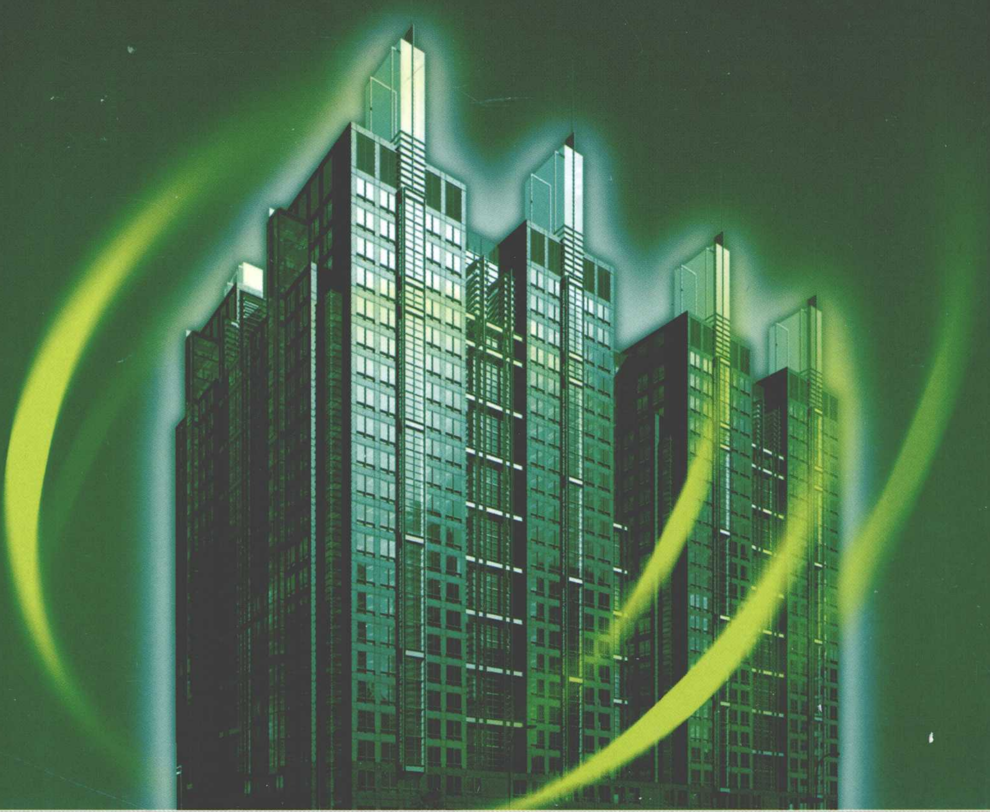
高等学校土木建筑工程类系列教材

工 程 振 动（第二版）

欧珠光 编著



WUHAN UNIVERSITY PRESS
武汉大学出版社

高等学校土木建筑工程类系列教材

工程振动（第二版）

欧珠光 编著

WUHAN UNIVERSITY PRESS
武汉大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

工程振动/欧珠光编著.—2版.—武汉:武汉大学出版社,2010.7
高等学校土木建筑工程类系列教材
ISBN 978-7-307-07757-7

Ⅰ.工… Ⅱ.欧… Ⅲ.工程力学—振动理论—高等学校—教材 Ⅳ.TB123

中国版本图书馆CIP数据核字(2010)第081551号

责任编辑:李汉保　　责任校对:王　建　　版式设计:支　笛

出版发行:**武汉大学出版社**　(430072　武昌　珞珈山)
(电子邮件:cbs22@whu.edu.cn 网址:www.wdp.com.cn)
印刷:湖北省金海印务有限公司
开本:787×1092　1/16　印张:17.25　字数:411千字　插页:1
版次:2003年6月第1版　　2010年7月第2版
2010年7月第2版第1次印刷
ISBN 978-7-307-07757-7/TB·28　　定价:28.00元

高等学校土木建筑工程类系列教材

编　委　会

内容提要

本书系统地叙述了单自由度系统、多自由度系统到弹性体系统的振动，以及振动理论在回转体系及工程结构的抗震计算中的应用等线性振动理论方面的内容。力求保持线性振动理论的系统性、完整性和严密的逻辑性，并较好地与工程实际相结合，为工程服务；力求以较少的篇幅介绍较丰富的内容，为教学实践服务。例如，介绍了求解单自由度系统固有频率的四种方法，求解单自由度系统强迫振动的系数对比法、傅里叶分析法及杜哈美积分法。以矩阵运算为纲，建立多自由度系统的运动微分方程的影响系数法，求解多自由度系统固有频率和主振型的矩阵迭代法、瑞雷法、邓柯莱法及传递矩阵法。求解多自由度系统强迫振动的解耦分析法。电算在工程振动计算中的应用，及上述有关方法如何应用于工程结构的抗震计算等。力求在理论上深入浅出，方法上通俗易懂，便于电算，为广大读者服务。本书还列举了大量例题，便于教学与自学。

全书共分7章：振动基础知识，单自由度系统的振动，二自由度系统的振动，多自由度系统的振动，弹性体的振动，回转体的振动，工程结构的抗震计算。每章后附有适量的习题及部分习题的答案。

本书可以作为土木建筑工程、水利及机械专业高年级学生的选修课教材，和上述相关专业与工程力学专业的研究生的专业课教材。也可以供与振动工程有关的工程技术人员参考。

序

建筑业是国民经济的支柱产业，就业容量大，产业关联度高，全社会50%以上固定资产投资要通过建筑业才能形成新的生产能力或使用价值，建筑业增加值占国内生产总值较高比率。土木建筑工程专业人才的培养质量直接影响建筑业的可持续发展，乃至影响国民经济的发展。高等学校是培养高新科学技术人才的摇篮，同时也是培养土木建筑工程专业高级人才的重要基地，土木建筑工程类教材建设始终应是一项不容忽视的重要工作。

为了提高高等学校土木建筑工程类课程教材建设水平，由武汉大学土木建筑工程学院与武汉大学出版社联合倡议、策划，组建高等学校土木建筑工程类课程系列教材编委会，在一定范围内，联合多所高校合作编写土木建筑工程类课程系列教材，为高等学校从事土木建筑工程类教学和科研的教师，特别是长期从事土木建筑工程类教学且具有丰富教学经验的广大教师搭建一个交流和编写土木建筑工程类教材的平台。通过该平台，联合编写教材，交流教学经验，确保教材的编写质量，同时提高教材的编写与出版速度，有利于教材的不断更新，极力打造精品教材。

本着上述指导思想，我们组织编撰出版了这套高等学校土木建筑工程类课程系列教材，旨在提高高等学校土木建筑工程类课程的教育质量和教材建设水平。

参加高等学校土木建筑工程类系列教材编委会的高校有：武汉大学、华中科技大学、南京航空航天大学、南昌航空大学、湖北工业大学、汕头大学、南通大学、江汉大学、三峡大学、孝感学院、长江大学、昆明理工大学、江西理工大学、江西农业大学、江西蓝天学院15所院校。

高等学校土木建筑工程类系列教材涵盖土木工程专业的力学、建筑、结构、施工组织与管理等教学领域。本系列教材的定位，编委会全体成员在充分讨论、商榷的基础上，一致认为在遵循高等学校土木建筑工程类人才培养规律，满足土木建筑工程类人才培养方案的前提下，突出以实用为主，切实达到培养和提高学生的实际工作能力的目标。本教材编委会明确了近30门专业主干课程作为今后一个时期的编撰，出版工作计划。我们深切期望这套系列教材能对我国土木建筑事业的发展和人才培养有所贡献。

武汉大学出版社是中共中央宣传部与国家新闻出版署联合授予的全国优秀出版社之一，在国内有较高的知名度和社会影响力。武汉大学出版社愿尽其所能为国内高校的教学与科研服务。我们愿与各位朋友真诚合作，力争使该系列教材打造成为国内同类教材中的精品教材，为高等教育的发展贡献力量！

高等学校土木建筑工程类系列教材编委会

2008年8月

前　言

随着近代工业和科学技术的飞速发展，机械产品的尖端、精巧以及各种工程结构的复杂化、巨型化已成为一种趋势。经相关方面的调查统计，这些机械产品发生故障和这些工程结构被破坏的原因，绝大多数是由于对它们的动力学特性考虑欠周密所致，如一些建筑物的设计仍按静力方法加大安全系数作为受动力使用等。为保证它们的安全可靠、经济美观和良好的工作性能，振动问题已成为工程技术领域里普遍需要认真研究和解决的重要课题。尤其是由于电脑的发展和广泛应用，先进的测量仪器和测试分析技术的出现，使我们已经有可能解决远比以往更加复杂的工程振动问题。目前，国内外在工程振动理论方面的研究相当深入、应用非常广泛，工程振动理论已成为当今工程技术人员正确进行机械产品及建筑物的动力特性设计、防震、抗震，机械产品的探伤、故障诊断及检测等所必需具备的基础理论和专业知识。当然也是理工科院校相关专业学生的必修课程。

由多年的教学经验得知，有关振动理论方面的教材，在内容、篇幅、例题等方面都不利于少学时的教学。为弥补上述的不足，我编写了这本教材。

本书可以作为土木建筑工程、水利及机械等专业高年级学生选修课教材和相关学科的研究生专业课的教材。主要涵盖线性振动方面的基本内容，包括单自由度系统、多自由度系统到弹性体的振动，以及振动理论在回转体系和抗震计算中的应用。作者的主观愿望是力求在理论上较完整、系统和严密，并较好地结合实际，服务于工程；在方法上力求简单明了、通俗易懂、适应性强、便于电算，并列举了较多例题，使读者用较少时间，学到较多的知识，并较快地提高分析问题、解决问题的能力。

本书从 1984 年开始使用，之后经过四次重大修改和补充，在原武汉水利电力大学重印多次。最初编写了 7 章，后来修改时增加了 1 章——振动测试与电算，这一章加入了作者在振动科研中的一些研究成果。本次付梓，为减少篇幅，把所加入的一章删去，该章一些必须保留的重要内容编入前 7 章的相关章节中，如 §4.8 电算在振动计算中的应用等。全书共分 7 章，前 5 章为基本内容，计划用 24 ~ 36 小时讲完，第 1 章由学生自学，第 2 章讲课时间为4 ~ 6小时，第 3 章为 6 ~ 8 小时，第 4 章为 10 ~ 12 小时，第 5 章为 4 ~ 6 小时，第 6 章、第 7 章分别为 2 ~ 4 小时。后面两章又依不同专业分别选用，如机械类专业可以用第 6 章，土木建筑工程、水利类专业可以选用第 7 章。一共需用 27 ~ 36 小时，还可以安排 2 小时上机。最后要求学生完成一个大作业。

历经 18 年，正式出版后又过了 8 年在上述专业 18 届本科生与 4 届研究生开过本课程。学生们普遍反映，这门课程内容丰富、理论性强、实用性大、用途广泛，对以后的学习与工作有很大帮助。

本书的编写与形成曾得到华中科技大学振动理论专家叶能安教授热情地帮助和指导，他在百忙中对本书全文仔细审阅、并提出了许多宝贵的修改意见。汪厚礼教授、韩立朝副

教授、熊铁华副教授（博士）也在使用过程中对本书提出许多宝贵意见。在编写计算机在振动计算中的应用时，Visual Basic语言程序的编写是由欧毓毅讲师完成的。在此表示衷心感谢！

本书尚有的错误和不妥之处，谨请读者提出批评指正。

欧珠光
2002 年 6 月
2010 年 4 月修订

目　录

第 1 章 振动基础知识

不论是线性振动、非线性振动或随机振动，在学习这些知识之前，应当具备一定的振动基础知识。在学习工程振动之前，我们首先将有关振动的概念及分类、简谐振动与运动微分方程线性化等有关问题作简单介绍。

§1.1 振动的概念

所谓振动，就是物体或某种状态随时间作往复变化的现象。振动包括机械振动与非机械振动。例如，钟摆的来回摆动，房屋由于风力、地震或机器设备引起的振动，桥梁由于车辆通过引起的振动，轨枕由于火车行驶引起的振动，以及水坝、闸门的振动等，这一类振动属于机械振动；另一类振动属于非机械运动的振动现象，例如声波、光波、电磁波等。本书仅仅是研究物体在机械运动中出现的振动现象，这种振动现象包括机械方面及工程结构方面的振动现象，重点是为工程结构振动的研究提供基础，因而本书定名为工程振动。

§1.2 工程振动的类型

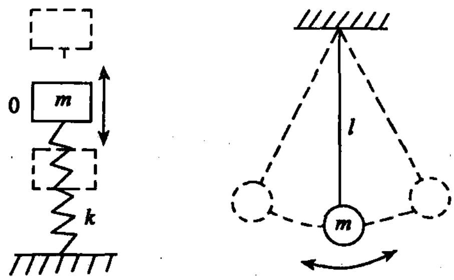
振动是一个非常广阔的科学领域，本书只讨论实际工程中存在的振动问题，主要是线性振动问题，即物体在一定条件下的机械运动问题。

工程振动是指在一定条件下振动体（机械或结构物）在其平衡位置附近作往复的机械运动。

由理论力学知识可知，如图 1-1(a) 所示的弹簧—质量系统，如果把质量 m 向下压到图示虚线位置，则弹簧 k 由于被压缩而产生一个向上的弹力，当突然把 m 放松时弹力就把 m 向上推，且由于 m 的惯性作用，把 m 推到原平衡位置以上的虚线位置，此时由于弹簧 k 伸长而产生一个拉力，将 m 向下拉，如此反复就构成了质量 m 在其平衡位置附近作往复的机械运动——振动。

同理，如图 1-1(b) 所示的单摆，若给予摆的一个初始摆角之后，在质量 m 的重力和惯性力作用下，单摆也会在其平衡位置附近作往复的机械运动——摆动。

从以上两个例子说明，构成振动系统并决定其振动性质的基本要素是物体的惯性、复原性和阻尼三项。惯性使物体产生一种惯性力，能使物体离开系统的平衡位置，维持物体的运动状态。复原性使复原元件产生一种恢复力，能使物体回复到系统的平衡位置。惯性力与恢复力交替作用，使物体产生振动。但是振动又不能无休止地振动下去，原因是有阻尼作用。阻尼就是阻碍物体运动的阻抗作用。此外，从能量角度来看，惯性是保持动能的要素，复原性是储存势能的要素，阻尼是使能量散逸的要素。



(a)　　(b)

图 1-1

但若外界给予系统能量——激励,系统的振动又会持续下去。

综上所述,质量 m、弹簧 k 及阻尼 c 便是构成振动系统并决定其振动特性的三大要素,而外激励则是维持振动的条件。

根据要素不同及外界的激励不同,可以将工程振动分类如下:

1.2.1　按引起振动的原因分类

自由振动——当系统仅仅受到一个初始干扰(初速度或初位移)或者原有的外激励取消后,系统仅在自身的惯性力与恢复力作用下的振动。

强迫振动——系统在一个持续的外激励作用下引起的振动。

自激振动——系统在输入和输出之间具有反馈特性,并有能源补充而产生的振动。如琴弓从静态拉小提琴的弦,由于摩擦力的作用,弦因振动而发出了声音。对于这种系统,仅仅有一点干扰的迹象,就能引起大振动的现象,称之为自激振动。这类振动在本书中不作介绍。

1.2.2　按振动的规律分类

简谐振动——振动量为时间的正弦或余弦函数,如图 1-2 所示。这类振动是一种最简单的周期振动,也是分析任意周期振动的基础。

周期性振动——振动量为时间的周期函数,但又是非简谐变化的。即每隔一定时间重复出现原来形状的波形,称之为周期性振动。这类振动可以用谐波分析的方法将其展开为一系列简谐振动的叠加。按照级数理论,任意一个周期函数要满足一定条件,都可以按傅里叶级数将其展开为一系列简谐函数之和,这又称为谐波分析。如图 1-3 所示,一个按矩形波形变化的周期振动函数为 $F(t)$,$F(t)$ 的振动周期为 T,$F(t)$ 可以展开成傅里叶(Fourier)级数

$$F(t)=\frac{a_0}{2}+a_1\cos\omega t+a_2\cos 2\omega t+\cdots+b_1\sin\omega t+b_2\sin 2\omega t+\cdots$$

$$=\frac{a_0}{2}+\sum_{n=1}^{\infty}(a_n\cos n\omega t+b_n\sin n\omega t)$$

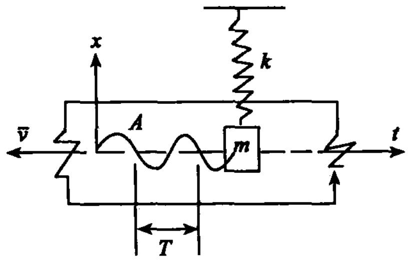


图 1-2

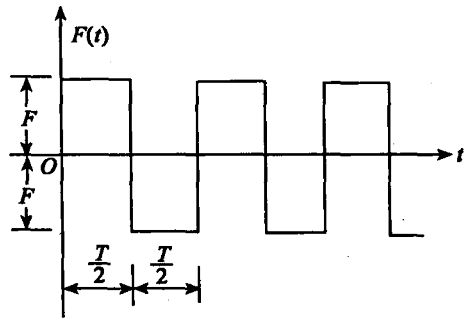


图 1-3

式中，$\omega=\frac{2\pi}{T}$。

这样就可以通过谐波分析将周期振动转化为简谐振动的叠加了。

瞬态振动——振动量为时间的非周期函数，通常只在一定的时间内存在，称之为瞬态振动。如脉冲、阶跃激励等引起的振动。

随机振动——振动量不是时间的确定性函数，因而不能预测，只能用概率统计的方法来研究。限于篇幅，随机振动在本书不拟讨论。

1.2.3　按系统的自由度数分类

在振动分析中，用以描述系统所需要的独立坐标数目，称为系统的自由度。

单自由度系统振动——用一个独立坐标就能确定的系统的振动，称为单自由度系统振动。如图 1-4(a)所示。

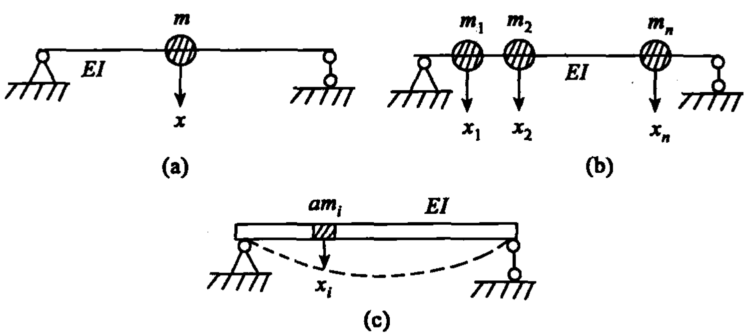


图 1-4

多自由度系统振动——用两个以上的多个独立坐标才能确定的系统的振动，称为多自由度系统振动。如图 1-4(b)所示，n 表示有限个数。

弹性体振动——必须用无限多个独立坐标(位移函数)才能确定的系统的振动，称为弹性体振动。如图 1-4(c)所示。

1.2.4 按描述系统运动的微分方程分类

线性振动——用常系数线性微分方程来描述。这类振动的惯性力、阻尼力及弹性力只分别与加速度、速度与位移成正比。如一弹簧一质量系统在微振动时，其自由振动微分方程为 $m\ddot{x}+c\dot{x}+kx=0$。该方程表示系统的运动是线性振动。

非线性振动——用非线性微分方程来描述，即在微分方程中出现非线性项。如上述的弹簧—质量系统的质量块作大变位的振动，变位增大使弹簧变硬或变软，则原方程将变成 $m\ddot{x}+k(x+\beta x^3)=0$，这个方程包括有 x 的三次方项，所以方程不再是线性方程了。限于篇幅，本书对非线性振动问题也不拟涉及。

对于上述准备研究的类型中，我们主要研究线性振动问题，从单自由度系统入手，逐渐加深到弹性体系振动。根据从简单到复杂的原则，在单自由度系统中先研究无阻尼自由振动、有阻尼的自由振动，再研究强迫振动和瞬态振动。在强迫振动中由简谐振动、周期振动到非周期振动，力求把线性振动的最基本理论搞清楚，且能掌握其在工程实践中的应用。

§1.3 简谐振动的表示方法

简谐振动还可以看成一个作匀速圆周运动的点在铅垂轴上投影的结果。如图 1-5 所示，一长度为 A 的直线 OP，由水平位置开始，以等角速度 ω 绕 O 点转动。任一瞬时 t，OP 在铅垂轴上的投影为

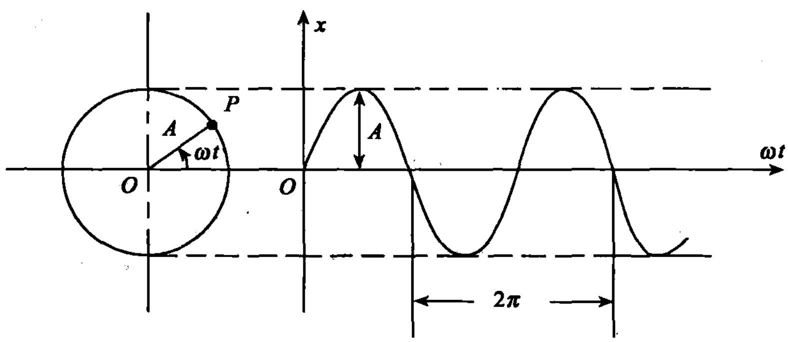


图 1-5

$$x = A\sin\omega t \tag{1-1}$$

式中，ωt 称为相位，ωt 反映了 OP 线的位置，表示 OP 在 t 时间内的转角。ω 的单位是 rad/s。

因为 OP 转过 2π rad 为一个周期，所以上式应满足条件

$$A\sin\omega(t+T) = A\sin(\omega t + 2\pi)$$

即
$$\omega T = 2\pi$$

或
$$\omega = \frac{2\pi}{T} \tag{1-2}$$

代入式(1-1)就得到 $x=A\sin\dfrac{2\pi}{T}t$，这是一个简谐振动的表示式，所以，通常我们就以式(1-1)

表示简谐振动。

从物理学中得知，在周期振动中周期的倒数定义为频率。即

$$f = \frac{1}{T} \tag{1-3}$$

f 的单位为 1/s，亦称赫兹，可以写做 Hz，即表示每秒钟振动的次数。这样

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f \tag{1-4}$$

显然，ω 也是一种频率。在 $f = 1$ Hz 时，$\omega = 2\pi$ rad/s，相当于直线 OP 每秒转一圈，因此在振动理论中把 ω 称为圆频率。

如果图 1-2 所示的振动，开始时质量块不在静平衡位置，则其位移表达式将具有下列一般形式

$$x = A\sin(\omega t + \varphi) \tag{1-5}$$

式中 φ 称为初相位，表示质量块的初始位置，如图 1-6 所示。

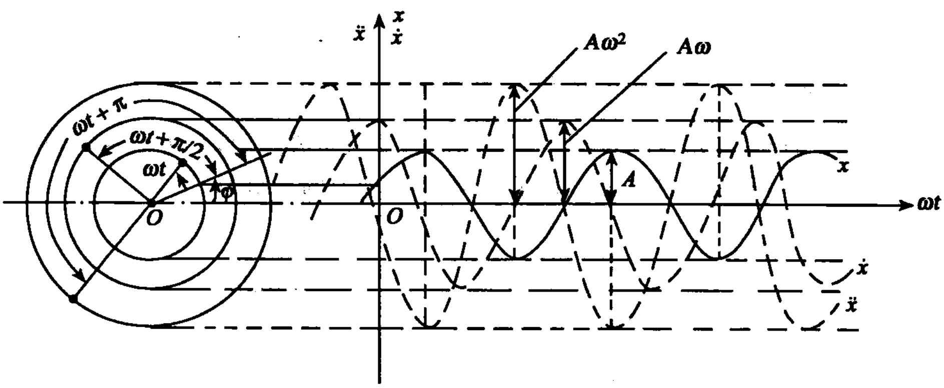


图 1-6

简谐振动的速度及加速度，只要将式(1-5)对时间 t 求一阶和二阶导数即可得到

$$v = \dot{x} = A\omega\cos(\omega t + \varphi) = A\omega\sin\left(\omega t + \varphi + \frac{\pi}{2}\right) \tag{1-6}$$

$$a = \ddot{x} = -A\omega^2\sin(\omega t + \varphi) = A\omega^2\sin(\omega t + \varphi + \pi) \tag{1-7}$$

可见，只要位移是简谐函数，速度和加速度也是简谐函数，而且与位移具有相同的频率。但是速度的相位超前$\frac{\pi}{2}$，加速度比位移超前 π，如图 1-6 所示。

从式(1-5)及式(1-7)可以得到

$$\ddot{x} = -\omega^2 x \tag{1-8}$$

式(1-8)中表明在简谐振动中，加速度的大小和位移的大小成正比，而方向和位移的方向相反，始终指向静平衡位置，这是简谐振动的一个重要特性。

在解决实际的工程振动问题时，为了计算上的方便，我们除了采用上面所述的三角函数表达式外，还常常采用矢量表示法与复数表示法来描述简谐振动。下面分别作介绍。

1.3.1 简谐振动的矢量表示法

在振动问题中,有时用旋转矢量表示简谐振动,对计算会带来方便。如图 1-7 所示,一模为 A 的矢量 $\boldsymbol{OP}$,从水平位置开始,绕中心 O,以等角速度 ω 逆时针旋转。$\boldsymbol{OP}$ 称为旋转矢量。$\boldsymbol{OP}$ 于任一瞬时 t 在铅垂轴上的投影为

$$x = A\sin\omega t$$

表示一简谐振动。显然,$\boldsymbol{OP}$ 在水平轴上的投影为一余弦函数,也表示一简谐振动。这就说明,任一简谐振动都可以用一个旋转矢量的投影来表示。这个旋转矢量的模就是简谐振动的振幅,其旋转角速度就是简谐振动的圆频率。

当两个同频率的简谐振动要合成时,可以用矢量法来合成。例如有两个旋转矢量分别为 $x_1 = a\cos\omega t$ 及 $x_2 = b\sin\omega t$,求 $x = x_1 + x_2$,则

$$x = a\cos\omega t + b\sin\omega t \tag{1-9}$$

现将上式的两个简谐振动分别用旋转矢量 $\boldsymbol{a}$ 及 $\boldsymbol{b}$ 表示,为此须将上式改写为

$$x = a\sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) + b\sin\omega t$$

这就是表示旋转矢量 $\boldsymbol{a}$ 比 $\boldsymbol{b}$ 超前$\frac{\pi}{2}$的相位,说明两个矢量是互相垂直的。图 1-8 绘出了两个旋转矢量。它们都是以角速度 ω 同步旋转的。根据矢量叠加原理,可以将 $\boldsymbol{a}$ 和 $\boldsymbol{b}$ 合成为旋转矢量 $\boldsymbol{A}$。设 $\boldsymbol{A}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 之间的夹角为 φ,则 $\boldsymbol{A}$ 在铅垂轴上的投影为

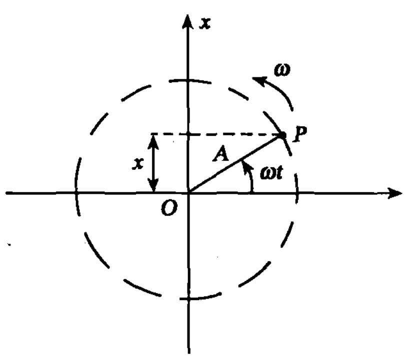


图 1-7

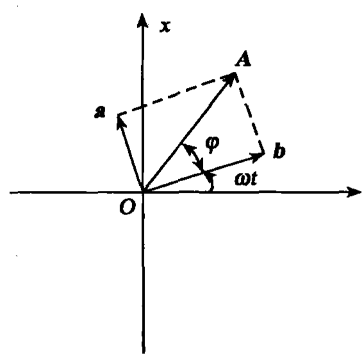


图 1-8

$$x = A\sin(\omega t + \varphi) \tag{1-10}$$

可见,合成振动也是一简谐振动。其振幅为 $\boldsymbol{A}$,圆频率为 ω,φ 为 $\boldsymbol{A}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 的相位差,其中振幅 A 和相位角 φ 均可以由图 1-8 中的平行四边形的几何关系求得

$$\begin{cases} A = \sqrt{a^2 + b^2} \\ \tan\varphi = \dfrac{a}{b} \end{cases} \tag{1-11}$$

必须指出,只有频率相同的简谐振动,才能按上述方法合成,而且合成之后的频率仍等于原来频率。反之一个简谐振动也可以分解成两个同频率的简谐振动之和。然而,两个不

同频率的旋转矢量是不能这样合成的，即使可以合成，合成后的旋转矢量已不再是简谐振动了。

如果位移是简谐函数，其速度和加速度也是简谐函数，它们仍然可以用旋转矢量表示。设

$$x = A\sin\omega t$$

则

$$\dot{x} = A\omega\cos\omega t = A\omega\sin\left(\omega t+\frac{\pi}{2}\right)$$

$$\ddot{x} = -A\omega^2\sin\omega t = A\omega^2\sin(\omega t+\pi)$$

如图 1-9 所示，画出了各个旋转矢量及它们之间的关系

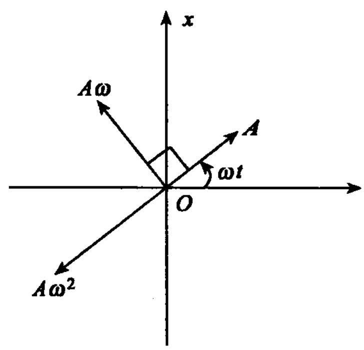


图 1-9

1.3.2　简谐振动的复数表示法

根据复数的矢量表示法，在复平面上的一个复数 z 代表在该复平面上的一个矢量。如图 1-10 所示，在复平面上有一个旋转矢量 $\boldsymbol{OP}$ 以等角速度 ω 绕 O 点逆时针旋转，则矢量 $\boldsymbol{OP}$ 的复数表达式为一个旋转复数矢量

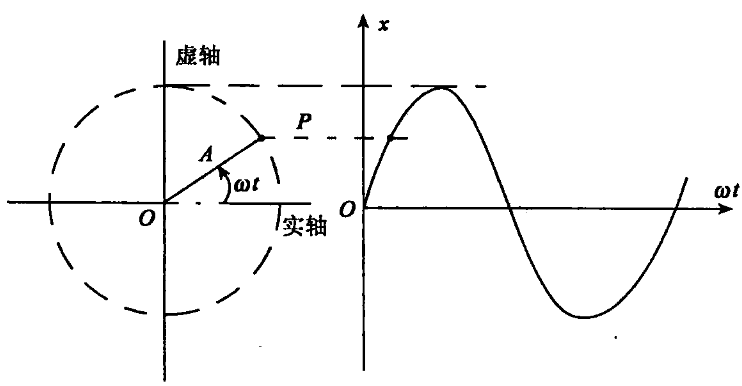


图 1-10

$$z = A\cos\omega t+\mathrm{i}A\sin\omega t = A(\cos\omega t+\mathrm{i}\ \sin\omega t)$$