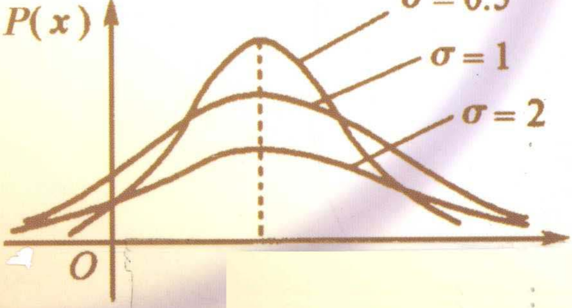
农林类高职高专基础课系列教材

高等数学学习指导（下册）

谢厚桂　徐文智　张青娥　主编

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots + a_{2n}x_n = b_2 \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \cdots + a_{mn}x_n = b_m \end{cases}$$

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{k} \frac{(v_i - np_i)^2}{np_i}$$



中国林业出版社

图书在版编目（CIP）数据

高等数学学习指导．下册/谢厚桂，徐文智，张青娥主编．—北京：中国林业出版社，2004.3

（农林类高职高专基础课系列教材）

ISBN 7-5038-3737-3

Ⅰ．高…　Ⅱ．①谢…②徐…③张…　Ⅲ．高等数学—高等学校：技术学校—教学参考资料　Ⅳ．O13

中国版本图书馆CIP数据核字（2004）第018941号

出版　中国林业出版社（100009　北京西城区刘海胡同7号）

E-mail：cfphz@public.bta.net.cn　电话：66184477

发行　中国林业出版社

印刷　北京林业大学印刷厂

版次　2004年3月第1版

印次　2004年3月第1次

开本　787mm×960mm　1/16

印张　14

字数　260千字

印数　1～4000册

定价　20.00元

《高等数学学习指导（下册）》
编委名单

主　编　谢厚桂　徐文智　张青娥

副主编　郝建民　王志武　马建国

编　者　（按姓氏笔画排序）

马建国　王志武　李　均　张青娥　张勤英
张淑密　郑瑞根　郝建民　徐文智　耿相月
聂淑媛　宿炳林　谢厚桂　焦淑芬

前　言

本书是《高等数学》（下册）的配套用书。编写的目的是在加强课堂教学的同时加大课外教学的力度，使学生更好地掌握高等数学知识、为专业服务。本书可帮助学生“循环复习，强化记忆，巩固提高，掌握方法，熟练应用和提高能力”。

本书分上下两篇，其中上篇共五章，下篇共八章，分别对应教材各章节。各章包括：本章小节、典型例题解答、练习题、自测题、参考答案及难点提示。每章小节指出了学习该章的基本要求、内容提要和学习建议，可供学生自查、总结之用；精心选取的典型例题，分析解答，重点突出解题的思想方法，有利于培养学生分析问题、解决问题的能力和创新精神；练习题可使学生进一步巩固学习成果；自测题能及时检查学习情况，准确反映学习效果。练习题和自测题均有参考答案。另外，书末还附有综合练习题，已备期末综合复习之用。

本书可供农林类或综合类高等职业学校、成人高校、高等专科学校及本科院校举办的二级职业技术学院专科或本科学生之用，也可作为“专升本”和自学高等数学者的参考用书。

本书由谢厚桂、徐文智、张青娥主编。参加本书上篇编写的有：福建林业职业技术学院郑瑞根（第一章），甘肃林业职业技术学院徐文智（第二、三章），山东农业大学科技学院谢厚桂（第四章）、李均（第五章），参加本书下篇编写的有：山西农业大学科技学院谢厚桂（第一章）、郝建民与耿相月（第二、三章）、王志武与张勤英（第四、五、八章），河南科技大学林业职业学院张青娥、马建国（第六、七章）。全书最后由谢厚桂修改、统纂、定稿。另外，山西林业职业技术学院宿炳林、张淑密、山西金融技术学院焦淑芬参加了部分章节的编写。

本书在编写过程中参考了国内外同行的有关著作和研究成果，并得到了山东农业大学科技学院、河南科技大学林业职业学院、甘肃林业职业技术学院和福建林业职业技术学院教务处以及山东农业大学信息工程学院数学系有关专家

的大力支持，该书的出版还得益于中国林业出版社的精心策划和通力合作，在此一并表示衷心的感谢。

本书尽管经过多次调整、修改，但因篇幅限制，尚不能完全满足读者需要，或有其他不足之处，敬请读者见谅。

编 者

2004年2月

目　录

第一篇　线性代数

第一篇　线性代数

第一章　行列式

一、小　　结

(一)基本要求

1. 理解行列式的定义、性质，掌握余子式、代数余子式的概念，熟练掌握行列式的计算。

2. 理解克拉默(Cramer)法则及齐次线性方程组有非零解的必要条件，会用克拉默法则解线性方程组。

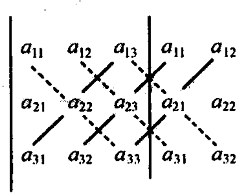
(二)内容提要

1. 二阶和三阶行列式

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}$$

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = a_{11}a_{22}a_{33} + a_{12}a_{23}a_{31} + a_{13}a_{21}a_{32} - a_{13}a_{22}a_{31} - a_{11}a_{23}a_{32} - a_{12}a_{21}a_{33}$$

常用的对角线方法：



行列式的值为位于三条实线上的三元素的乘积冠以“＋”号，位于三条虚线上的三元素的乘积冠以“－”号，然后把六个乘积加起来。

2. 行列式的展开

(1)余子式、代数余子式：

把行列式中元素a_{ij}所在的行(即第i行)和列(即第j列)的元素都划去，剩下的元素按原次序所构成的新行列式称为a_{ij}的余子式，记为M_{ij}，M_{ij}再乘以$(-1)^{i+j}$称为a_{ij}的代数余子式，记为A_{ij}，即$A_{ij}=(-1)^{i+j}M_{ij}$。

(2)行列式的展开：

行列式D的值等于它的任意一行(列)的各元素与其对应的代数余子式乘积之和。以三阶行列式为例，即：

$$D=\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}=\sum_{i=1}^{3}a_{ij}A_{ij}=\sum_{j=1}^{3}a_{ij}A_{ij}$$

$(i=1,2,3;j=1,2,3)$

(3)结论：

行列式D的某行(列)的元素与另一行(列)对应元素的代数余子式乘积之和等于零。以三阶行列式为例，即

$$a_{i1}A_{j1}+a_{i2}A_{j2}+a_{i3}A_{j3}=0 \quad (i\neq j)$$

$$a_{1i}A_{1j}+a_{2i}A_{2j}+a_{3i}A_{3j}=0 \quad (i\neq j)$$

3. n阶行列式

定义：由n^2(n为正整数)个元素组成的记号

$$D=\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix}$$

称为n阶行列式。它是一个算式，基值为：

$$D=a_{i1}A_{i1}+a_{i2}A_{i2}+\cdots+a_{in}A_{in}=\sum_{j=1}^{n}a_{ij}A_{ij}$$

$$=a_{1j}A_{1j}+a_{2j}A_{2j}+\cdots+a_{nj}A_{nj}=\sum_{i=1}^{n}a_{ij}A_{ij}$$

4. 行列式的性质

转置行列式：将行列式D的行与相应的列互换后得到的新行列式，称为D的转置行列式，记作D^T。

(1)行列式与它的转置行列式相等。即

$$D=D^T$$

(2)互换行列式中的任意两行(列),行列式改变符号。以行为例(下同)即

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{i1} & a_{i2} & \cdots & a_{in} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{j1} & a_{j2} & \cdots & a_{jn} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix} = -\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{j1} & a_{j2} & \cdots & a_{jn} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{i1} & a_{i2} & \cdots & a_{in} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix}$$

(3)如果行列式中两行(列)的对应元素相同,则此行列式为零。即

$$\begin{array}{r} \\ \\ 第\,i\,行 \\ \\ 第\,j\,行 \\ \\ \\ \end{array} \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{i1} & a_{i2} & \cdots & a_{in} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{i1} & a_{i2} & \cdots & a_{in} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix} = 0$$

(4)如果行列式中有一行(列)元素全为零,则这个行列式等于零,即

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{i1} & a_{i2} & \cdots & a_{in} \\ 0 & 0 & & 0 \\ a_{i+2,1} & a_{i+2,2} & \cdots & a_{i+2,n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix} = 0$$

(5)把行列式的某一行(列)的每个元素同乘以数 k,就等于以数 k 乘以该行列式。即

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ ka_{i1} & ka_{i2} & \cdots & ka_{in} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix} = k\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{i1} & a_{i2} & \cdots & a_{in} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix}$$

(6)行列式中的某一行(列)的每一个元素如果可以写成两项之和 $a_{ij}=b_{ij}+c_{ij}(i,j=1,2,\cdots,n)$,则此行列式等于两个行列式之和;其中,这两个行列式的第 i 行(列)的元素分别是 $b_{i1},b_{i2},\cdots,b_{in}$ 和 $c_{i1},c_{i2},\cdots,c_{in}$,其它各行的元素与原行列式相应各行的元素相同。即

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ b_{i1}+c_{i1} & b_{i2}+c_{i2} & \cdots & b_{in}+c_{in} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ b_{i1} & b_{i2} & \cdots & b_{in} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ c_{i1} & c_{i2} & \cdots & c_{in} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix}$$

(7)以数 k 乘行列式的某行(列)的所有元素,然后加到另一行(列)的对应元素上,则行列式的值不变。即

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{i1} & a_{i2} & \cdots & a_{in} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{j1}+ka_{i1} & a_{j2}+ka_{i2} & \cdots & a_{jn}+ka_{in} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{i1} & a_{i2} & \cdots & a_{in} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{j1} & a_{j2} & \cdots & a_{jn} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix}$$

5. 克拉默(Cramer)法则

(1)法则

设
$$\begin{cases} a_{11}x_1+a_{12}x_2+\cdots+a_{1n}x_n=b_1 \\ a_{21}x_1+a_{22}x_2+\cdots+a_{2n}x_n=b_2 \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ a_{n1}x_1+a_{n2}x_2+\cdots+a_{nn}x_n=b_n \end{cases} \tag{1}$$

$$D=\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix}$$

$$D_j=\begin{vmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1j-1} & b_1 & a_{1,j+1} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & \cdots & a_{2j-1} & b_2 & a_{2,j+1} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & & \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & \cdots & a_{nj-1} & b_n & a_{n,j+1} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix}$$

若线性方程组(1)的系数行列式 $D\neq0$，则存在惟一解

$$x_1=\frac{D_1}{D},x_2=\frac{D_2}{D},\cdots,x_n=\frac{D_n}{D}$$

(2)齐次线性方程组有非零解的必要条件

设
$$\begin{cases}a_{11}x_1+a_{12}x_2+\cdots+a_{1n}x_n=0\\a_{21}x_1+a_{22}x_2+\cdots+a_{2n}x_n=0\\\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\\a_{n1}x_1+a_{n2}x_2+\cdots+a_{nn}x_n=0\end{cases}\qquad(2)$$

若齐次线性方程组(2)的系数行列式不等于零，则它只有零解。即只有解

$$x_1=x_2=\cdots=x_n=0$$

可知，要使齐次线性方程组(2)有非零解，则其系数行列式必须为零。

(三)学习建议

本章主要讨论了行列式的定义、性质和计算，同时讨论了行列式在解线性方程组中的应用。

掌握行列式的概念、性质和计算是本章的主要任务。如果能很好地理解、掌握行列式的概念和性质，就能提高行列式的计算能力。反之，如果能多做习题，又能加深、巩固对行列式的概念、性质的理解和掌握。因此，在理解掌握行列式的概念、性质的基础上，应加强解题训练。

二、典型例题解答

本章计算行列式主要方法有：利用性质将行列式化为三角形行列式；利用性质和按一行(列)展开，将阶数较高的行列式化为阶数较低的行列式。另外是用克拉默法则求线性方程组的解。

记号：

kr_i+r_j 表示用数 k 乘第 i 行加到第 j 行的对应元素；

kc_i+c_j 表示用数 k 乘第 i 列加到第 j 列的对应元素；

$r_i\leftrightarrow r_j$ 表示第 i 行与第 j 行对调；

$c_i\leftrightarrow c_j$ 表示第 i 列与第 j 列对调。

例 1　求三阶行列式 $\begin{vmatrix}2&-1&2\\3&4&1\\2&-6&5\end{vmatrix}$ 的值。

解　直接用“对角线法则”可得

$$\begin{vmatrix} 2 & -1 & 2 \\ 3 & 4 & 1 \\ 2 & -6 & 5 \end{vmatrix} = 2\times4\times5+(-1)\times1\times2+2\times3\times(-6)-2\times4\times2-2\times1\times(-6)-(-1)\times3\times5=13$$

例 2 计算行列式 $\begin{vmatrix} 1 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & 1 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 1 & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 1 \end{vmatrix}$ 的值。

解 利用性质把行列式化为三角形行列式

$$\begin{vmatrix} 1 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & 1 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 1 & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 1 \end{vmatrix} = \left(\frac{1}{2}\right)^4 \begin{vmatrix} 2 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 2 \end{vmatrix} \xlongequal[c_2+c_1]{\substack{c_4+c_1 \\ c_3+c_1}} \frac{1}{16} \begin{vmatrix} 5 & 1 & 1 & 1 \\ 5 & 2 & 1 & 1 \\ 5 & 1 & 2 & 1 \\ 5 & 1 & 1 & 2 \end{vmatrix}$$

$$= \frac{5}{16} \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 2 \end{vmatrix} \xlongequal[-r_1+r_4]{\substack{-r_1+r_2 \\ -r_1+r_3}} \frac{5}{16} \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} = \frac{5}{16}$$

例 3 写出行列式 $\begin{vmatrix} 1 & 0 & 5 & -4 \\ 15 & -9 & 6 & 13 \\ -2 & 3 & 12 & 7 \\ 10 & -14 & 8 & 11 \end{vmatrix}$ 的元素 a_{32} 和 a_{24} 的代数余子式。

解 因为元素 a_{32} 的余子式为

$$M_{32} = \begin{vmatrix} 1 & 5 & -4 \\ 15 & 6 & 13 \\ 10 & 8 & 11 \end{vmatrix}$$

所以 a_{32} 的代数余子式是

$$A_{32} = (-1)^{3+2} M_{32} = -\begin{vmatrix} 1 & 5 & -4 \\ 15 & 6 & 13 \\ 10 & 8 & 11 \end{vmatrix}$$

元素 a_{24}的代数余子式是

$$A_{24}=(-1)^{2+4}\begin{vmatrix}1&0&5\\-2&3&12\\10&-14&8\end{vmatrix}=\begin{vmatrix}1&0&5\\-2&3&12\\10&-14&8\end{vmatrix}\longrightarrow\begin{vmatrix}1&0&5\\-2&3&12\\10&-14&8\end{vmatrix}$$

例 4　按第一行展开行列式 $\begin{vmatrix}2&1&2\\-4&3&1\\2&3&5\end{vmatrix}$，并求其值。

解　因为

$$A_{11}=(-1)^{1+1}M_{11}=\begin{vmatrix}3&1\\3&5\end{vmatrix}=12$$

$$A_{12}=(-1)^{1+2}M_{12}=-\begin{vmatrix}-4&1\\2&5\end{vmatrix}=22$$

$$A_{13}=(-1)^{1+3}M_{13}=\begin{vmatrix}-4&3\\2&3\end{vmatrix}=-18$$

所以 $\begin{vmatrix}2&1&2\\-4&3&1\\2&3&5\end{vmatrix}=a_{11}A_{11}+a_{12}A_{12}+a_{13}A_{13}=2\times12+1\times22+2\times(-18)=10$

例 5　计算行列式 $\begin{vmatrix}3&1&-1&0\\5&1&3&-1\\2&0&0&1\\0&-5&3&1\end{vmatrix}$

解

$$\begin{vmatrix}3&1&-1&0\\5&1&3&-1\\2&0&0&1\\0&-5&3&1\end{vmatrix}\xlongequal{-2c_4+c_1}\begin{vmatrix}3&1&-1&0\\7&1&3&-1\\0&0&0&1\\-2&-5&3&1\end{vmatrix}$$

$$=(-1)^{3+4}\times1\times\begin{vmatrix}3&1&-1\\7&1&3\\-2&-5&3\end{vmatrix}\xlongequal[3r_1+r_3]{3r_1+r_2}\begin{vmatrix}3&1&-1\\16&4&0\\7&-2&0\end{vmatrix}$$

$$=(-1)^{1+3}\times(-1)\times\begin{vmatrix}16&4\\7&-2\end{vmatrix}=-60$$

例 6　证明

$$\begin{vmatrix}a_{11}&a_{12}&c_{11}&c_{12}\\a_{21}&a_{22}&c_{21}&c_{22}\\0&0&b_{11}&b_{12}\\0&0&b_{21}&b_{22}\end{vmatrix}=\begin{vmatrix}a_{11}&a_{12}\\a_{21}&a_{22}\end{vmatrix}\cdot\begin{vmatrix}b_{11}&b_{12}\\b_{21}&b_{22}\end{vmatrix}$$

证：$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & c_{11} & c_{12} \\ a_{21} & a_{22} & c_{21} & c_{22} \\ 0 & 0 & b_{11} & b_{12} \\ 0 & 0 & b_{21} & b_{22} \end{vmatrix} = a_{11}\begin{vmatrix} a_{22} & c_{21} & c_{22} \\ 0 & b_{11} & b_{12} \\ 0 & b_{21} & b_{22} \end{vmatrix} - a_{21}\begin{vmatrix} a_{12} & c_{11} & c_{12} \\ 0 & b_{11} & b_{12} \\ 0 & b_{21} & b_{22} \end{vmatrix}$

$$= a_{11}a_{22}\begin{vmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{vmatrix} - a_{21}a_{12}\begin{vmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{vmatrix}$$

$$= (a_{11}a_{22} - a_{21}a_{12})\begin{vmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{vmatrix}$$

$$= \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{vmatrix}$$

一般地有：

$$\begin{vmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1k} & c_{11} & \cdots & c_{1r} \\ \vdots & & \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{k1} & \cdots & a_{kk} & c_{k1} & \cdots & c_{kr} \\ \vdots & & \vdots & \vdots & & \vdots \\ 0 & \cdots & 0 & b_{11} & \cdots & b_{1r} \\ \vdots & & \vdots & \vdots & & \vdots \\ 0 & \cdots & 0 & b_{r1} & \cdots & b_{rr} \end{vmatrix}$$

$$= \begin{vmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1k} \\ \vdots & & \vdots \\ a_{k1} & \cdots & a_{kk} \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} b_{11} & \cdots & b_{1r} \\ \vdots & & \vdots \\ b_{r1} & \cdots & b_{rr} \end{vmatrix}$$

例 7 计算行列式 $\begin{vmatrix} 5 & 6 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 5 & 6 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 5 & 6 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 5 & 6 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 5 \end{vmatrix}$

解 $\begin{vmatrix} 5 & 6 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 5 & 6 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 5 & 6 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 5 & 6 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 5 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 5 & 6 & 0 \\ 1 & 5 & 6 \\ 0 & 1 & 5 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} 5 & 6 \\ 1 & 5 \end{vmatrix}$

$$= 19\begin{vmatrix} 5 & 6 & 0 \\ 1 & 5 & 6 \\ 0 & 1 & 5 \end{vmatrix} \xlongequal{-5r_2+r_1} 19\begin{vmatrix} 0 & -19 & -30 \\ 1 & 5 & 6 \\ 0 & 1 & 5 \end{vmatrix}$$