



全国名校名师讲义精英

中学教材学习讲义

高中数学
必修②

杜志建 主编

审订

郭玉珊 清华附中特级教师
孟卫东 清华附中特级教师
翟 蕾 北大附中高级教师
涂木年 广州六中特级教师
金凤义 南京金陵中学高级教师

郑晓龙 首都师大附中特级教师
云冠全 广东省实验中学特级教师
陈世华 湖北省黄冈中学特级教师
冯定应 杭州学军中学特级教师
廖晓林 江西临川一中特级教师

配 人教A版
内含教材课后习题答案



汕头大学出版社



全国名校名师讲义精萃

中学教材学习讲义

丛书主编：杜志建

本册主编：孟鸿鸣

本册副主编：赵巨吾

汕头大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

中学教材学习讲义. 数学. 2: 必修/杜志建主编.

汕头: 汕头大学出版社, 2007. 9

ISBN 978 - 7 - 81120 - 121 - 5

I. 中... II. 杜... III. 数学课—高中—教学参考资料
IV. G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2007)第 117748 号

中学教材学习讲义·数学·必修 2

策 划: 杜志建

责任编辑: 胡开祥

封面设计: 魏晋文化 

出版发行: 汕头大学出版社
(广东省汕头市汕头大学内)

印 刷: 河南永成彩色印刷有限公司

开 本: 890mm × 1240mm 1/16

版 次: 2009 年 8 月第 3 版

印 次: 2009 年 8 月第 1 次印刷

定 价: 78.00 元(共 4 册)

ISBN 978 - 7 - 81120 - 121 - 5

主 编: 杜志建

责任校对: 刘 娜

责任技编: 侯会锋

邮 编: 515063

电 话: 0754 - 2903126

印 张: 43

字 数: 946 千字

版权所有 翻版必究

如发现印装质量问题, 请与承印厂联系退换。



喻旭初 语文学科特级教师。金陵中学学术委员会委员，现任全国中学语文教学研究会学术委员、南京市中学语文教学研究会会长、江苏省青少年写作研究会副会长、中国叶圣陶研究会理事。主编各类语文书籍12种，发表文章60余篇。



郭玉珊 数学学科特级教师。现任清华附中数学教研组长，兼任吉林省青年教师协会理事、吉林省中学数学专业委员会理事、东北师大数学系教育硕士学位外校指导教师等；先后被评为全国中小学青年教师学科带头人、吉林省中小学青年教师学科带头人、吉林市优秀教师、优秀班主任等；发表了多篇论文或教学辅导文章。



安振平 数学学科特级教师。中国数学奥林匹克高级教练员，曾先后担任陕西数学会普及工作委员会副主任，陕西省教育学会学术委员会委员，陕西省中学数学教学研究会常务理事。《中学数学教学参考》高考试题研究组核心成员，主编高考、中考、竞赛图书多套，参与高校教材《中学数学研究》、《数学教育学导论》，以及北京师范大学版本高中新课程数学教材的编写。



齐智华 数学学科特级教师。享受国务院政府特殊津贴的有突出贡献的数学教育专家。中国数学奥林匹克教练，全国数学联赛命题专家；21世纪“全国中小学教师继续教育核心课培训教材”数学主编；中国科学院心理所《示范演练教学法》特聘教研员；MPA、MBA研究生入学考试辅导专家。



廖晓林 英语学科特级教师。江西省抚州市首批学科带头人，曾先后获得“全国中小校园丁奖”“全省优秀外语教师”等荣誉称号；2001年8月被授予抚州市首届享受市政府特殊津贴拔尖人才；被编入《中国当代教育名人辞典》、《中国专家名人辞典》等数十本大型工具书中；发表论文或文章900多篇；出版论著80余本。



李洪奇 英语学科特级教师。现任广州市外语综合高中英语科长、广州市特级教师协会副秘书长、全国创新学习研究会常务理事。2005年9月，经广州市教育局批准赴英国利兹城市大学进修。主编、参编、审校12部学术专著，发表学术论文数十篇。



孟卫东 物理学科特级教师。清华附中任教，新课标实验教材编写课题组成员，教育部全国理科实验班任课教师，清华附中理科班办公室主任，积极投身教学改革，参加并完成了多项教改科研课题，在高考复习、会考复习、实验班教学等方面有独到的建树。



陈世华 化学学科特级教师。湖北省优秀化学教师，2005年荣获湖北省化学化工学会颁发的首届“湖北省中学化学奖”。1999年至今，在《中国教育报》等68种国家级、省级刊报上发表化学教育教学文章1600余篇，出版专著5部，被多家杂志社聘为特约作者。



林祖荣 生物学科特级教师。任教北京师范大学附属实验中学，长期从事高三复习教学与研究。主编《高中生物新课程理念与实施》等专著；参与新课程初中《生物》教材（苏科版）、新课程高中《生物》教学参考（人教版）等书的编著工作。人教版高中新课标教材、北师大版九年义务教育新课标教材培训团专家。应邀到全国各地作新课程改革及高考辅导专题讲座百余场。



张法英 生物学科特级教师。河北省首批骨干教师、河北省生物教学专业委员会会员。曾连续两届当选石家庄市人大代表，获得过“专业技术拔尖人才”的称号和“特殊贡献奖”。多次参加大型模拟考试的命题工作，在《生物学通报》等杂志以及全国生物教学研讨会上发表或交流论文多篇，主编、参编教学辅导用书20多部。



覃遵君 政治学科特级教师。政府专项专家津贴获得者，现为北京师范大学良乡附中政治科教研组长、北京市政治教育研究会理事、房山区政治教育学会会长。担任全国《思想政治》部分实验教材的主编，并被人民教育出版社聘为全国实验教材培训团专家。



刘作敏 政治学科特级教师。大连市劳动模范、大连市优秀教师标兵、辽宁省中学思想政治课教学典型、大连政治名师工作室理事长、中国教育电视台2004年“中国考生”栏目政治主讲教师。先后在《思想政治课教学》等报刊杂志上发表教学研究和高考指导文章近40篇，并有多部书稿出版。



陈启洪 地理学科特级教师。中国地理学会会员、深圳市福田区学科带头人。应邀参编《中学地理教学方法辞典》等9本专业书籍，《高中地理教学要体现地理学思想》等论文分获全国、省、市一等奖。2002年入选《中国专家名人辞典》，2007年8月福田区教育局为其设立高中学段的第一个“名师工作室”。



何凡 历史学科特级教师。浙江省中学历史教学研究会理事；杭州市历史教研大组副组长。曾获杭州市教育系统先进工作者、杭州市第六届中学学科优秀教研组长、杭州市教委直属中学优秀教师等荣誉。建立和完成的省级立项课题《关于史地学科社会教育功能的探索与实践》获省一等奖。在国家级和省级刊物共发表学术论文和教学论文70余篇，共30余万字。



范佳琳 2007年河南高考理科状元

毕业学校：安阳一中 总分：705分 现就读：北京大学

状元寄语：在所有奖品中有一项我最难忘，那是我考班级第一名时老师奖给我的两本天星教辅，我如获至宝，后来就一直使用天星图书。她们伴我走过了高中三年，我相信，助我成功的天星，也同样会成为千万学子攀登高峰的助力！



何宇佳 2007年重庆高考理科状元

毕业学校：巴蜀中学 总分：703分 现就读：清华大学

状元寄语：高考的路，难免有坎坷，难免有曲折，但我庆幸我找到了天星。天星教辅体系完整，讲解细致全面，题目新颖，难度把握得当，让我少走了很多弯路。天星指路，榜上有名！



张友谊 2007年湖北高考文科状元

毕业学校：大冶一中 总分：627分 现就读：北京大学

状元寄语：第一次接触天星，是看到老师备课时用的《中学教材学习讲义》，后来我也买了一本，就此我与天星结下了不解之缘。天星教辅注重总结解题规律，对解题方法的归纳系统、全面。选择天星，我是幸运的！



赵子波 2007年辽宁高考理科状元

毕业学校：锦州中学 总分：689分 现就读：香港科技大学

状元寄语：选择一本好的教辅图书，就等于选择了一位权威名师为自己的高考保驾护航。从高一到高三，从《中学教材学习讲义》到《高考复习讲义》，这些书内容丰富，对知识点的讲解深入透彻，是我高考路上的好帮手！



刘玉洁 2007年河北高考理科状元

毕业学校：保定一中 总分：708分 现就读：清华大学

状元寄语：天星教辅是我整个高中时期的良师益友，《中学教材学习讲义》同步指导我的学习；《试题调研》迅速及时地传递高考动态，是我复习备考的风向标。她们增强了我直面高考的信心，使我在面对各类试题时都游刃有余。



张璐 2007年陕西高考文科状元

毕业学校：西安高新一中 总分：672分 现就读：清华大学

状元寄语：天星教辅品种齐全、实用性强，能满足不同层次学生的需求，在我的同学当中一度掀起了使用天星教辅的热潮。希望更多的学弟学妹们结伴天星，相信梦想不再遥远！



曹 姗 2006年安徽高考文科状元

毕业学校：合肥一中 总分：678分 现就读：北京大学

状元寄语：刚进入高三，我就暗自下决心要通过一年的奋战来实现自己心中渴望已久的梦想，但随着时间的流逝，我心里越来越不踏实。正是这个时候，我认识了天星。是她，救我于迷茫之中，为我指明了行进的方向。



姜 君 2006年贵州高考理科状元

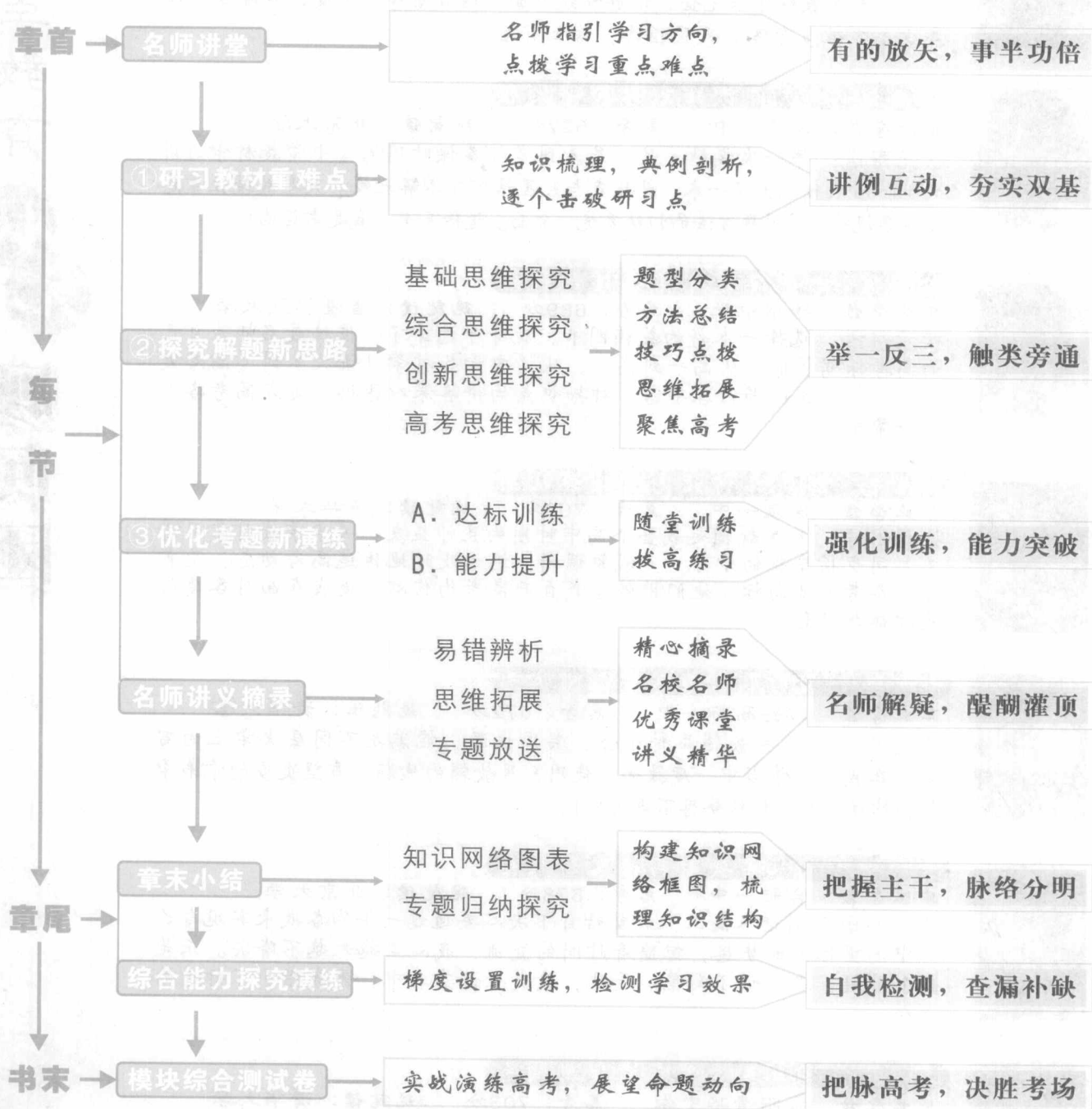
毕业学校：贵阳清华中学 总分：703分 现就读：清华大学

状元寄语：我自信，因为我有天星这张王牌，是她助我在刀光剑影、枪林弹雨的高考战场上所向披靡、战无不胜。感谢天星把我锻造成勇敢而自信的强者！

使用说明

立足教材，引领课标，把脉高考，以同步学习特点为编写基准，从学生学习实际出发，精心摘录名校名师讲义，全面梳理教材重难点，帮助学生构建全面系统的知识网络！

体例优化组合，为您展示名篇精华：



目 录

CONTENTS

1 第一章 空间几何体

1.1 空间几何体的结构	2
1.2 空间几何体的三视图和直观图	9
1.2.1 中心投影与平行投影	9
1.2.2 空间几何体的三视图	9
1.2.3 空间几何体的直观图	14
1.3 空间几何体的表面积与体积	18
1.3.1 柱体、锥体、台体的表面积与体积	18
1.3.2 球的体积和表面积	24
章末小结	27
◆综合能力探究演练	28

31 第二章 点、直线、平面之间的位置关系

2.1 空间点、直线、平面之间的位置关系	32
2.1.1 平面	32
2.1.2 空间中直线与直线之间的位置关系	37
2.1.3 空间中直线与平面之间的位置关系	42
2.1.4 平面与平面之间的位置关系	42
2.2 直线、平面平行的判定及其性质	45
2.2.1 直线与平面平行的判定	45
2.2.2 平面与平面平行的判定	49
2.2.3 直线与平面平行的性质	52
2.2.4 平面与平面平行的性质	55
2.3 直线、平面垂直的判定及其性质	59
2.3.1 直线与平面垂直的判定	59
2.3.2 平面与平面垂直的判定	64

2.3.3 直线与平面垂直的性质	69
2.3.4 平面与平面垂直的性质	69
章末小结	74
◆综合能力探究演练	76

79 第三章 直线与方程

3.1 直线的倾斜角与斜率	80
3.1.1 倾斜角与斜率	80
3.1.2 两条直线平行与垂直的判定	84
3.2 直线的方程	88
3.2.1 直线的点斜式方程	88
3.2.2 直线的两点式方程	92
3.2.3 直线的一般式方程	92
3.3 直线的交点坐标与距离公式	97
3.3.1 两条直线的交点坐标	97
3.3.2 两点间的距离	97
3.3.3 点到直线的距离	103
3.3.4 两条平行直线间的距离	103
章末小结	107
◆综合能力探究演练	108

110 第四章 圆与方程

4.1 圆的方程	111
4.1.1 圆的标准方程	111
4.1.2 圆的一般方程	114
4.2 直线、圆的位置关系	119
4.2.1 直线与圆的位置关系	119
4.2.2 圆与圆的位置关系	124
4.2.3 直线与圆的方程的应用	124
4.3 空间直角坐标系	130
4.3.1 空间直角坐标系	130
4.3.2 空间两点间的距离公式	134
章末小结	137
◆综合能力探究演练	139

模块综合测试卷	141
习题答案全解全析	143
教材课后习题答案	168

学习索引

名师讲义摘录

易错辨析

虚线漏画或画为实线	13
不能全面考虑空间问题	48
求直线的斜率时,忽略斜率不存在的情况	83
利用斜率间关系判断两直线垂直时,忽略斜率不存在的情况	87
利用两平行直线间的距离公式求距离时,忽略方程的系数	106
求直线方程时,忽略斜率不存在的情况	106
求解与圆有关的问题时,忽略圆的方程中 x, y 的取值范围	118
空间直角坐标系不符合右手法则	133

思维拓展

棱柱、棱锥概念的推广	8
依托知识,渗透思想,注重方法	26
一个结论的推广	51
反证法证明几何问题初探	73
数形结合明确条件	87
对直线点斜式方程的进一步理解	91
用坐标法求最值	102
过两圆交点的曲线方程	129
空间几何中几何问题的代数化	136

专题放送

几何体侧面最短路程问题	23
公理应用——证明共线、共点问题	36
折叠问题中的线线关系	41
平面分空间问题	44
平面与平面平行的几个有用性质	58
折叠问题中的线面关系	63
折叠问题中的面面关系	68
利用直线的一般式判定两直线的平行与垂直问题	96
对称问题及解法	102
有关圆的对称问题	118
利用直线与圆的位置关系求最值	123

第一章

空间几何体

名师讲堂

空间几何体是研究现实世界中物体形状、大小的载体,在实际问题中有着广泛的应用.

本章的重点是:柱、锥、台、球的结构特征,空间几何体三视图的画法,用斜二测画法画直观图;难点是:空间几何体与其三视图的相互转化,简单组合体的表面积和体积计算.学习时,应注意以下几点:

1. 借助实物模型,从对空间几何体的整体观察入手认识其结构特征.
2. 三视图和直观图是在平面上表示空间几何体的两种重要方法,画图时首先要从实物图中抽象出基本几何图形.
3. 计算空间几何体的表面积和体积时,要充分利用平面几何知识,把空间图形转化为平面图形,特别是柱、锥、台体的侧面展开图.
4. 涉及简单组合体的问题,要着重分析组合体是由哪些简单几何体组合而成的.

——清华附中特级教师 郭玉珊

本章参考北大附中、清华附中、郑州一中、
广东省实验中学课堂讲义.

1.1 空间几何体的结构

从古至今,各个国家的建筑物都有各自的特色.埃及的金字塔,印度的泰姬陵,澳大利亚的悉尼歌剧院,上海东方明珠塔上的两个球形建筑,北京奥运会场馆等,它们都是独具匠心、整体协调的建筑物,是建筑师们集体智慧的结晶.今天我们如何从数学的角度来看待这些建筑物呢?

1 研习教材重难点

研习点 1 空间几何体的有关概念

由物体抽象出来的空间图形叫做空间几何体.

1. 多面体

一般地,我们把由若干个平面多边形围成的几何体叫做多面体.

围成多面体的各个多边形叫做多面体的面;

相邻两个面的公共边叫做多面体的棱;

棱与棱的公共点叫做多面体的顶点.

如图 1-1-1 所示,多面体的面有:面 $BCC'B'$,面 $ABCD$,面 $ABB'A'$ 等六个;多面体的棱有:棱 AA' ,棱 AB ,棱 AD 等十二条;多面体的顶点有:顶点 A, B, A' 等八个.

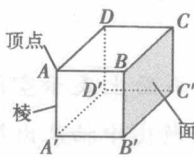


图 1-1-1

注意:(1)多面体是由平面多边形围成的,这里的多边形包括它内部的平面部分.

(2)多面体最少有四个面.

2. 旋转体

我们把由一个平面图形绕它所在平面内的一条定直线旋转所形成的封闭几何体叫做旋转体.这条定直线叫做旋转体的轴.

图 1-1-2 所示即为一个旋转体,它可以看作是矩形 $OBB'O'$ 绕其边 OO' 旋转而形成的,直线 OO' 是它的轴.

注意:平面图形绕定直线旋转形成旋转体,这条定直线可以是平面图形的边,也可以不是,但定直线一定与平面图形在同一个平面内.

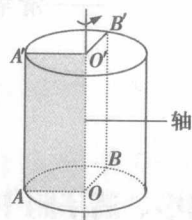


图 1-1-2

研习点 2 棱柱的结构特征

1. 棱柱的概念

(1)如图 1-1-3,一般地,有两个面互相平行,其余各面都是四边形,并且每相邻两个四边形的公共边都互相平行,由这些面所围成的多面体叫做棱柱(prism).

在棱柱中,两个互相平行的面叫做棱柱的底面,简称底;

其余各面叫做棱柱的侧面;

相邻侧面的公共边叫做棱柱的侧棱;

侧面与底面的公共顶点叫做棱柱的顶点.

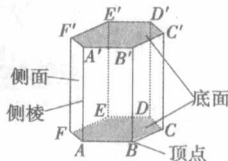


图 1-1-3

(2)棱柱的特征:①有两个面互相平行;②其余各面都是平行四边形;③每相邻两个平行四边形的公共边互相平行.

注意:有两个面互相平行,其余各面都是平行四边形的几何体不一定是棱柱.这是因为“其余各面都是平行四边形”并不等价于“每相邻两个面的公共边都互相平行”,如图 1-1-4.

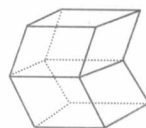


图 1-1-4

2. 棱柱的分类与记法

(1)棱柱可以按底面的边数进行分类,底面是三角形、四边形、五边形……的棱柱分别叫做三棱柱、四棱柱、五棱柱……即棱柱的底面是几边形,这样的六棱柱就叫几棱柱.

(2)用表示底面各顶点的字母表示棱柱.图 1-1-3 所示的六棱柱可以表示为棱柱 $ABCDEF-A'B'C'D'E'F'$.

研习点 3 棱锥的结构特征

1. 棱锥的概念

(1)如图 1-1-5,一般地,有一个面是多边形,其余各面都是有一个公共顶点的三角形,由这些面所围成的多面体叫做棱锥(pyramid).

在棱锥中,这个多边形面叫做棱锥的底面,简称底;

有公共顶点的各个三角形面叫做棱锥的侧面;

各侧面的公共顶点叫做棱锥的顶点;

相邻侧面的公共边叫做棱锥的侧棱.

(2)棱锥的特征:①有一个面是多边形;②其余各面是有一个公共顶点的三角形.

棱锥仅有一个顶点,它是各侧面的公共顶点,与底面多边形的顶点不同.

注意:有一个面是多边形,其余各面都是三角形的几何体

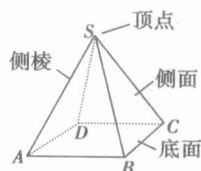


图 1-1-5

我学得并不辛苦,每晚 11 点一定上床睡觉.要说学习法宝,我自己的经验就是要学会将课本越读越“薄”.我喜欢归纳整理,喜欢将几本书的知识点归纳到一本书中进行理解、消化.

——2009 江西理科状元 龚书恒

状元语录

不一定是棱锥.这是因为“其余各面都是三角形”并不等价于“其余各面都是有一个公共顶点的三角形,如图1-1-6.

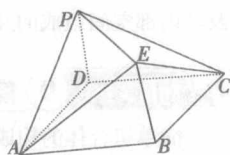


图 1-1-6

2. 棱锥的分类与记法

(1) 棱锥可以按底面的边数进行分类,底面是三角形、四边形、五边形……的棱锥分别叫做三棱锥、四棱锥、五棱锥……其中,三棱锥又称为四面体.

三棱锥的所有面都是三角形,所以四个面都可以看作底.

(2) 用表示顶点和底面各顶点的字母表示棱锥.图 1-1-5 所示的四棱锥表示为棱锥 $S-ABCD$.

研习点 4 棱台的结构特征

1. 棱台的概念

(1) 用一个平行于棱锥底面的平面去截棱锥,截面与底面之间的部分,叫做棱台 (frustum of a pyramid).

原棱锥的底面和截面分别叫做棱台的下底面和上底面;

在棱台中,除上、下底面之外的其他各面叫做棱台的侧面;相邻侧面的公共边叫做棱台的侧棱;

棱台的侧棱与底面的公共顶点叫做棱台的顶点.

如图 1-1-7 所示, $A'B'C'D'$ 是上底面, $ABCD$ 是下底面; 四边形 $ABB'A'$, $BCC'B'$, $CDD'C'$, $DAA'D'$ 是棱台的侧面; AA' , BB' , CC' , DD' 是棱台的侧棱; A, B, C, D 以及 A', B', C', D' 都是棱台的顶点.

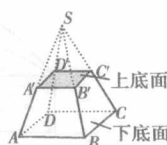


图 1-1-7

(2) 棱台的特征: ①上、下底面互相平行; ②各侧棱延长线交于一点.

知识链接

棱台的画法

画棱台时,可先画出一个棱锥,然后在它的一条侧棱上取一点,从这点开始,顺次在各个侧面内画出与底面对应边平行的线段,最后将多余的线段擦去.

2. 棱台的分类与记法

(1) 由三棱锥、四棱锥、五棱锥……截得的棱台分别叫做三棱台、四棱台、五棱台……

(2) 用顶点字母表示棱台.图 1-1-7 所示的四棱台可以表示为棱台 $ABCD-A'B'C'D'$.

研习点 5 圆柱的结构特征

1. 圆柱的概念

如图 1-1-8,以矩形的一边所在直线为旋转轴,其余三边旋转形成的面所围成的旋转体叫做圆柱 (circular cylinder).

旋转轴叫做圆柱的轴;

垂直于轴的边旋转而成的圆面叫做圆柱的底面;

平行于轴的边旋转而成的曲面叫做圆柱的侧面;

无论旋转到什么位置,不垂直于轴的边都叫做圆柱侧面的母线.

圆柱可以用表示它的轴的字母表示,图 1-1-8 所示的圆柱可以表示为圆柱 OO' .

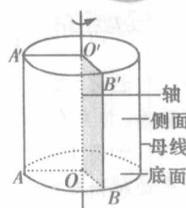


图 1-1-8

圆柱与棱柱统称为柱体.

2. 圆柱的特征

(1) 圆柱有两个互相平行的面且这两个面是等圆;

(2) 有无数条母线,长相等且都与轴平行.

研习点 6 圆锥的结构特征

1. 圆锥的概念

如图 1-1-9,以直角三角形的一条直角边所在直线为旋转轴,其余两边旋转形成的面所围成的旋转体叫做圆锥 (circular cone).

旋转轴叫做圆锥的轴;

垂直于轴的边旋转而成的圆面叫做圆锥的底面;

三角形的斜边绕轴旋转形成的曲面叫做圆锥的侧面;

无论旋转到什么位置,斜边所在的边都叫做圆锥的母线;

在轴 SO 上的直角边的长度叫做圆锥的高.

圆锥可以用表示它的轴的字母表示,图 1-1-9 所示的圆锥可以表示为圆锥 SO .

圆锥与棱锥统称为锥体.

2. 圆锥的特征

(1) 底面是圆面;

(2) 侧面是由无数条母线组成的,且母线长均相等.

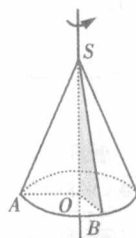


图 1-1-9

研习点 7 圆台的结构特征

1. 圆台的概念

用一个平行于圆锥底面的平面去截圆锥,截面与底面之间的部分,叫做圆台 (frustum of a cone).

圆台上、下底面的圆心的连线所在直线叫做圆台的轴.

原圆锥的底面和截面分别叫做圆台的下底面和上底面;

圆台也有侧面、母线、轴.

用表示轴的字母表示圆台,图 1-1-10 所示的圆台可以表示为圆台 OO' .

圆台与棱台统称为台体.

2. 圆台的特征

(1) 圆台上、下底面是相似的圆;

(2) 有无数条母线且等长,各母线延长线交于一点.

圆台可以由直角梯形以垂直于底边的腰所在直线为旋转轴,旋转而形成.

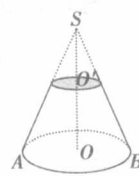


图 1-1-10

归纳总结

柱体、锥体、台体之间的关系

柱体、锥体、台体的形状不同,它们之间既有区别又有联系,并且在一定条件下可以相互转化。

如图1-1-11所示,当台体的下底面保持不变,而上底面越来越大时,台体就越来越接近于柱体,当上底面增大到与下底面相同时,台体转化为柱体;当台体的上底面越来越小时,台体就越来越接近于锥体,当上底面收缩为一个点时,台体就转化为锥体了。

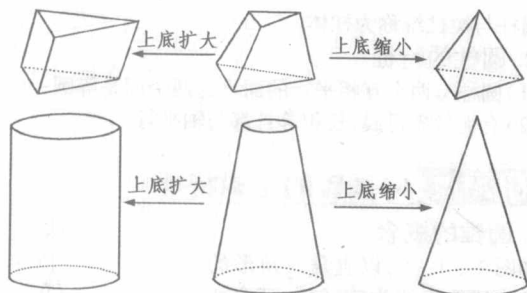


图1-1-11

理解了它们之间的这种关系,对同学们后面学习柱体、锥体、台体的表面积和体积公式会很有帮助。

研习点8 球的结构特征

1. 球的概念

如图1-1-12,以半圆的直径所在直线为旋转轴,半圆面旋转一周形成的旋转体叫做球体(solid sphere).简称球。

半圆的圆心叫做球的球心,半圆的半径叫做球的半径,半圆的直径叫做球的直径,过球心的截面叫做球的大圆,不过球心的截面叫做球的小圆。可以用表示球心的字母表示球,图1-1-12所示的球可以表示为球O。

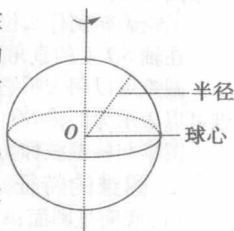


图1-1-12

2. 球的特征

球也是旋转体,球的表面是旋转形成的曲面,球是由球面

及其内部空间组成的几何体。

研习点9 简单组合体的结构特征

简单组合体的构成主要有以下几种形式:

(1) 多面体与多面体的组合体

由两个或两个以上的多面体组成的几何体。图1-1-13(1)是一个三棱柱与一个三棱锥的组合体,图1-1-13(2)是由一个长方体截去一个三棱锥的组合体。

(2) 多面体与旋转体的组合体

由一个多面体与一个旋转体组成的几何体。图1-1-13(3)是一个四棱台与一个圆柱的组合体。

(3) 旋转体与旋转体的组合体

由两个或两个以上的旋转体组成的几何体。图1-1-13(4)是一个圆柱与一个圆锥的组合体。

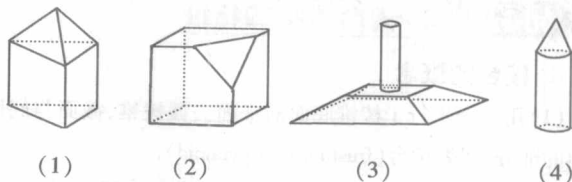


图1-1-13

典例 指出如图1-1-14(1)、(2)所示图形是由哪些简单几何体构成的。

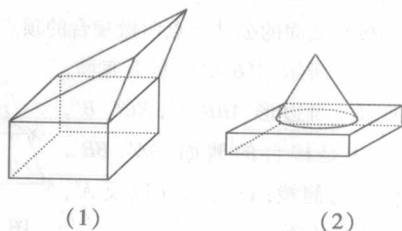


图1-1-14

[研析] 分割原图,使它的每一部分都是简单几何体。

图1-1-14(1)是由一个三棱柱和一个四棱柱拼接而成的组合体;

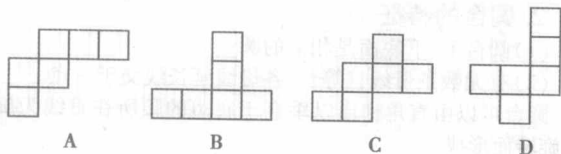
图1-1-14(2)是由一个圆锥和一个四棱柱拼接而成的组合体。

2 探究解题新思路

思维探究

题型一 识图

典例1 下列四个平面图形中,每个小四边形都是正方形,其中可以沿相邻正方形的公共边折叠围成一个正方体的是



[研析] 将四个选项的平面图形折叠,看哪一个可以复原为正方体。选C。

技巧点拨 本题是平面图形折叠问题,空间图形的想象能力是出发点,正确识图才能有效还原。

变式·拓展1 一个无盖的正方体盒子展开后的平面图,如图1-1-15所示,A,B,C是展开图上的三点,则在正方体盒子中, $\angle ABC =$ _____。

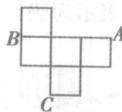


图1-1-15

题型二 考查简单几何体的概念

典例2 根据下列对几何体结构特征的描述,说出几何体

每做一道题,都要有明确的目的,一旦完成就不要反复做,浪费自己的宝贵时间。为了巩固学习效果,我准备了一个测题本,上面记录了不会的题,请教老师后,会加深印象。 —2009 河南理科状元 杨改慧

状元语录

的名称.

(1)由八个面围成,其中两个面是互相平行且全等的正六边形,其他各面都是矩形;

(2)一个等腰梯形绕着两底边中点的连线所在的直线旋转 180° 形成的封闭曲面所围成的几何体;

(3)一个直角梯形绕较长的底边所在的直线旋转一周形成的曲面所围成的几何体;

(4)一个圆绕其一条直径所在的直线旋转 180° 形成的封闭曲面围成的几何体.

[辨析] 要正确判断几何体的类型,应熟练掌握各类简单几何体的结构特征.

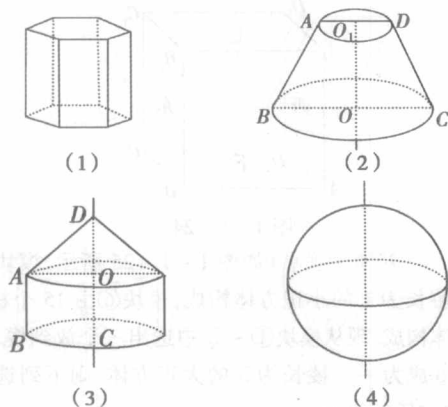


图 1-1-16

(1)该几何体有两个面是互相平行且全等的正六边形,其他各面都是矩形,可满足每相邻两个面的公共边都相互平行,故该几何体是六棱柱,如图 1-1-16(1);

(2)等腰梯形两底边中点的连线将梯形平分成为两个直角梯形,每个直角梯形旋转 180° 形成半个圆台,故该几何体为圆台,如图 1-1-16(2);

(3)可以将梯形 $ABCD$ 分为一个直角三角形 AOD 和一个矩形 $AOCB$,绕 CD 所在直线旋转一周形成一个组合体,是由一个圆锥和一个圆柱组成的,如图 1-1-16(3);

(4)如图 1-1-16(4)是一个球.

思维指南 抓住定义是判断的关键,对于不规则的图形绕轴旋转问题,要对原平面图形作适当的分析,再根据柱、锥、台、球的结构特征进行判断.

变式·拓展 2 关于棱台,下列说法正确的是 ()

- A. 两底面可以不相似 B. 侧面都是全等的梯形
C. 侧棱长一定相等 D. 侧棱延长后交于一点

典例 3 判断下列说法是否正确:

- (1)台体上底面的面积与下底面的面积之比一定小于 1;
(2)矩形绕任意一条直线旋转都可以围成圆柱;
(3)直角三角形绕其任意一边旋转一周可以围成圆锥;
(4)圆绕其任意一条直径旋转 180° 都可以形成球.

[辨析] 要紧扣各几何体的结构特征进行判断.

(1)正确.台体是由锥体截得的,截面是其上底面,其面积小于下底面的面积.

(2)错误.矩形绕对角线所在直线旋转,不能围成圆柱.

(3)错误.绕直角边所在直线旋转可以形成圆锥,但绕斜

边所在直线旋转形成的是由两个圆锥组成的组合体.

(4)正确.

变式·拓展 3 下列说法正确的是 ()

- A. 通过圆台侧面上一点,有无数条母线
B. 圆锥截去一个小圆锥后剩余的部分是圆台
C. 圆柱、圆锥、圆台的底面都是圆,母线都与底面垂直
D. 位于上方的面是棱台的上底面,位于下方的面是棱台的下底面

题型三 考查简单组合体

典例 4 描述下列几何体的结构特征.

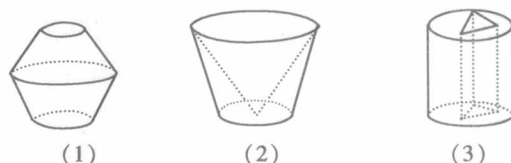


图 1-1-17

[辨析] 图 1-1-17(1)所示的几何体是由两个圆台拼接而成的组合体;图 1-1-17(2)所示的几何体是由一个圆台挖去一个圆锥得到的组合体;图 1-1-17(3)所示的几何体是在一个圆柱中间挖去一个三棱柱后得到的组合体.

探索发现 观察组合体的结构特征,首先要分析它是由简单几何体拼接而成,还是由简单几何体挖去或截去一部分而成,然后再分析构成它的简单几何体的特征.

变式·拓展 4 2009 年数学奥林匹克竞赛中,若你获得第一名,被授予如图 1-1-18 所示的奖杯,那么,请你介绍一下你所得的奖杯是由哪些简单几何体组成的?

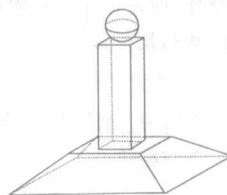


图 1-1-18

典例 5 如图 1-1-19(1)所示的图形绕虚线旋转一周后形成的几何体是由哪些简单几何体组成的?

[辨析] 旋转后形成的几何体如图 1-1-19(2)所示.

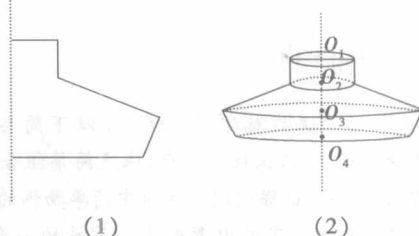


图 1-1-19

通过观察可知,该组合体由一个圆柱 O_1O_2 和两个圆台 O_2O_3 、 O_3O_4 组成.

反思领悟 一个平面图形绕同一平面内的一条直线旋转,形成旋转体.分析此旋转体的组成,要注意原平面图形的形状,并结合常见的旋转体(如圆柱、圆锥、圆台和球)的形成过程.

变式·拓展5 如图1-1-20所示曲边图形 $ABCDE$,其中 $AE \parallel CD$.该曲边图形绕 AE 所在的直线旋转一周,由此生成的几何体是由哪些简单几何体构成的?

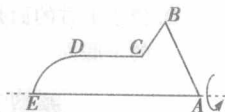


图1-1-20

综合思维探究

典例6 如图1-1-21所示,是一个三棱台 $ABC-A'B'C'$,试用两个平面把这个三棱台分成三部分,使每一部分都是一个三棱锥.

[研析] 过 A', B, C 三点作一个平面,再过 A', B, C' 作一个平面,就把三棱台 $ABC-A'B'C'$ 分成三部分,形成的三个三棱锥分别是 $A'-ABC, B-A'B'C', A'-BCC'$.

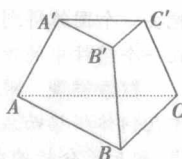


图1-1-21

方法探究 这是一道将一个几何体分割成几个几何体的题目,即看似一个简单的几何体,但通过连线,还可以分割成更简单的几何体.

变式·拓展6 在如图1-1-22所示的三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中,请连接三条线,把它分成三部分,使每一部分都是一个三棱锥.

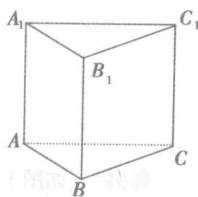


图1-1-22

高考思维探究

《普通高中数学课程标准(实验)》(以下简称《课程标准》)对本节的要求是:认识柱、锥、台、球及简单组合体的结构特征,并能运用这些特征描述现实生活中简单物体的结构.

空间几何体只作为高考中考查线面关系的一个载体,很少单纯地考查空间几何体,或通过几何体考查线面关系,或通过线面关系考查几何体的性质.

典例7 (2009·全国II)纸制的正方体的六个面根据其

方位分别标记为上、下、东、南、西、北.现在沿该正方体的一些棱将正方体剪开、外面朝上展平,得到如图1-1-23所示的平面图形,则标“ Δ ”的面的方位是

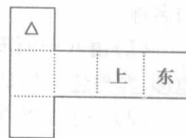


图1-1-23

- A. 南
B. 北
C. 西
D. 下

[研析] 如图1-1-24所示正方体,沿棱 DD_1, D_1C_1, C_1C 剪开,使正方形 DCC_1D_1 向北方向展开;沿棱 AA_1, A_1B_1, B_1B 剪开,使正方形 ABB_1A_1 向南方向展开,然后将正方体展开,则标“ Δ ”的面的方位为北.故选B.

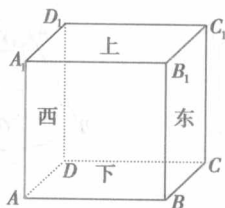


图1-1-24

典例8 (2008·重庆)如图1-1-25所示,模块①~⑤均由4个棱长为1的小正方体构成,模块⑥由15个棱长为1的小正方体构成.现从模块①~⑤中选出三个放到模块⑥上,使得模块⑥成为一个棱长为3的大正方体.则下列选择方案中,能够完成任务的为

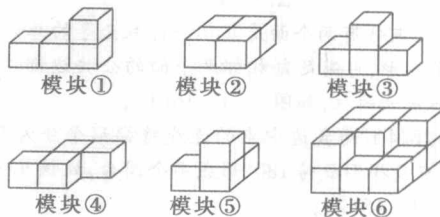


图1-1-25

- A. 模块①, ②, ⑤
B. 模块①, ③, ⑤
C. 模块②, ④, ⑤
D. 模块③, ④, ⑤

[研析] 先将模块⑤放到模块⑥上,如图1-1-26(1)所示;再把模块①放到模块⑥上,如图1-1-26(2)所示;再把模块②放到模块⑥上,如图1-1-26(3)所示.所以选择模块①, ②, ⑤能够完成任务. 故选A.

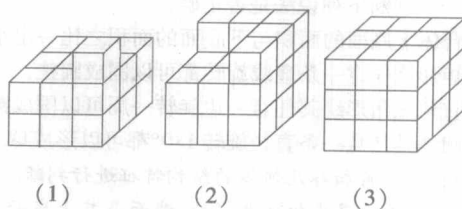


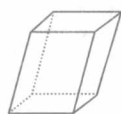
图1-1-26

技巧点拨 本题是空间图形“拼接”问题,解决本题时,借助于空间想象能力,可按给出的四个选项逐个拼接验证.

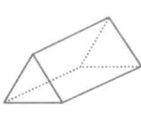
3. 优化考题新演练

A 达标训练

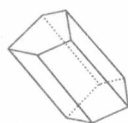
1. 下列几何体中,柱体有 ()



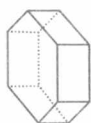
A. 1 个



B. 2 个

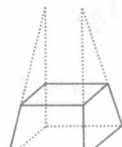


C. 3 个



D. 4 个

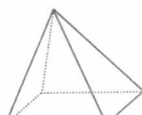
2. 下列几何体中是台体的是 ()



A



B



C



D

3. 下列说法错误的是 ()

A. 三棱柱的侧面为三角形

B. 多面体至少有 4 个面

C. 长方体、正方体都是柱体

D. 九棱柱有 9 条侧棱,9 个侧面,侧面为平行四边形

4. 如图 1-1-27 所示的组合体是由哪个平面图形旋转而成的 ()

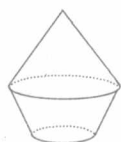


图 1-1-27



A



B

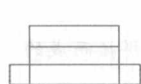


C



D

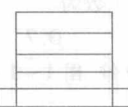
5. 下列图形经过折叠可以围成一个棱柱的是 ()



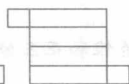
A



B



C



D

6. 一个棱柱有 10 个顶点,所有的侧棱长的和为 60 cm,则每条侧棱长为 _____ cm.

7. 如图 1-1-28 是一个正方体的展开图,若在正方体中, a 在后面, b 在下面, c 在左面,试说明其他各面的位置.

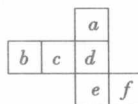


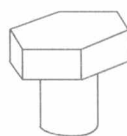
图 1-1-28

8. 给你 12 根火柴棒,你能组成 5 个正方形吗? 能组成 6 个正方形吗?

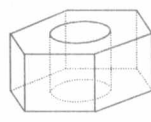
9. 指出图 1-1-29 中三个几何体分别由哪些简单几何体构成.



(1)



(2)

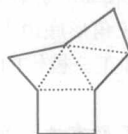


(3)

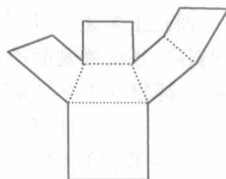
图 1-1-29

B 能力提升

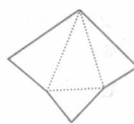
10. 如图 1-1-30 所示的三个平面图形,分别能折成什么样的立体图形?



(1)



(2)



(3)

图 1-1-30

11. 如图 1-1-31 所示, 已知长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$.

(1) 这个长方体是棱柱吗? 如果是, 是几棱柱? 为什么?

(2) 用平面 $BCNM$ (其中 $MN \parallel BC$) 把这个长方体分成两部分, 各部分形成的几何体还是棱柱吗? 如果是, 是几棱柱? 如果不是, 请说明理由.

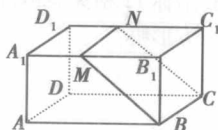


图 1-1-31

名师讲义摘录



棱柱、棱锥概念的推广

1. 棱柱概念的推广

- (1) 斜棱柱: 侧棱不垂直于底面的棱柱叫做斜棱柱;
- (2) 直棱柱: 侧棱垂直于底面的棱柱叫做直棱柱;
- (3) 正棱柱: 底面是正多边形的直棱柱叫做正棱柱;
- (4) 平行六面体: 底面是平行四边形的四棱柱叫做平行六面体;
- (5) 直平行六面体: 侧棱垂直于底面的平行六面体叫做直平行六面体;
- (6) 长方体: 底面是矩形的直平行六面体叫做长方体;
- (7) 正方体: 棱长都相等的长方体叫做正方体.

2. 棱锥概念的推广

- (1) 正棱锥: 底面是正多边形, 顶点在底面的射影是底面的中心, 这样的棱锥叫做正棱锥;
- (2) 正棱锥的斜高: 正棱锥侧面等腰三角形底边上的高, 叫做正棱锥的斜高.

典例 所有棱长都相等的正四棱锥和正三棱锥的一个面重合后暴露的面的个数为

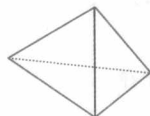
- A. 4 B. 5 C. 6 D. 7

[辨析] 图 1-1-32(1)、(2) 分别是所有棱长都相等的正四棱锥和正三棱锥, 图 1-1-32(3) 是它们拼接而成的一个三棱柱.

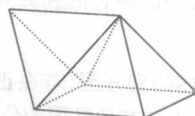
故选 B.



(1)



(2)



(3)

图 1-1-32