配套人教版现行教材　体现新课改教育理念

2004修订版

互动

New 新课堂

高二数学

丛书主编　师　达

学科主编　乔家瑞

首都师范大学出版社

CAPITAL NORMAL UNIVERSITY PRESS

配套人教版现行教材　体现新课改教育理念

2004修订版

互动

新课堂

高二数学

New

丛书主编　师　达
学科主编　乔家瑞

首都师范大学出版社
CAPITAL NORMAL UNIVERSITY PRESS

《互动新课堂》丛书
编委会

图书在版编目(CIP)数据

互动新课堂·高二数学/师达,乔家瑞主编. -北京:首都师范大学出版社,2002.6(2004修订)

ISBN 7-81064-382-7

Ⅰ.互…　Ⅱ.①师…②乔…　Ⅲ.数学课-高中-教学参考资料　Ⅳ.G634

中国版本图书馆CIP数据核字(2002)第026734号

书　　名	互动新课堂·高二数学(2004修订版)
责任著者	乔家瑞
责任编辑	时葆华
标准书号	ISBN 7-81064-382-7/G·252
出版发行	首都师范大学出版社(68418523 68982468)
地　　址	北京西三环北路105号
网　　址	www.cnup.cnu.cn
印刷单位	北京嘉实印刷有限公司
开　　本	890×1240　1/32　12.25印张　351千字
	2004年6月第三版　2004年6月第一次印刷
印　　数	47,001~62,000册
定　　价	19.60元

序

（2004修订版）

在互动中学会思考、学会学习

《互动新课堂》丛书于2002年出版后，得到了广大师生的充分肯定。对书中呈现的教育理念表示极大认同；对书中高水平的知识解析和学习能力指导给予极大赞许；对书中“双栏互动”“双专题”设计所蕴含的魅力和启迪表示极大的兴趣。为回报广大师生的厚爱，我们在认真研讨师生意见的基础上，对本丛书进行了精心修订，从而使本书的特点更加凸显，更具指导性，更实用，更好用。

(1)正确诠释和处理知识、能力的辩证关系，在知识的掌握和能力的培养上给学生以高层次指导。知识是人类认知世界的成果，它包括经验和系统的科学理论两个层面；能力则是指一个人顺利完成某种活动任务的个性心理品质和基本条件。一方面，知识为能力的发展提供基础。另一方面，掌握知识的速度与质量依赖于能力的发展。一个知识渊博的人，其见解往往深刻，其思考和处理问题的能力肯定比一个没有知识或知识面狭窄的人强得多。从一定意义上讲,能力的实质是能根据现实的新情况，对既有的知识进行重组或充实新的知识，继而对知识做出正确的选择并及时转化为合理的操作程序，从而实现问题从初始状态向目标状态转化，最终得以顺利解决。总而言之，大量的知识的占有是能力形成的基础，特别是在进入知识经济的21世纪更是如此。我们之所以强调这个问题，目的就是想告诉中学生朋友们，在知识与能力的关系上；在“素质教育”与所谓“应试教育”问题上；在课堂教学与课外活动关系上；在培养能力、素质与提高考试成绩关系上不可偏废，不要走极端。从心理学上讲，中学阶段是感知发展,求知欲极为强烈的人生阶段。青少年朋友要充分利用这一黄金时段，注意课堂学习，注重知识积累，为成功打下坚实的知识基础。我们在编写本丛书时，首开“双专题”(知识专题、能力专题)设计之先，解析知识、能力、素质的辩证关系。重知识，又重能力。重知识,关键是抓核心知识点，打下牢固的基础；重能力，关键是掌握解决问题的思路、方法、规律，培养学会学习的能力。

(2)首开“双栏互动学习新方式”，在互动中思考，在互动中碰撞出思维火花。编精品教辅书，必须改变传统的教学模式和教辅书的传统内容体例结构模式。中国是一个文明古国，成形的学校教育，从孔夫子算起也有2500多年的历史了。教育历史悠长，这对知识的传承、文化的积累，对中华民族博大精深的传统文化形成具有决定性意义。但同时其负面影响也显而易见，这就是中国教育的“师道尊严”和缺乏创新能力。本书在倡导新的学习方式上做了大胆探索。一改以往教辅书老师(作者)一讲到底，学生(读者)被动接受的局面，而采用互动双栏结构，一边讲“是什么?”，一边解析“为什么?”，分别设置了“命题意图”、“解题思路”、“解后反思”、“方法技巧归纳”等栏目，以及“提示”、“评点”、“注意”“想一想”等启示性警语，引导学生(读者)在思考中步步深入，在探究中品味顿悟的喜悦。师生互动，双向沟通，方寸图书宛如一个启发式大课堂。而双色印刷，用色彩凸显知识的重点、难点、考点；用色彩凸显对解题思路、方法、程序、规律的总结和归纳，使这个大课堂更加精彩靓丽。

(3)编精品教辅书，既要帮助学生摆脱“题海”战术纷扰，但也不要走向另一个极端。适度做题训练是非常必要的，做练习题是提高学科水平的重要环节。做题时往往会遇到一些“难题”、“怪题”，“怪题”、“偏题”是不可取的，对“难题”则应当下功夫研究。所谓难题有两种，一种是综合性强的题目，另一种是与实际联系比较密切的题目。在前一种题目中，需要使用多个概念、规律，需要把所学过的知识有机地联系在一起，有时还需要用到其他学科的知识进行整合。在后一种题目中，需要分析研究实际问题，从大量事实中找出事物所遵循的规律，用已知的概念、原理通过知识迁移、推导、拓展，去解决未知问题。对于这两种难题，必须下功夫研究，逐步提高自己的能力。

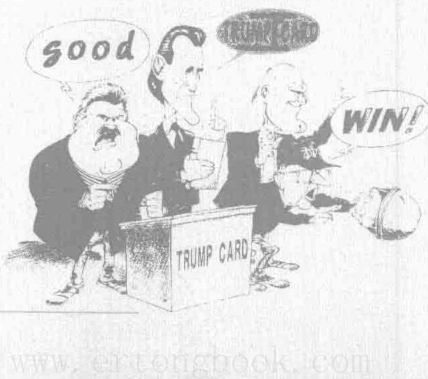
(4)编精品教辅书，应该告诉学生一个根本的学习方法，就是要学会思考，学会学习。毛主席说：要想知道梨子的滋味，你就必须亲自尝一尝。但是要想知道天下梨子的滋味，并不需要，也不可能把天下的梨子都尝一尝。怎么办呢?这就要掌握学习的方法，培养学习能力。掌握知识的速度和质量依赖于能力的发展，能力可使知识迁移，知识迭加。知识获得也好，能力获得也好，主要不是老师教会的，而是自己学会的，自己思考会的。“才以用而日生,思以行而不竭”，“学而不思则罔”。本丛书着重于体现能力中心、能力立意，力求做到明确目的、探索规律、分析原因、培养能力、适当练习，通过典型例题的示范解析，演示规律、演示方法，培养学生学会学习，提高学习能力。这也是本书的匠心所在。

本丛书以教育部制订的现行全日制中学教学大纲为依据，配套人教版现行教材。按学科分年级编写，计有：初一数学、语文、英语，初二数学、语文、英语、物理，初三数学、语文、英语、物理、化学；高一数学、语文、英语、物理、化学，高二数学、语文、英语、物理、化学，高三数学、语文、英语、物理、化学总复习,总计27册。每年6月份出版发行。

参与本丛书编写的还有：张盛如、陈图麟、郝克亮、祝晔、李兆宜、王世武、董锋、孟晓琳、李葆芬、张虹、吴锁红、曹强利、许立群、何梅、姚蓉、吴娅茹、侯会兰、李绍珍、王萍、王玉昆、齐先代、孙晓华、王立红。

本丛书主编、学科主编及部分编者均为北京市的特级教师或教授。本书的出版，我们不敢妄言其好，因为它最终要接受市场的检验，接受中学师生朋友们的检验。但我们可以无愧地说，我们是以老师的良知，尽心尽力去做这套书的。**我们相信修订版一定会继续得到广大师生的喜欢。**

编委会



目录
Contents

第6章 不等式

第7章 直线和圆的方程

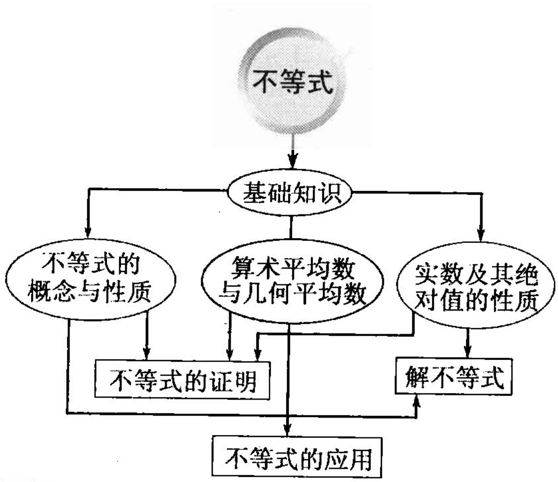
第8章 圆锥曲线的方程

第9章 直线、平面、简单几何体

第 10 章 排列、组合和概率

第6章 不等式

图解知识结构



点击重点难点

本章的重点是:不等式的证明和解不等式,均值不等式的应用.

本章的难点是:不等式的证明,含字母系数不等式的解法.

一、知识专题

题解:关键是抓核心知识点,即:重点、难点、考点.

专题一　不等式的性质

专题内涵解读

不等式的性质是证明或解不等式的重要依据. 不等式的性质分基

本性质和由基本性质导出的派生性质.

基本性质

①若 $a,b\in\mathbf{R}$,则 $a>b,a=b,a<b$ 三者关系必居其一;

②$a>b\Leftrightarrow b<a$;

③$a>b,b>c\Leftrightarrow a>c$;

④$a>b\Leftrightarrow a+c>b+c$;

⑤$a>b,c>0\Leftrightarrow ac>bc$;　　$a>b,c<0\Leftrightarrow ac<bc$;

⑥$a>b>0\Rightarrow\sqrt[n]{a}>\sqrt[n]{b}$($n\in\mathbf{N}^*$ 且 $n\geqslant 2$).

派生性质

⑦$a>b,c>d\Rightarrow a+c>b+d$ 或 $a-d>b-c$;

⑧$a>b>0,c>d>0\Rightarrow ac>bd$ 或$\dfrac{a}{d}>\dfrac{b}{c}$;

⑨$a>b,ab>0\Rightarrow\dfrac{1}{a}<\dfrac{1}{b}$;

⑩$a>b>0\Rightarrow a^n>b^n$($n\in\mathbf{N}^*$).

对于以上各种性质,同学都应当会推导,有利于理解、掌握和运用.其中性质应用的条件要格外注意,不可随便套用而出错误.

在运用不等式性质时,有时还结合运用函数的单调性,定义域、值域等有关性质.

典型例题示范解析

例1　若 $a>b>c$,则下列不等式一定成立的是(　　).

互动

(A)$ab>ac$

(B)$a|c|>b|c|$

(C)$|ab|>|ac|$

(D)$a(b^2+c^2)>b(b^2+c^2)$

解:(A)虽然 $b>c$,但 a 的正负不明,故难以保证 $ab>ac$.

解题点拨:

判断不等式是否成立,一定要有性质作保证,没有性质为依托结论往往是错误的,用反例即可否定.

提示:解此类选择题时容易出现两种情况:一是不知从何下手,二是

互动

(B)虽然 $a>b$，而 $|c|\geqslant 0$，显然 $c=0$ 时，$a|c|>b|c|$ 不成立.

(C)虽然 $b>c$，但不能保证 $|b|>|c|$，故难保 $|ab|>|ac|$.

(D)$\because$ $a>b>c$，$\therefore$ $b^2+c^2>0$.

故 $a(b^2+c^2)>b(b^2+c^2)$ 成立.

综上，选(D).

赋值不全，不当；第一种情况的出现是因为对不等式性质掌握不牢，不熟，不能应用性质迅速作出判断；第二种情况则是因为经验不足．比如取值时漏掉“0”！

例2 已知 $a^2<9$，试比较 a^3 与 $9a$ 的大小.

互动

解：$\because$ $a^2<9$，$\therefore$ $-3<a<3$.

(1)当 $-3<a<0$ 时，$a^2\cdot a>9\cdot a$，

即 $a^3>9a$；

(2)当 $a=0$ 时，$a^2\cdot a=9\cdot a=0$，

即 $a^3=9a$；

(3)当 $0<a<3$ 时，$a^2\cdot a<9\cdot a$，

即 $a^3<9a$.

解题点拨：

不难发现比较 a^3 与 $9a$ 的大小，正是已知不等式两边乘以 a 的结果，那么将 a 的取值范围找到便可比较该二数的大小.

例3 已知二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图像如图 6-1，点 A，B 是图像与 x 轴的交点．那么点 A、B 的坐标分别是 A ＿＿＿＿＿＿；B ＿＿＿＿＿＿.

互动

解：由图像位置知 $b^2-4ac>0$.

$\therefore$ $-\sqrt{b^2-4ac}<\sqrt{b^2-4ac}$.

$\therefore$ $-b-\sqrt{b^2-4ac}<-b+\sqrt{b^2-4ac}$.

又 图像开口向下，故 $a<0$.

$\therefore$ $\dfrac{-b-\sqrt{b^2-4ac}}{2a}>\dfrac{-b+\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$.

解题点拨：

二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图像与 x 轴的交点的纵坐标为0，横坐标是二次方程 $ax^2+bx+c=0$ 的根：$\dfrac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$，二根不等，谁大谁小要认准.

则 $A\left(\dfrac{-b+\sqrt{b^2-4ac}}{2a},0\right)$，

$B\left(\dfrac{-b-\sqrt{b^2-4ac}}{2a},0\right)$.

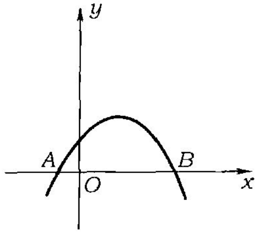


图 6-1

例 4 a,b 是任意实数，且 $a>b$，则（ ）.

(A) $a^2>b^2$ (B) $\dfrac{b}{a}<1$

(C) $\lg(a-b)>0$ (D) $\left(\dfrac{1}{2}\right)^a<\left(\dfrac{1}{2}\right)^b$

互动

解：(A) 虽然 $a>b$，但并无 a,b 均为正的条件，$a^2>b^2$ 未必成立.

(B) 理由同 A. $\dfrac{a}{b}<1$ 未必成立.

(C) $a>b\Rightarrow a-b>0$，只能说明 $\lg(a-b)$ 有意义，因为不能保证 $a-b>1$，由函数 $y=\lg x$ 为增函数也就不能保证 $\lg(a-b)>\lg 1=0$.

(D) 函数 $y=\left(\dfrac{1}{2}\right)^x$ 为减函数，$a>b\Rightarrow\left(\dfrac{1}{2}\right)^a<\left(\dfrac{1}{2}\right)^b$. 故选(D).

解后反思：

利用不等式的性质，一定要注意运用它们的前提条件，特别是对于性质⑤和⑩更需格外小心. 还要注意挖掘题中已知条件的隐含条件（如本例中二次项系数 $a<0$），以确保缜密不出差错.

例 5 （1992 年高考题）若 $\log_a 2<\log_b 2<0$，则（ ）.

互动

(A) $0<a<b<1$

(B) $0<b<a<1$

(C) $a>b>1$

(D) $b>a>1$

解法 1：∵ $\log_a 2<0,\log_b 2<0$，

∴ $0<a<1,0<b<1$.

∴ $\log_2 a<0,\log_2 b<0$，

解题点拨：

因为 $\log_a 2,\log_b 2$ 均为负，真数 $2>1$，由对数函数 $y=\log_a x$ 的性质知，$0<a<1,0<b<1$，由此排除(C)(D).

互动

由已知 $\log_a 2<\log_b 2<0$，

即 $\dfrac{1}{\log_2 a}<\dfrac{1}{\log_2 b}<0$，

两边同乘以正数 $\log_2 a\log_2 b$，

得 $\log_2 b<\log_2 a$.

故 $0<b<a<1$，

选(B).

又 $\log_a 2$ 与 $\log_b 2$ 是"底异真同"，那么真、底互换得到同底对数，再进行比较便知结果.

提示：底与真数范围同，则对数为正；底与真数范围异，则对数为负.反之亦然.这里所说的范围，是指在 $(1,+\infty)$ 或在 $(0,1)$. 对于类似的结论要在平时的学习中留心总结并经常应用.

解法2：赋值法.

由已知断定 $0<a<1$，$0<b<1$，当底取特殊值 $\frac{1}{2}$、$\frac{1}{4}$ 时，有 $-1=\log_{\frac{1}{2}}2<\log_{\frac{1}{4}}2=-\frac{1}{2}$. 对照已知 $\log_a 2<\log_b 2<0$，应有 $0<b<a<1$，选(B).

例 6 a,b 是任意实数，且 $a>b$，则（ ）.

(A) $a^2>b^2$ (B) $\dfrac{b}{a}<1$ (C) $\lg(a-b)>0$ (D) $\left(\dfrac{1}{2}\right)^a<\left(\dfrac{1}{2}\right)^b$

互动

解：(A)虽然 $a>b$，但并无 a,b 均为正的条件，$a^2>b^2$ 未必成立.

(B)理由同(A). $\dfrac{a}{b}<1$ 未必成立.

提示：令 $a=-1$，$b=-2$，立即排除(A)、(B)、(C)，特殊值法简单！

(C) $a>b\Rightarrow a-b>0$，只能说明 $\lg(a-b)$ 有意义，因为不能保证 $a-b>1$，由函数 $y=\lg x$ 为增函数也就不能保证 $\lg(a-b)>\lg 1=0$.

(D)函数 $y=\left(\dfrac{1}{2}\right)^x$ 为减函数，$a>b\Rightarrow\left(\dfrac{1}{2}\right)^a<\left(\dfrac{1}{2}\right)^b$. 故选(D).

例 7 若 $m>n>0$，$a>0$ 则下列不等式正确的是（ ）.

(A) $\log_a m>\log_a n$ (B) $a^m>a^n$ (C) $m^a>n^a$ (D) $a^{\sin m}>a^{\sin n}$

解：(A) $m>n>0$，$\log_a m$，$\log_a n$ 均有意义. 关于对数函数 $y=\log_a x$，因底的取值不同分为两类单调性不同的增函数或减函数. 也就是说，当 $0<a<1$ 及当 $a>1$ 时，其结论是不同的，显然仅有 $\log_a m>\log_a n$ 是不对的.

(B)对于指数函数 $y=a^x$，理由同 A，其结论也是不对的.

(C)$\because$ $m>n>0$，$\therefore$ $\frac{m}{n}>1$，幂函数 $y=x^{\alpha}(\alpha>0)$在第一象限为增函数. $\therefore$ $\left(\frac{m}{n}\right)^{\alpha}>1^{\alpha}=1$，故 $m^{\alpha}>n^{\alpha}$ 成立.

(D)对于 a 没有分类，且 $\sin m$ 与 $\sin n$ 的大小关系也无从判断，故无法得出结论 $a^{\sin m}>a^{\sin n}$.

综上，选(C).

例 8 (1989 年广东省高考题)如果 $0<m<b<a$，那么(　　).

(A)$\cos\frac{b+m}{a+m}<\cos\frac{b}{a}<\cos\frac{b-m}{a-m}$

(B)$\cos\frac{b}{a}<\cos\frac{b-m}{a-m}<\cos\frac{b+m}{a+m}$

(C)$\cos\frac{b-m}{a-m}<\cos\frac{b}{a}<\cos\frac{b+m}{a+m}$

(D)$\cos\frac{b+m}{a+m}<\cos\frac{b-m}{a-m}<\cos\frac{b}{a}$

解:关于用字母表示的分数的大小比较源于课本:

对于一个真分数$\frac{b}{a}$的分子分母分别加同一个正数，分数的值变大;减去同一个正数(分子，分母的差仍为正数)，分数的值变小. 即$\frac{b-m}{a-m}<\frac{b}{a}<\frac{b+m}{a+m}$，

而函数 $y=\cos x$ 在(0,1)上递减，

故 $\cos\frac{b-m}{a-m}>\cos\frac{b}{a}>\cos\frac{b+m}{a+m}$，

选(A).

互动

解题点拨:

这是一道小型综合题，首先比较分式值$\frac{b+m}{a+m}$，$\frac{b}{a}$，$\frac{b-m}{a-m}$的大小，然后利用余弦函数 $y=\cos x$ 在区间(0,1)上的单调性得出结论.

提示:体会一下“源于课本”又“高于课本”!

解后反思:

对于真分数，分子、分母都加同一个正数其值变大. 对于假分数，分子、分母都加同一个正数其值变小. 这个结论要熟悉，它对判断某些数值的大小带来方便.

为了便于记忆，有这样的实际问题，a 克糖水中有 b 克糖($a>b>0$)，若再添上 m 克糖($m>0$)，则糖水就变甜了，提炼之后，即:若 $a>b>0$，$m>0$，则$\frac{b}{a}<\frac{b+m}{a+m}$.

专题二 算术平均数与几何平均数

专题内涵解读

如果 $a,b\in\mathbf{R}$,那么 $(a-b)^2\geqslant 0$,

即 $a^2+b^2\geqslant 2ab$(当且仅当 $a=b$ 时取等号).

定理:如果 a、b 是正数,那么 $\frac{a+b}{2}\geqslant\sqrt{ab}$(当且仅当 $a=b$ 时取等号).

这里称 $\frac{a+b}{2}$ 为 a,b 的算术平均数,称 $\sqrt{ab}$ 为 a,b 的几何平均数.

这个定理又可叙述为:两个正数的算术平均数不小于它们的几何平均数.该定理简称为均值定理.

均值定理的应用(求最大值或最小值).

已知 x,y 都是正数,

(1)如果 xy 是定值 P,那么当 $x=y=\sqrt{P}$ 时,和 $x+y$ 有最小值 $2\sqrt{P}$;

(2)如果 $x+y$ 是定值 S,那么当 $x=y=\frac{S}{2}$,积 xy 有最大值 $\frac{1}{4}S^2$.

要特别注意由均值定理求最大值(最小值)的三个条件:①x、y 为正数,②积为定值(和为定值),③$x=y$ 时取得最值.

均值定理可以推广到三元的情况

若 a,b,c 是正数,则 $\frac{a+b+c}{3}\geqslant\sqrt[3]{abc}$,当且仅当 $a=b=c$ 时等号成立.

或写成 $abc\leqslant\left(\frac{a+b+c}{3}\right)^3$ 形式.

互动

提示:简称"正"、"定"、"等",好听又好记.在这三个条件中,最容易出现问题的是等号是否成立.很多错误原因都是由于只注意到了"和"或"积"为定值,而等号成立并不在给定区间内.因此要特别注意真正检查等号是否成立.

典型例题示范解析

例1 下列命题正确的是( ).

(A)函数 $y=x+\frac{1}{x}$的最小值为 2

(B)函数 $y=\frac{x^2+3}{\sqrt{x^2+2}}$的最小值为 2

(C)函数 $y=2-3x-\frac{4}{x}(x>0)$的最大值为 $2-4\sqrt{3}$

(D)函数 $y=2-3x-\frac{4}{x}(x>0)$的最小值为 $2-4\sqrt{3}$

解:(A)当 $x>0$ 时,$x+\frac{1}{x}\geqslant 2$;当 $x<0$ 时,$x+\frac{1}{x}\leqslant -2$,因此可知当 x 的符号不确定时 $y=x+\frac{1}{x}$的最小值为 2 不正确.

(B)$y=\frac{x^2+3}{\sqrt{x^2+2}}=\frac{x^2+2+1}{\sqrt{x^2+2}}=\sqrt{x^2+2}+\frac{1}{\sqrt{x^2+2}}>2$,但等号不成立,没有最小值 2.

因为若等号成立,需 $\sqrt{x^2+2}=\frac{1}{\sqrt{x^2+2}}\Rightarrow x^2+2=1$. ①

而①不成立,故 $y=\frac{x^2+3}{\sqrt{x^2+2}}$没有最小值 2.

(C)$\because\ 3x+\frac{4}{x}\geqslant 2\sqrt{3\cdot 4}=4\sqrt{3}(x>0)$,

当 $3x=\frac{4}{x}$,即 $x=\frac{2\sqrt{3}}{3}$时,等号成立.

$\therefore$ 函数 $y=2-3x-\frac{4}{x}$

$$=2-\left(3x+\frac{4}{x}\right)\leqslant 2-4\sqrt{3},$$

即函数 y 有最大值 $2-4\sqrt{3}$,此时 $x=\frac{2\sqrt{3}}{3}$.

(D)由(C)可知,(D)最小值为 $2-4\sqrt{3}$不成立.

综上述,(C)正确.

互动

解后反思:

本题主要考查能否正确运用均值不等式求最值.用均值不等式求最值的三个条件一个也不能少.

例 2 (1)正数 x,y 满足 $x+2y=1$,则$\frac{1}{x}+\frac{1}{y}$的最小值为______.

(2)$x^2+2y^2=1$,则 $x^2\cdot y^4$ 的最大值为________.

互动

解法1:(1)$\because\ x,y\in\mathbf{R}^+,x+2y=1$,

$$\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{x+2y}{x}+\frac{x+2y}{y}$$

$$=1+2\frac{y}{x}+\frac{x}{y}+2$$

$$\geqslant 3+2\sqrt{2},$$

当 $2\frac{y}{x}=\frac{x}{y}$,即 $x=\sqrt{2}y$,也就是

$$y=\frac{1}{2+\sqrt{2}}=\frac{2-\sqrt{2}}{2},$$

$x=\sqrt{2}-1$ 时,等号成立.

故$\frac{1}{x}+\frac{1}{y}$最小值为 $3+2\sqrt{2}$.

(2)$x^2+2y^2=1$.

$\because\ x^2\cdot y^4=x^2\cdot y^2\cdot y^2$

$$\leqslant\left(\frac{x^2+y^2+y^2}{3}\right)^3=\left(\frac{1}{3}\right)^3=\frac{1}{27},$$

当 $x^2=y^2=\frac{1}{3}$时,等号成立.

故 $x^2\cdot y^4$ 的最大值为$\frac{1}{27}$.

解法2:(1)令 $x=\cos^2\theta,2y=\sin^2\theta$,则

$$\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{1}{\cos^2\theta}+\frac{2}{\sin^2\theta}$$

$$=1+\tan^2\theta+2(1+\cot^2\theta)$$

$$=3+\tan^2\theta+2\cot^2\theta\geqslant 3+2\sqrt{2},$$

当 $\tan^2\theta=2\cot^2\theta$,即 $\tan^2\theta=\sqrt{2},\cot^2\theta=\frac{1}{\sqrt{2}}$时,等号成立.

(2)令 $x^2=\cos^2\theta,2y^2=\sin^2\theta$,则

提示:把“1”用“$x+2y$”代换.

解题点拨:

根据(1)、(2)的条件 $x+2y=1$,x,y 为正数,及 $x^2+2y^2=1$,不难发现,用换元法也可求解.