元函数的极值与条件极值	381
4. 技能训练	383
第 9 章 重积分	385
第 9.1 节 二重积分的概念与性质	385
1. 曲顶柱体的体积	385
2. 二重积分的定义	387
3. 二重积分的几何意义	388
4. 二重积分的性质	388
习题 9.1(A)	390
习题 9.1(B)	390
第 9.2 节 二重积分的计算	391
1. 在直角坐标系下二重积分的计算	391
2. 在极坐标系下二重积分的计算	397
习题 9.2(A)	401
习题 9.2(B)	401
第 9.3 节 反常二重积分与三重积分简介	402
1. 反常二重积分	402
2. 三重积分	405
习题 9.3(A)	407
习题 9.3(B)	408
第 9.4 节 二重积分应用	408
1. 空间立体的体积	408
2. 平面薄片的质量	409
习题 9.4(A)	411
习题 9.4(B)	411
第 9.5 节 Mathematica 软件应用	411
1. 计算二重积分、反常二重积分及三重积分	411
2. 技能训练	413
第 10 章 无穷级数	415
第 10.1 节 常数项级数的概念和性质	415
1. 常数项级数的概念	415
2. 常数项级数的性质	418
3. 级数收敛的必要条件	419

习题 10.1(A)	420
习题 10.1(B)	422
第 10.2 节 正项级数	422
1. 正项级数及其收敛准则	422
2. 正项级数审敛法	423
习题 10.2(A)	428
习题 10.2(B)	429
第 10.3 节 任意项级数	430
1. 交错级数及其审敛法	430
2. 绝对收敛与条件收敛	432
习题 10.3(A)	434
习题 10.3(B)	435
第 10.4 节 幂级数	436
1. 函数项级数的基本概念	436
2. 幂级数及其收敛性	437
3. 幂级数的运算	441
习题 10.4(A)	445
习题 10.4(B)	445
第 10.5 节 函数展开成幂级数	446
1. 泰勒级数及函数展开成幂级数的方法	446
2. 幂级数的简单应用	451
习题 10.5(A)	452
习题 10.5(B)	452
第 10.6 节 Mathematica 软件应用	453
1. 数项级数的敛散性	453
2. 求函数项级数的和函数	454
3. 函数的幂级数展开式	455
4. 技能训练	456
第 11 章 微分方程	458
第 11.1 节 微分方程的基本概念	458
1. 引例	458
2. 微分方程的基本概念	459
习题 11.1(A)	461
习题 11.1(B)	462

第 11.2 节 一阶微分方程	462
1. 可分离变量方程	462
2. 一阶线性微分方程	467
3. 伯努利方程	470
习题 11.2(A)	471
习题 11.2(B)	473
第 11.3 节 二阶微分方程	474
1. 可降阶的二阶微分方程	474
2. 二阶线性微分方程	477
习题 11.3(A)	485
习题 11.3(B)	486
第 11.4 节 Mathematica 软件应用	487
1. 求解一阶、二阶微分方程	487
2. 技能训练	488
第 12 章 差分方程	491
第 12.1 节 差分与差分方程的概念	491
1. 差分的概念与性质	491
2. 差分方程的基本概念	494
3. 常系数线性差分方程及其解的结构	495
习题 12.1(A)	497
习题 12.1(B)	497
第 12.2 节 一阶常系数线性差分方程	498
1. 一阶常系数齐次线性差分方程的通解	498
2. 一阶常系数非齐次线性差分方程的通解	499
习题 12.2(A)	504
习题 12.2(B)	504
第 12.3 节 二阶常系数线性差分方程	505
1. 二阶常系数齐次线性差分方程的通解	505
2. 二阶常系数非齐次线性差分方程的通解	507
习题 12.3(A)	509
习题 12.3(B)	510
第 12.4 节 差分方程在经济中的应用	510
1. 存贷款问题	510
2. 动态经济系统的蛛网模型	512

3. 价格与库存模型	514
4. 国民收入的稳定性问题	515
习题 12.4(A)	516
第 12.5 节 Mathematica 软件应用	517
1. 差分的计算	517
2. 求解一阶常系数差分方程	518
3. 技能训练	518
附录 I 常用的三角函数恒等式	520
附录 II 对数函数运算性质	521
附录 III 极坐标	522
附录 IV 二阶和三阶行列式的计算	524
习题答案与提示	526
参考文献	559

第 1 章 函数与模型

抽象产生提高,它可以帮助我们认识一些本质的东西,产生新的研究课题及成果;抽象便于推广,它可以使我们把一些不同领域的对象放在一起研究,并且将一个领域的突破推广到另一个领域.

函数是学习高等数学的基础,在中学我们已经学习过函数的概念.本章我们复习函数是什么,考察高等数学中常用的主要函数以及如何从客观事物中,通过抽象出函数关系建立数学模型的方法解决实际问题.

第 1.1 节 函数的概念及基本性质

1. 函数的基本概念

函数的概念是运动变化和对立统一等观点在数学中的具体体现.在生活中我们经常和“函数”打交道,经常利用“函数”的思想去分析、推理、表达事物之间的关系,只不过有时我们没有意识到这个名词罢了.下面我们先看几个具体的例子.

例 1.1.1 设有一球,其半径为 R , 则其体积 V 与半径 R 有如下关系:

$$V = \frac{4}{3}\pi R^3$$

例 1.1.2 设 x 为某商品的销售量, p 为该商品的销售单价,则销售收入 R 与销售量 x 有如下关系:

$$R = px$$

例 1.1.3 在国际上通常用恩格尔系数(恩格尔系数 = 食物支出金额/总支出金额)来反映一个国家人民的生活质量,根据联合国粮农组织的标准划分:恩格尔系数在 60% 以上为贫困,在 50% ~ 59% 为温饱,在 40% ~ 49% 为小康,在 30% ~ 39% 为富裕,在 30% 以下为最富裕.下表是我国 1989 年以来城镇居民的恩格尔系数变化情况.

时间(年)	恩格尔系数(%)	时间(年)	恩格尔系数(%)
1989	54.5	1991	53.8
1990	54.2	1992	53.0