

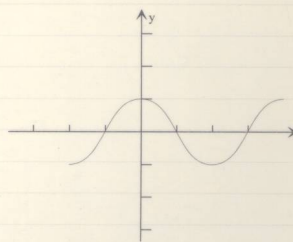
全国高等职业院校对口招生考试考前辅导

QUANGUOGAODENGZHIYEUANXIAODUIKOUZHAOSHENGKAOSHIKAOQIANFU

新

数学强化习题集

S H U X U E Q I A N G H U A X I T I J I



全国高等职业院校对口招生考试考前辅导编写组/组编

编写依据

中等职业学校文化基础课程教学大纲
全国各省(市)高职考试大纲和历年考题

中央民族大学出版社

全国高等职业院校对口招生考试考前辅导

数学强化习题集

主编/胡雄伟 彭婉娥 汤春荣

本册编著/丁胜宗 胡雄伟 吴彬

中央民族大学出版社

第一章 集合与数理逻辑用语	(1)
1.1 集合及其表示方法	(1)
1.2 集合之间的关系	(2)
1.3 集合的运算	(4)
1.4 数理逻辑用语	(6)
第二章 不等式	(9)
2.1 不等式的性质(一)	(9)
2.1 不等式的性质(二)	(11)
2.2 不等式的解法(一).....	(14)
2.2 不等式的解法(二).....	(16)
2.3 不等式的证明及应用(一).....	(19)
2.3 不等式的证明及应用(二).....	(22)
第三章 函数	(25)
3.1 映射与函数.....	(25)
3.2 函数的单调性.....	(27)
3.3 函数的奇偶性.....	(30)
3.4~3.5 一次函数、一元二次函数的图象和性质.....	(31)
3.6 图象法解一元二次不等式.....	(34)
3.7 含参数的实系数一元二次方程根的讨论.....	(36)
3.8 待定系数法.....	(37)
3.9 函数的应用.....	(38)
第四章 指数函数和对数函数	(40)
4.1 有理指数.....	(40)
4.2 指数函数.....	(42)
4.3 对数.....	(44)
4.4 反函数.....	(46)
4.5 对数函数.....	(49)
4.6 比较函数值大小.....	(51)
4.7 函数图象的画法.....	(52)
4.8 指数方程和对数方程.....	(56)
4.9 指数函数和对数函数的应用.....	(58)
第五章 数列和数列归纳法	(59)
5.1 数列.....	(59)
5.2 等差数列.....	(61)
5.3 等比数列.....	(63)
5.4 数列的通项公式.....	(64)
5.5 数列的求和.....	(66)
5.6 数列的应用.....	(67)
5.7 数学归纳法.....	(68)
第六章 三角函数	(70)
6.1~6.2 角的概念的推广 弧度制	(70)

目 录

6.3	任意角的三角函数	(72)
6.4	同角三角函数的基本关系式	(74)
6.5~6.6	诱导公式 已知三角函数值求角	(77)
6.7	和角公式	(79)
6.8	三角函数的图象和性质	(81)
第七章	平面向量	(84)
7.1	向量的概念及向量的加法与减法运算	(84)
7.2	数乘向量	(86)
7.3	向量的直角坐标运算	(89)
7.4	向量的内积及其运算	(91)
7.5	余弦定理、正弦定理及其应用	(93)
第八章	平面解析几何	(96)
8.1	直线(1)	(96)
8.1	直线(2)	(98)
8.2	曲线的方程与圆	(100)
8.3	圆锥曲线——椭圆	(102)
8.3	圆锥曲线——双曲线	(105)
8.4	圆锥曲线——抛物线	(108)
第九章	立体几何	(111)
9.1	平面、空间两条直线	(111)
9.2	空间直线与平面	(113)
9.3	平面与平面	(116)
9.4	空间向量	(119)
第十章	排列组合与二项式定理	(123)
10.1	两个计数原理	(123)
10.2	排列	(125)
10.3	组合	(127)
10.4	排列、组合综合应用题	(130)
10.5	二项式定理	(132)
第十一章	概率与统计初步	(135)
11.1	随机事件及其概率(1)	(135)
11.1	随机事件及其概率(2)	(138)
11.2	随机变量	(140)
第十二章	复数	(142)
12.1	复数的概念及其性质	(142)
12.2	复数的运算	(144)
12.3	复数的应用与复数集上的方程	(146)
	参考答案	(149)

第一章 集合与数理逻辑用语

§ 1.1 集合及其表示方法

一、选择题

1. 以下语句能表示集合的是()
A. 平面几何的所有难题
B. 本班某次数学考试得高分的同学
C. 某本书所有的插图
D. 大数的全体
2. 下列表示的自然数集中,错误的是()
A. $\{0, 1, 2, 3, \dots, 100\}$
B. $\{0, 1, 2, 3, \dots, n, \dots\}$
C. $\{x | x \geq 0, x \in \mathbb{Z}\}$
D. $\{\text{非负整数}\}$
3. 以下集合中,有限集是()
A. $\{x \in \mathbb{Z} | x < 3\}$
B. $\{\text{三角形}\}$
C. $\{x | x = 2n, n \in \mathbb{Z}\}$
D. $\{x \in \mathbb{R} | x^2 - 1 = 0\}$
4. 下列关系中,错误的是()
A. $3.14 \in \mathbb{Q}$
B. $\sqrt{2} \notin \mathbb{R}$
C. $0 \in \mathbb{Z}$
D. $-3 \notin \mathbb{N}$
5. 用性质描述法表示集合 $\{-1, 1\}$,下列表示中,错误的是()
A. $\{x | (x+1)(x-1) = 0\}$
B. $\{x | x^2 - 1 = 0\}$
C. $\{x | |x| = 1\}$
D. $\{x | x^3 - 1 = 0\}$
6. 下列各题中 P, Q 表示同一集合的是()
A. $P = \{\pi\}, Q = \{3.1416\}$
B. $P = \{3, 5\}, Q = \{(3, 5)\}$
C. $P = \{1, \sqrt{3}, \pi\}, Q = \{\pi, 1, \sqrt{3}\}$
D. $P = \{x | -1 < x < 1\}, Q = \{0\}$
7. 下列关系中正确的是()
A. $0 \notin \emptyset$
B. $0 \in \emptyset$
C. $0 = \emptyset$
D. $0 \neq \emptyset$
8. 已知集合 $M = \{m \in \mathbb{N} | 8 - m \in \mathbb{N}\}$, 则集合 M 的元素个数是()
A. 7
B. 8
C. 9
D. 10
9. 设 $M = \{x | x \leq 2\sqrt{3}\}, a = \sqrt{11}$, 则下列关系中正确的是()
A. $a < M$
B. $a > M$
C. $a \in M$
D. $a \notin M$
10. 下列说法正确的是()
A. $x^2 - 2x + 1 = 0$ 的根的集合为 $\{1, 1\}$
B. 三角形一边上的中线等于这边的一半的所有三角形组成的集合为 $\{\text{直角三角形}\}$
C. 平面上经过定点 A, B 的圆组成的集合是有限集
D. $1 \in \{\text{质数}\}$
11. $y = x^2 (x = 0, \pm 1, \pm 2)$ 函数值所组成的集合中,元素个数为()
A. 3 个
B. 4 个
C. 5 个
D. 无穷个
12. 在下面的命题中,正确的是()
A. 若 $m, n \in \mathbb{N}$, 则 $\frac{m}{n} \in \mathbb{Q}^+$
B. 0 与 $\{0\}$ 表示同一集合

C. $\sqrt{13} \notin \{x | x \geq 2\sqrt{3}, x \in R\}$

D. $\{\text{三角形}\}$ 是有限集

二、填空题

1. 方程 $2x^2 - 3x - 2 = 0$ 的解集用列举法表示为 _____
2. 设大于 3 小于 10 的整数的全体所构成的集合为 A , 用列举法表示 $A =$ _____ 用性质描述法表示 $A =$ _____
3. 数集 $\{a, a^2 - 2\}$ 中 a 的取值范围是 _____
4. 用另一种形式表示下列集合
 (1) $\{\text{偶数}\} = \{x | \text{_____}\}$ (2) $\{\text{正奇数}\} = \{x | \text{_____}\}$
5. 用 $\in$ 、 $\notin$ 填空:
 (1) $\sqrt{2}$ _____ R , (2) π _____ Q
 (3) 0 _____ Z , (4) -1 _____ N

三、解答题

1. 设 $A = \{x - 2, 2x^2 + 5x, 12\}$, 已知 $-3 \in A$, 求 x .
2. 设集合 $A = \{(x, y) | x + y = 6, x \in N, y \in N\}$, 试用列举法表示集合 A .
3. 已知集合 $A = \{x | ax^2 + 2x + 1 = 0, a \in R\}$ (1) 若 A 只有 1 个元素, 试求 a 的值, 并求出这个元素.
 (2) 若 A 是空集, 求 a 的取值范围. (3) 若 A 中至多只有 1 个元素, 求 a 的取值范围.

§ 1.2 集合之间的关系

一、选择题

1. 对于集合 A, B, C , 下列推理中, 错误的是 ()
 A. 如果 $A \subseteq B, B \subseteq C$, 则 $A \subseteq C$

- B. 如果 $A \supsetneq B, B \supsetneq C$, 则 $A \supsetneq C$
 C. 如果 $A=B$, 则 $A \subseteq B$ 且 $B \subseteq A$
 D. 如果 $A \cap B = \emptyset$, 则 A, B 中至少有一个为 $\emptyset$
2. 字母 N, Z, R 分别表示自然数集、整数集、实数集, 它们之间的关系是().
 A. $N \subsetneq Z \subsetneq R$ B. $Z \subsetneq N \subsetneq R$ C. $R \subsetneq Z \subsetneq N$ D. $R \subsetneq N \subsetneq Z$
3. 下列关系中, 错误的是().
 A. $2 \in \{x \in R | x \leq 5\}$ B. $\{2\} \subsetneq \{x \in R | x \leq 5\}$
 C. $\emptyset \in \{x \in R | x \leq 5\}$ D. $\emptyset \subsetneq \{x \in R | x \leq 5\}$
4. 集合 $A = \{1, 2, 3, 4\}$ 一共有() 个子集
 A. 8 B. 16 C. 7 D. 15
5. 下面结论中正确的是().
 A. $\{a\} \in \{a, b, c\}$ B. $\{a, b, c\} = \{\{a\}, \{b\}, \{c\}\}$
 C. $a \subsetneq \{a, b, c\}$ D. $\{a\} \subsetneq \{a, b, c\}$
6. 集合 $A = \{x | (x-2)(x-3) > 0\}, B = \{x | \frac{x-2}{x-3} > 0\}, C = \{x | \frac{x-3}{x-2} > 0\}$, 则这三个集合之间的关系是().
 A. $A \supsetneq B = C$ B. $A \subsetneq B = C$ C. $A = B = C$ D. $A = B \subsetneq C$
7. 集合 $M = \{(x, y) | xy > 0, \text{且 } x + y > 0\}, N = \{(x, y) | x > 0, y > 0\}$, 则 M 与 N 之间的关系是().
 A. $N \in M$ B. $N \subsetneq M$ C. $N \supsetneq M$ D. $M = N$
8. 设 $A = \{x | 1 < x < 2\}, B = \{x | x < a\}$, 若 $A \subset B$, 则 a 的取值范围是().
 A. $[2, +\infty)$ B. $(-\infty, 1]$ C. $[1, +\infty)$ D. $(-\infty, 2]$
9. 下列每一组两个集合, 则相等的集合是().
 (1) $A = \{x | x = \cos \alpha, \alpha \in R\}, B = \{y | y = \sin \alpha, \alpha \in R\}$;
 (2) $A = \{(x, y) | x^2 + y^2 = 1\}, B = \{\text{单位圆}\}$;
 (3) $A = \{x | x = 2k, k \in Z\}, B = \{y | y = 2(n+1), n \in Z\}$;
 (4) $A = \{x | \frac{x-1}{x-3} \geq 0\}, B = \{x | (x-1)(x-3) \geq 0\}$.
 A. (1), (3) 组 B. (1), (2) 组 C. (2), (3) 组 D. (3), (4) 组
10. 若 $P = \{y | y = x^2, x \in R\}, Q = \{(x, y) | y^2 = x^2, x \in R\}$, 则必有().
 A. $P \cap Q = \emptyset$ B. $P \subsetneq Q$ C. $P = Q$ D. $P \supsetneq Q$
11. $A = \{x | x \text{ 是能被 } 4 \text{ 整除的数}\}, B = \{x | x \text{ 是能被 } 2 \text{ 整除的数}\}$, 则 A 与 B 的关系是().
 A. $A \subsetneq B$ B. $A = B$ C. $A \supsetneq B$ D. $A > B$
12. 下列四个命题: ①空集没有子集; ②空集是任何一个集合的真子集; ③空集 $\emptyset$ 的元素个数为零; ④任何一个集合必有两个或两个以上的子集. 其中正确的有().
 A. 0 个 B. 1 个 C. 2 个 D. 3 个

二、填空题

1. 已知集合 $M = \{0, 1, 2\}$, 则 M 的真子集有_____个
 2. 已知 $A = \{\text{菱形}\}, B = \{\text{正方形}\}, C = \{\text{平行四边形}\}$, 那么 A, B, C 之间的关系是_____

3. 设集合 $A=\{x|x^2+x-1=0\}$, $B=\{x|x^2-x+1=0\}$, 则集合 A, B 之间的关系是_____
4. 如果 $A\subseteq B$, 则 $A\cap B=$ _____, $A\cup B=$ _____
5. 设集合 $A=\{x|x=2k+1, k\in N\}$, $B=\{x|x=2k-1, k\in N\}$, 则 A 与 B 的关系是_____

三、解答题

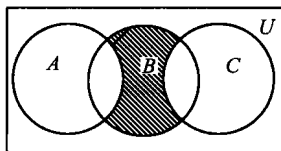
1. 写出满足 $\{0, 2\} \subsetneq M \subseteq \{0, 1, 2, 3, 4\}$ 的所有集合 M .
2. 设集合 $A=\{1, 3, a\}$, $B=\{1, a^2-a+1\}$, 且 $B\subsetneq A$, 求 a 的值.
3. 已知 $A=\{x|-3\leq x\leq 5\}$, $B=\{x|a+1\leq x\leq 4a+1\}$ 且 $B\subseteq A$, 求 a 的取值范围.
4. 已知集合 $A=\{a, a+d, a+2d\}$, $B=\{a, aq, aq^2\}$, (a 为已知常量), 若 $A=B$, 求 d, q 的值.

§ 1.3 集合的运算

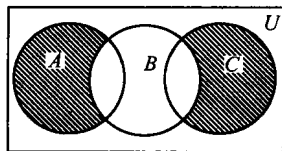
一、选择题

1. 设 $A=\{x|x\geq 0\}$, $B=\{x|x\leq 0\}$, 则下列各式中, 正确的是()
- A. $A\cap B=\{0\}$ B. $A\cap B=\emptyset$ C. $A\cap B=R$ D. $A\cup B=\emptyset$
2. 下列各式中, 错误的是()
- A. $A\cup B=B\cup A$ B. $A\cup A=A$ C. $A\cup\emptyset=A$ D. $A\cap\emptyset=A$
3. 已知 $A=\{(x, y)|4x+y=6\}$, $B=\{(x, y)|3x+2y=7\}$, 则 $A\cap B$ 是()
- A. $\{(2, 1)\}$ B. $\{(1, 2)\}$ C. $\{2, 1\}$ D. $\{1, 2\}$
4. 已知 $A=\{\text{锐角三角形}\}$, $B=\{\text{钝角三角形}\}$, $A\cup B$ 是()
- A. $\emptyset$ B. $\{\text{锐角三角形}\}$

- C. {钝角三角形} D. {锐角三角形或钝角三角形}
5. 已知 $U = \{\text{小于9的正整数}\}$, $A = \{1, 3, 5\}$ 则 $C_U A$ 是()
 A. $\{0, 2, 4, 6, 7, 8\}$ B. $\{2, 4, 6, 8, 9\}$
 C. $\{2, 4, 6, 7, 8\}$ D. $\{0, 2, 4, 6, 7, 8, 9\}$
6. 设集合 $A = \{x | -5 \leq x < 1\}$, $B = \{x | x \leq 2\}$, 则 $A \cup B$ 等于()
 A. $\{x | -5 \leq x < 1\}$ B. $\{x | -5 \leq x \leq 2\}$
 C. $\{x | x < 1\}$ D. $\{x | x \leq 2\}$
7. 下列四个推理: ① $a \in (A \cup B) \Rightarrow a \in A$; ② $a \in (A \cap B) \Rightarrow a \in (A \cup B)$; ③ $A \subseteq B \Rightarrow A \cup B = B$; ④ $A \cup B = A \Rightarrow A \cap B = B$. 其中正确的个数为()
 A. 1 B. 2 C. 3 D. 4
8. (1) 图(1)中阴影部分所表示的集合是()
 (2) 图(2)中阴影部分所表示的集合是()



图(1)



图(2)

- A. $B \cap [\complement_U (A \cup C)]$ B. $(A \cup B) \cup (B \cup C)$
 C. $(A \cup C) \cap (\complement_U B)$ D. $[\complement_U (A \cap C)] \cup B$
9. 已知集合 $A = \{x \in \mathbb{N} | x \leq 5\}$, $B = \{x \in \mathbb{N} | x > 1\}$, 那么 $A \cap B$ 等于()
 A. $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ B. $\{2, 3, 4, 5\}$
 C. $\{2, 3, 4\}$ D. $\{x | 1 < x \leq 5, x \in \mathbb{R}\}$
10. 已知集合 $A = \{x | x^2 + \sqrt{m}x + 1 = 0\}$, 若 $A \cap \mathbb{R} = \emptyset$, 则实数 m 的取值范围是()
 A. $m < 4$ B. $m > 4$ C. $0 < m < 4$ D. $0 \leq m < 4$
11. 集合 $P = \{s | s = x^2 + 3x + 1\}$, $T = \{t | t = y^2 - 3y + 1\}$ 之间的关系是()
 A. $P \cap T = \emptyset$ B. $P \cap T = \{-\frac{5}{4}\}$
 C. $P \cap T = \{0\}$ D. $P = T$
12. 设全集 $U (U \neq \emptyset)$ 和集合 M, N, P , 且 $M = \complement_U N$, $N = \complement_U P$, 则 M 与 P 的关系是()
 A. $M = \complement_U P$ B. $M = P$ C. $M \supsetneq P$ D. $M \subsetneq P$

二、填空题

1. 已知集合 $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $A \cap B = \{1, 3, 5\}$, $A \cup B = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, 那么集合 $B =$ _____
2. 设集合 $A = \{x | -4 \leq x < 2\}$, $B = \{x | -1 < x \leq 3\}$, $C = \{x | x \leq 0 \text{ 或 } x \geq \frac{5}{2}\}$, 则 $A \cup B =$ _____
 $A \cup B \cup C =$ _____
3. 已知全集 $U = \mathbb{N}$, 集合 $A = \{x | x \in \mathbb{N} \text{ 且 } x > 5\}$, 则 $\complement_U A$ 用列举法表示为 _____
4. 已知 $A = \{x | x^2 - px - q = 0\}$, $B = \{x | x^2 + qx - p = 0\}$, 且 $A \cap B = 1$, 则 $A \cup B =$ _____

5. 设 $A = \{x | x > 2\}$, $B = \{x | x \leq 3\}$, 则 $A \cup B =$ _____, $\complement_U A \cup \complement_U B =$ _____

三、解答题

1. 已知全集 $U = \{x | -5 \leq x \leq 3\}$, $A = \{x | -3 \leq x \leq -1\}$, $B = \{x | -1 \leq x < 1\}$, 求 $\complement_U A$, $\complement_U B$, $\complement_U (A \cap B)$, $\complement_U (A \cup B)$.

2. 已知全集 $U = \{2, 4, a^2 - a + 1\}$, $A \subsetneq U$, $A = \{2, a + 1\}$, $\complement_U A = \{7\}$, 求 a 的值.

3. 设集合 $M = \{(x, y) | y = x^2 + 2x\}$, $N = \{(x, y) | y = x + a\}$, 求使 $M \cap N = \emptyset$ 成立的实数 a 的取值范围.

4. 设二次方程 $x^2 - px + 15 = 0$ 的解集为 A , $x^2 - 5x + q = 0$ 的解集为 B , 当 $A \cap B = \{3\}$ 时, 求集合 $A \cup B$ 及 p, q 的值.

§ 1.4 数理逻辑用语

一、选择题

1. 下列式子或句子是命题的是()

A. $1 + 2 = 3$ 吗?

B. 请您讲文明礼貌!

C. $x^2 = 1$

D. 20 能被 6 整除

2. 下列命题是真命题的是()

A. $3 > 2$ 且 $-1 < 0$

B. 若 $A \cap B = \emptyset$, 则 $A = \emptyset$

- C. 方程 $(x-1)^2 + (y+1)^2 = 0$ 的解是 $x=1$ 或 $y=-1$
D. 存在实数 x , 使 $x^2 = -1$
3. 下列命题中, 为假命题的是()
A. 对于任意实数对 (x, y) , 都有 $y = x^2$
B. 存在实数 x , 使 $x^2 - 3x + 2 = 0$
C. 对于任意实数, 都有 $x^2 - 2x + 2 > 0$
D. 存在实数 x , 使 $x + 4 = 0$
4. 命题“明天刮风或者下雨”的非是()
A. 明天不刮风或者不下雨
B. 明天不刮风且不下雨
C. 明天刮风且不下雨
D. 明天不刮风且下雨
5. “ $xy \neq 0$ ”是指()
A. $x \neq 0$ 且 $y \neq 0$
B. $x \neq 0$ 或 $y \neq 0$
C. x, y 至少一个不为 0
D. 不都是 0
6. 已知 $p: \triangle ABC$ 是直角三角形, $q: \triangle ABC$ 是等腰三角形, 则 $p \vee q$ 为()
A. $\triangle ABC$ 是直角三角形并且是等腰三角形
B. $\triangle ABC$ 是直角三角形而不是等腰三角形
C. $\triangle ABC$ 是直角三角形或是等腰三角形
D. $\triangle ABC$ 是等腰三角形而不是直角三角形
7. 设 p, q 是两个命题, 若 $p \vee q$ 是假命题, 则必须()
A. p 真 q 真
B. p 真 q 假
C. p 假 q 真
D. p 假 q 假
8. 命题 $p: “3 > 2”$, 命题 $q: “3 = 2”$, 则()
A. $p \wedge q$ 是真命题
B. $p \vee q$ 是真命题
C. $\neg p \wedge q$ 是真命题
D. $\neg p \wedge \neg q$ 是真命题
9. $\sin \alpha = \sin \beta$, 是 $\alpha = \beta$ 的()
A. 充分条件
B. 必要条件
C. 充要条件
D. 既不充分也不必要条件
10. “ $x^2 = y^2$ ”是“ $x = y$ ”的()
A. 充分条件
B. 必要条件
C. 充要条件
D. 既不是充分, 也不是必要条件
11. 设 a, b 为实数, 则 $a^2 = b^2$ 的充分必要条件是()
A. $a = b$
B. $a = -b$
C. $a^3 = b^3$
D. $|a| = |b|$
12. 与命题: “一元二次方程有实根”等价的命题是()
A. 一元二次方程根的判别式大于 0
B. 一元二次方程根的判别式等于 0
C. 一元二次方程根的判别式不小于 0
D. 一元二次方程根的判别式不大于 0

二、填空题

1. 用真、假(命题)填空, 设 $p: 1+1=3, q: 4>3$, 则 $p \wedge q$ 是_____命题, $p \vee q$ 是_____命题.
2. 设 p : 申花足球队队员至少有一个是北京人, 则 $\neg p$: _____.
3. 设 $\neg r$: 对 $\forall$ 实数 x , 都有 $x^2 - 9 \neq 0$, 则 r : _____.
4. $\alpha = 30^\circ$ 是 $\sin \alpha = \frac{1}{2}$ 的_____条件.

5. $x^2+3x+2=0$ 是 $x=-1$ 的 _____ 条件.

三、解答题

1. 证明命题“ $\exists$ 一个实数 x , 使得 $x^2-2x+2 \leq 0$ ”为假命题.

2. 已知 p 是 q 的充分条件, p 是 s 的充要条件, 问: q 是 s 的什么条件?

3. 分别指出下列复合命题的形式及构成它的简单命题, 并指出复合命题的真假:

(1)“8 或 6 是 30 的约数”; (2)“矩形的对角线互相垂直平分”.

4. 已知命题 p : “设 $\triangle ABC$ 三顶点 A, B, C 所对的边依次为 a, b, c , 如果 $a^2+b^2=c^2$, 则 $\angle C=90^\circ$ ” 写出 p 的一个等价命题.

第二章 不 等 式

§ 2.1 不等式的性质(一)

一、选择题

1. 设 $a > 0, b > 0$, 则下列不等式成立的是()
 A. $\frac{b}{a} > \frac{b}{a+1}$ B. $\frac{b}{a} > \frac{b+1}{a}$ C. $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$ D. $\frac{b}{a} + \frac{a}{b} > 2$
2. 下列不等式正确的是()
 A. $3a > 2a$ B. $3+a > 2+a$ C. $3+a > 3-a$ D. $\frac{3}{a} > \frac{2}{a}$
3. 已知 $a < b < 0$, 那么一定有()
 A. $\frac{b}{a} > \frac{a}{b}$ B. $0 < \frac{b}{a} < 1$ C. $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$ D. $ab < b^2$
4. 已知 $a = 3 - \sqrt{7}, b = \sqrt{7} - 3, c = 5 - 2\sqrt{7}$. 则()
 A. $a > b > c$ B. $a > c > b$ C. $b > a > c$ D. $c > b > a$
5. 若 $x > y, m > n$, 则下列不等式中正确的是()
 A. $x - m > y - n$ B. $xm > yn$ C. $\frac{x}{n} > \frac{y}{m}$ D. $m - y > n - x$
6. 已知 $a > b$, 那么 $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$ 成立的充要条件是()
 A. $a > b > 0$ B. $0 > a > b$ C. $0 < b < a < 1$ D. $b < 0 < a$
7. 下列命题中正确的是()
 A. 如果 $ac > bc$, 那么 $a > b$ B. 如果 $a < b < 0$, 那么 $a^m > b^m$
 C. 如果 $a > b > 0, c > d > 0$, 那么 $\frac{a}{c} > \frac{b}{d}$ D. 如果 $a^2 > b^2, ab > 0$, 那么 $\frac{b}{a} < \frac{a}{b}$
8. 若 $x - y > x, x + y < y$, 则()
 A. $y < x$ B. $x < y < 0$ C. $x < 0, y < 0$ D. $x > 0, y > 0$
9. $a < 0$ 且 $b > 0$ 是 $ab < 0$ 的()
 A. 充分条件 B. 必要条件
 C. 充要条件 D. 既非充分又非必要条件
10. 若 $a > b > 0, c > d > 0$, 且 $M = a^2 - \sqrt{d}, N = b^2 - \sqrt{c}$, 那么()
 A. $M = N$ B. $M > N$
 C. $M < N$ D. 以上三种可能都存在
11. 若 $a < 0, -1 < b < 0$, 则 a, ab, ab^2 之间的关系是()
 A. $a > ab > ab^2$ B. $ab^2 > ab > a$ C. $ab > a > ab^2$ D. $ab > ab^2 > a$
12. 设 m, n, p 为两两不等的数, 且 $\lg m, \lg n, \lg p$ 成等差数列, 则 m, n, p 的关系是()
 A. $n = \sqrt{m} + \sqrt{p}$ B. $\frac{1}{n} = \frac{1}{m} + \frac{1}{p}$ C. $n^2 = m \cdot p$ D. $2n = m + p$

13. 下列命题成立的是()

A. $a > b$, 则 $a|c| > b|c|$

B. $x^2 < a^2$, 则 $x < a$

C. $|x| + 1 > 1 - |x|$

D. $|a| > |b|$, 则 $-a^2 < -b^2$

14. 若 $a > b, c > d$, 则下列结论正确的是()

A. $a - c > b - d$

B. $a - d > b - c$

C. $ac < bd$

D. $\frac{a}{d} > \frac{b}{c}$

15. 若 $x < 1$, 则下列命题正确的是()

A. $\frac{1}{x} > 1$

B. $\frac{1}{x^2} < 1$

C. $x^3 < 1$

D. $|x| < 1$

二、填空题

1. 若 $M = \sqrt{2003} - \sqrt{2000}, N = \sqrt{2000} - \sqrt{1997}$, 那么 M _____ N .

2. 已知 $a > b > 0$, 则 $\frac{a}{b}$ _____ $\frac{a+1}{b+1}$.

3. 设 $m = (a^2 + \sqrt{2}a + 1)(a^2 - \sqrt{2}a + 1), n = (a^2 + a + 1)(a^2 - a + 1)$, 则 m _____ n .

4. $a > 0$ 且 $b > 0$ 是 $ab > 0$ 的 _____ 条件.

5. 命题① $x > y$, 则 $|x| > |y|$; ② $x < y$, 则 $x^2 < y^2$; ③ 若 $x > 2$ 且 $x > 5$, 则 $x > 5$; ④ 若 $x + 5 < 0 \Leftrightarrow x + 3 < -2$; ⑤ $-\frac{1}{3}x < -\frac{1}{4}y \Leftrightarrow 4x > 3y$. 以上五个命题中不成立的有 _____.

6. 若 $a > b > 1, 0 < m < 1$, 则 a^{-m} _____ b^{-m} .

7. 设 $A = a^2 + b^2 + 5, B = 2(2a - b)$, 则 A _____ B .

8. 已知 $a > 0, b < 0, a + b > 0$, 则 $a, b, -a, -b$ 由大到小的顺序为 _____.

9. 已知 $a > b > 0, c < 0$, 则① 当 $ma < mb$ 时, m _____ 0; ② $\frac{1}{a}$ _____ $\frac{1}{b}$; ③ $(a - 4)c$ _____ $(b - 4)c$; ④ $\frac{c}{a}$ _____ $\frac{c}{b}$.

10. 若 $a > b > c > 1$, 则将 $\sqrt{abc}, \sqrt{ab}, \sqrt{bc}, \sqrt{ac}$ 按从小到大排列的顺序为 _____.

三、解答题

1. 比较 $x^2 - xy + y^2$ 与 $x + y + 1$ 的大小. ($x, y \in R$)

2. 比较 $a^2 + a$ 与 $3a - 2$ 的大小.

3. 比较 $\frac{1}{1+a}$ 与 $1-a$ 的大小.

4. 证明: 若 $a > b$, 则 $a^3 - a^2b - 3ab^2 > 2a^2b - 6ab^2 + b^3$

5. 若 $x > 0, y > 0$, 证明: $\frac{x}{y^2} + \frac{y}{x^2} \geq \frac{1}{x} + \frac{1}{y}$

§ 2.1 不等式的性质(二)

一、选择题

1. 已知 $a < b < 0$, 那么()

A. $a^2 < b^2$

B. $\frac{a}{b} < 1$

C. $|a| < |b|$

D. $a^3 < b^3$

2. 设 a, b 为任意实数, 且 $a > b > 0$, 则()

A. $\lg\left(\frac{a}{b}\right) > 0$

B. $\lg(a-b) > 0$

C. $\left(\frac{1}{2}\right)^{a-b} > 1$

D. $\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{a}{b}} > \frac{1}{2}$

3. 已知 $a = 1.1^{\frac{2}{3}}, b = (-1.2)^{\frac{1}{5}}, c = (-1.2)^{\frac{2}{3}}$, 则 a, b, c 的大小关系为()

A. $a < b < c$

B. $b < c < a$

C. $a < c < b$

D. $c < b < a$

4. 设 $a > b$, 则 $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$ 等价于()

A. $b > 0$

B. $b > 0$ 且 $a < 1$

C. $a < 0$

D. $ab < 0$

5. 已知 $a, b, c \in \mathbb{R}$, 命题 $p: a > b$, 命题 $q: ac^4 > bc^4$, 那么()

A. p 是 q 的充分但不必要条件

B. p 是 q 的必要但不充分条件

C. p 是 q 的充要条件

D. p 既不是 q 的充分条件又不是 q 的必要条件

6. 已知 $x < y < 0$, 则一定成立的不等式是()

- A. $x^2 < xy < 0$ B. $x^2 > xy > y^2$
 C. $x^2 < y^2 < 0$ D. $x^2 > y^2 > xy$
7. 若 x 满足 $\frac{1}{x} > 2$ 和 $\frac{1}{x} > -3$, 则 x 的取值范围是()
 A. $x > \frac{1}{2}$ B. $x < -\frac{1}{3}$
 C. $x > -\frac{1}{2}$ 或 $x < -\frac{1}{3}$ D. $-\frac{1}{3} < x < \frac{1}{2}$
8. 如果 $a < b$, 那么下列各式中不成立的是()
 A. $3a < 3b$ B. $a + 2 < b + 2$
 C. $a - 3 < b - 3$ D. $-\frac{a}{2} < -\frac{b}{2}$
9. 下列命题正确的是()
 A. 如果 $a > b, c > d$, 则 $c > d + a - b$ B. 如果 $a > b, c = d$, 则 $ac < bd$
 C. 如果 $a > b, ab < 0$, 则 $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$ D. 如果 $a > 0$, 则 $a^2 > a$
10. 如果 $a < b < 0$, 下列不等式成立的是()
 A. $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$ B. $-a < -b$ C. $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$ D. $a^3 > b^3$
11. 下列四个命题中正确的是()
 A. 若 $\frac{a}{b} < 1$, 则 $a < b$ B. 若 $ac^2 \geq bc^2$, 则 $a \geq b$
 C. 若 $a > b$, 则 $\sqrt[3]{a} > \sqrt[3]{b}$ D. 若 $a > b, c > d$, 则 $ac < bd$
12. 若 $x > y, a > b$, 则下列不等式正确的是()
 A. $xa > y - b$ B. $xa > yb$ C. $\frac{x}{b} > \frac{y}{a}$ D. $a - y > b - x$
13. 下列命题中正确的是()
 A. $a^3 > b^3, ab > 0 \Rightarrow \frac{1}{a} > \frac{1}{b}$ B. $a > b > 0, m > 0 \Rightarrow a^m > b^m$
 C. $\frac{a}{c} > \frac{b}{c} \Rightarrow a > b$ D. $a^2 > b^2, ab > 0 \Rightarrow \frac{1}{a} < \frac{1}{b}$
14. 设 $M = 2x^2 + 2x + 13, N = x^2 - 4x + 3$, 则 M 与 N 的关系为()
 A. $M \geq N$ B. $M > N$ C. $M \leq N$ D. $M < N$
15. 若 $a + b > 0, c < 0, bc > 0$, 则 $a - b$ 的值()
 A. 大于 0 B. 小于 0 C. 等于 0 D. 不能确定

二、填空题

1. 当 _____ 时, $\sqrt[3]{x} < \sqrt[3]{y}$.
2. 若 $-1 < \alpha < \beta < 1$, 则 $\alpha - \beta$ 的取值范围是 _____.
3. 若 $a < b < 0$, 则 $\frac{1}{a-b}$ _____ $\frac{1}{a}$.
4. 已知 $a > 0, b > 0, c > 0$, 且 $a > b > c$. 则 $\sqrt{ab}, \sqrt{bc}, \sqrt{ac}, c$, 从小到大的排列顺序是 _____.

5. 若 $12 < a < 60, 15 < b < 36$. 则 $\frac{a}{b}$ 的范围是_____, $a-b$ 的范围为_____.
6. 若 $a > b$, 且 ab _____ 0 时, 则 $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$.
7. 若 $a > b$, 且 c _____ 0 时, 则 $ac \leq bc$.
8. 若 $a > b > 0, c < d < 0$, 则 $\frac{a}{d}$ _____ $\frac{b}{c}$.
9. 设 $M = 1 + 2x^4, N = x^2 + 2x^3$, 则 M _____ N .
10. 若 $0 < a < 1$, 则 $\sqrt{a}$ _____ a .

三、解答题

1. 比较 $2x^2 + 2x + 13$ 与 $x^2 - 4x + 3$ 的大小.
2. 已知 $a \geq b \geq c$, 求证: $(a+c)b \geq b^2 + ac$.
3. 证明: 不等式 $\frac{x^2+2}{\sqrt{x^2+1}} \geq 2$.
4. a, b 均为正数, 试比较 $\sqrt{2(a^2+b^2)}$ 与 $a+b$ 的大小.
5. 证明: $(a^4+b^4)(a^2+b^2) \geq (a^3+b^3)^2$.