大学文科数学

主　编⊙张忠志　刘能东
副主编⊙余晋昌　关　力

DAXUE WENKE SHUXUE

暨南大学出版社
JINAN UNIVERSITY PRESS

大学文科数学

主　编⊙张忠志　刘能东
副主编⊙余晋昌　关　力

DAXUE WENKE
SHUXUE

暨南大學出版社
JINAN UNIVERSITY PRESS
中国·广州

图书在版编目（CIP）数据

大学文科数学/张忠志，刘能东主编；余晋昌，关力副主编．一广州：暨南大学出版社，2010．1
ISBN 978－7－81135－414－0

Ⅰ．大…　Ⅱ．①张…②刘…③余…④关…　Ⅲ．高等数学—高等学校—教材　Ⅳ．O13

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2009）第 195660 号

出版发行：暨南大学出版社

地　址：中国广州暨南大学
电　话：总编室（8620）85221601
营销部（8620）85225284　85228291　85220693（邮购）
传　真：（8620）85221583（办公室）　85223774（营销部）
邮　编：510630
网　址：http：//www.jnupress.com　http：//press.jnu.edu.cn

排　版：暨南大学出版社照排中心
印　刷：广州市怡升印刷有限公司

开　本：890mm×1240mm　1/32
印　张：13.375
字　数：363 千
版　次：2010 年 1 月第 1 版
印　次：2010 年 1 月第 1 次

定　价：35.80 元（含学习辅导与习题解答）

内容提要

本书内容分为6章，分别是函数的极限、函数的导数、函数的积分、矩阵与线性方程组、命题逻辑、谓词逻辑，各章均配有一定数量的习题，书末附有习题参考答案，教学时数约48学时．使用者可根据教学实际灵活选择教学内容．

本书从各个角度较自然地引出数学基本概念，展现数学知识的来龙去脉，揭示数学对象的本质特征，体现具有创新意义的数学思想方法．书中介绍了一些数学家的品质与业绩以及数学家对数学的认识等内容，渗透了数学的人文精神，突出了文科数学教育的特点．

本书可作为高等学校文科各专业教材．

前　言

就目前的数学教学实践而言，大学文科数学的教学内容一般由连续量的基础（微积分学）、离散量的基础（线性代数）、随机量的基础（概率论与数理统计）三个部分构成，有的教材还增加了数学方法论、数学史、数学与哲学等方面的内容．这种构建模式在教学中起到了一定的积极作用．

大学文科数学，教什么？怎么教？多年来，我们一直在思考这个问题．大学文科数学不是数学史，也不是数学方法论，更不是某些数学课程的叠加．大学文科数学是一门具有教育功能的课程，它的内容构建必须遵循教育原则，必须符合文科学生的数学现实与认知能力，必须为教育目的服务．

在构建大学文科数学时，我们遵循的原则有：

（1）发展性原则：是指教学内容的构建有利于促进学习者的数学现实和数学素质的进一步发展．

（2）针对性原则：是指根据课程的基本要求，根据学习者的数学现实、认知水平和能力，有针对性地构建教学内容．

（3）应用性原则：是指通过学习者已有的数学现实，让学习者自觉地运用数学思想和方法解决面临的问题．

基于以上的认识和多年的教学实践，《大学文科数学》一书由一元函数的微积分、线性代数初步、数理逻辑初步等内容组成，这也是本教材在内容体系方面的创新．全书采用模块化结构，共分6章，包括函数的极限、函数的导数、函数的积分、矩阵与线性方程组、命题逻辑、谓词逻辑等内容．讲完全部内容，约需48学时；如果只讲前4章，则需36学时．

众所周知，在数学学习或数学研究的过程中，智力因素与非智力因素起着同样重要的作用. 然而，人们往往忽视了对非智力因素的培养，过分强调智力因素的作用. 因此，我们希望通过对本书教学内容的学习，通过数学家们的名言，能够体现数学思想与数学观念，以此作为提高读者的数学素质与能力的一种途径. 同时，书中介绍了多位在数学领域作出过重大贡献的数学家，展示他们的品德和信念，展现科学发现的艰辛，以此促进读者的意志、品格、毅力和情感等非智力因素的形成，提高数学修养.

本书第 1、2、3 章由余晋昌编写，第 4 章由刘能东编写，第 5 章由关力编写，第 6 章由张忠志编写，最后由张忠志统稿.

本书参阅了许多专家学者的论著，并引用了部分文献中的信息，恕不一一指明出处，在此向他们表示诚挚的谢意!

由于编者水平和时间有限，书中的错误及不妥之处在所难免，敬请读者与专家批评指正.

编　者

2009 年国庆于松山湖

目 录

前 言 ……………………………………………………………… (1)

一元函数的微积分

1 函数的极限 …………………………………………………… (2)

1.1 函数 …………………………………………………………… (2)

1.1.1 函数的定义 …………………………………………… (2)

1.1.2 分段函数 ……………………………………………… (4)

1.1.3 有界函数 ……………………………………………… (7)

1.1.4 复合函数 ……………………………………………… (8)

1.2 函数的极限 ………………………………………………… (9)

1.2.1 函数极限的定义 ……………………………………… (9)

1.2.2 函数极限的四则运算法则 …………………………… (13)

1.2.3 复合函数的极限 ……………………………………… (17)

1.3 函数的连续性 ……………………………………………… (23)

本章小结 ……………………………………………………… (26)

习题一 ………………………………………………………… (28)

2 函数的导数 …………………………………………………… (32)

2.1 导数 …………………………………………………………… (32)

2.1.1 函数导数的定义 ……………………………………… (32)

2.1.2 函数的左、右导数 …………………………………… (37)

2.1.3 导数的几何意义 …………………………………… (39)
2.1.4 高阶导数 …………………………………………… (40)
2.1.5 函数的微分 ………………………………………… (41)
2.2 求导法则 ……………………………………………… (42)
2.2.1 导数的四则运算法则 ……………………………… (42)
2.2.2 复合函数的求导法则 ……………………………… (45)
2.3 导数的应用 …………………………………………… (48)
2.3.1 洛必达法则 ………………………………………… (48)
2.3.2 函数的单调性 ……………………………………… (51)
2.3.3 函数的极值 ………………………………………… (53)
本章小结 ……………………………………………… (58)
习题二 ………………………………………………… (60)

3 函数的积分 ……………………………………………… (64)

3.1 函数的定积分 ………………………………………… (64)
3.1.1 函数定积分的定义 ………………………………… (64)
3.1.2 定积分的基本性质 ………………………………… (68)
3.2 微积分学基本定理 …………………………………… (70)
3.3 函数的不定积分 ……………………………………… (72)
3.3.1 基本初等函数的不定积分 ………………………… (72)
3.3.2 不定积分的线性公式 ……………………………… (75)
3.3.3 不定积分的分部积分公式 ………………………… (77)
3.3.4 不定积分的换元公式 ……………………………… (79)
3.4 定积分的计算 ………………………………………… (83)
3.5 定积分的应用 ………………………………………… (87)
本章小结 ……………………………………………… (91)
习题三 ………………………………………………… (93)

线性代数初步

4 矩阵与线性方程组 ………………………………………………… (97)
4.1 矩阵的定义及其运算 …………………………………… (97)
4.1.1 矩阵的定义 ………………………………………… (97)
4.1.2 矩阵的线性运算 …………………………………… (101)
4.1.3 矩阵的乘法 ………………………………………… (104)
4.1.4 矩阵的转置 ………………………………………… (107)
4.2 方阵的行列式 ……………………………………………… (110)
4.2.1 方阵行列式的定义 ………………………………… (110)
4.2.2 方阵行列式的性质 ………………………………… (116)
4.3 矩阵的秩与矩阵的逆 ……………………………………… (121)
4.3.1 矩阵的初等变换与初等矩阵 ……………………… (121)
4.3.2 矩阵的等价与阶梯形矩阵 ………………………… (123)
4.3.3 矩阵的秩 …………………………………………… (125)
4.3.4 方阵的逆 …………………………………………… (127)
4.4 线性方程组 ………………………………………………… (133)
4.4.1 线性方程组的可解条件 …………………………… (133)
4.4.2 线性方程组的求解方法 …………………………… (139)
本章小结 ……………………………………………………… (146)
习题四 ………………………………………………………… (147)

数理逻辑初步

5 命题逻辑 …………………………………………………………… (152)
5.1 概念 ………………………………………………………………… (152)
5.1.1 概念的定义 …………………………………………………… (152)
5.1.2 概念间的关系 ………………………………………………… (154)
5.1.3 定义与划分 …………………………………………………… (156)
5.2 命题与命题公式 ……………………………………………………… (160)
5.2.1 命题 ……………………………………………………………… (160)
5.2.2 联结词 …………………………………………………………… (161)
5.2.3 命题公式 ………………………………………………………… (166)
5.3 命题公式间的关系 …………………………………………………… (168)
5.3.1 命题公式的类型与判定 ……………………………………… (168)
5.3.2 蕴含与等价 ……………………………………………………… (171)
5.3.3 命题定律 ………………………………………………………… (174)
5.4 命题逻辑的推理理论 ………………………………………………… (175)
5.4.1 推理规则 ………………………………………………………… (175)
5.4.2 形式证明 ………………………………………………………… (178)
本章小结 ……………………………………………………………… (184)
习题五 ………………………………………………………………… (185)

6 谓词逻辑 …………………………………………………………… (188)
6.1 谓词公式 …………………………………………………………… (188)
6.1.1 个体词、谓词和量词 ………………………………………… (188)
6.1.2 谓词公式 ………………………………………………………… (193)

6.2 谓词公式间的关系 …………………………………………………… (195)
6.2.1 谓词公式的类型 …………………………………………… (195)
6.2.2 等价与蕴含 ………………………………………………… (197)
6.2.3 量词定律 …………………………………………………… (199)
6.3 谓词逻辑的推理理论 ………………………………………………… (200)
本章小结 ……………………………………………………………… (204)
习题六 ………………………………………………………………… (205)

习题参考答案 ……………………………………………………………… (208)

一元函数的微积分

1　函数的极限

所以说数学就是这样一种东西：她提醒你有无形的灵魂，她赋予她所发现的真理以生命；她唤起心神，澄净智慧；她给我们的内心思想添辉；她涤尽我们有生以来的蒙昧与无知.

哪里有数，哪里就有美.

——Proclus

1.1　函数

1.1.1　函数的定义

在生产实践和科学研究中，会碰到各种各样的量. 在某个问题的研究过程中，保持不变的量称为常量，可以取不同数值的量称为变

牛顿（Isaac Newton，1642—1727）

英国数学家、物理学家、天文学家和自然哲学家. 1642 年 12 月 25 日生于英格兰，1727 年 3 月 20 日在伦敦病逝. 1661 年入英国剑桥大学三一学院，1665 年获文学学士学位. 随后两年在家乡躲避瘟疫. 这两年里，他制定了一生大多数重要科学创造的蓝图. 1667 年回剑桥后当选为三一学院院委，次年获硕士学位. 1669 年，任卢卡斯教授，一直到 1701 年. 1696 年任皇家造币厂监督，并移居伦敦. 1703 年，任英国皇家学会会长. 1705 年，受女王安娜封爵. 他晚年潜心于自然哲学与神学. 牛顿在数学上卓越的贡献之一是从运动学的角度出发建立了微积分. 在他的巨著《自然哲学的数学原理》中，第一次正式公布了他的微积分学，但该书对微积分命题的叙述和论证采用了几何的形式，这成为牛顿微积分学说的一个弱点，而后来固守牛顿的方法和记号，在 18 世纪阻碍了英国数学的发展. 除微积分外，牛顿在数学上的贡献还涉及代数、数论、解析几何、曲线分类、变分法乃至概率论等众多分支.

量．函数就是刻画变量在运动变化中相依关系的数学模型，它是微积分学研究的主要对象．

例 1　心理学研究表明，小学生对新概念的接受能力 G（即学习兴趣、注意力、理解力的某种量度）随学习时间 t 的变化规律为

$$G(t) = -0.1t^2 + 2.6t + 43.$$

接受能力曲线如图 1－1 所示。通过对函数表达式的分析及几何形态可以了解儿童的接受能力 G 随学习时间 t 的变化规律，即接受能力何时上升、何时达到顶峰、何时下降．由此例可抽象出函数的概念．

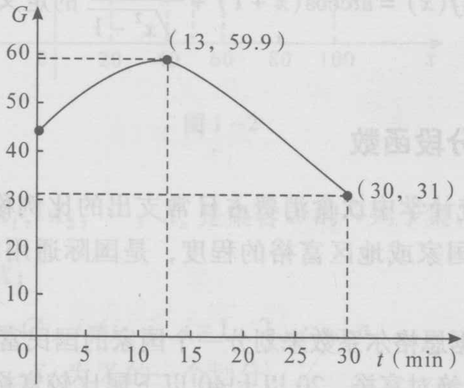

图 1－1

“函数”一词最早出现在莱布尼茨 1673 年的一篇手稿中，直到 19 世纪末，随着康托尔集合论影响的逐渐扩大，一些数学家使用集合论的语言给出了函数概念的抽象表述，加之 20 世纪抽象分析的发展，函数概念也获得了更一般的意义和更抽象的形式．

定义 1　设 X 与 Y 是实数集的子集，若有对应法则 f，使得对于 X

中的每个数 x，都有唯一的数 $y\in Y$ 与之对应，则称 f 是定义在数集 X 上的函数，记作 $y=f(x)$. 称数集 X 为函数 f 的定义域，记为 D_f. 称全体函数值组成的集合 $V_f \triangleq \{y \mid y=f(x),\ x\in X\}$ 为函数的值域.

称集合 $G=\{(x,\ y) \mid y=f(x),\ x\in X\}$ 为函数的图像.

例 2 求函数 $y=f(x)=\arccos(x+1)+\dfrac{1}{\sqrt{x^2-1}}$ 的定义域.

解 两个函数之和的定义域是这两个函数的定义域的交集.

函数 $f_1(x)=\arccos(x+1)$ 的定义域 $D_{f_1}=[-2,0]$，函数 $f_2(x)=\dfrac{1}{\sqrt{x^2-1}}$ 的定义域 $D_{f_2}=(-\infty,-1)\cup(1,+\infty)$.

故函数 $y=f(x)=\arccos(x+1)+\dfrac{1}{\sqrt{x^2-1}}$ 的定义域为 $D_f=[-2,-1)$.

1.1.2 分段函数

例 3 在统计学中饮食消费占日常支出的比例称为恩格尔系数，它反映了一个国家或地区富裕的程度，是国际通用的一项重要经济指标。

联合国根据恩格尔系数来划分一个国家的国民富裕程度：恩格尔系数小于 20 为绝对富裕，20 以上 40 以下属比较富裕，40 以上 50 以下算小康水平，50 以上 60 以下为刚好温饱，60 以上则为贫困. 试以图像法表示国民富裕程度.

解 以 x 表示恩格尔系数，对富裕程度分别适当赋值，以 y 表示之，

A：表示贫困；

B：表示温饱；

C：表示小康水平；

D：表示比较富裕；

E：表示绝对富裕．

则国民富裕程度如图 1－2 所示．

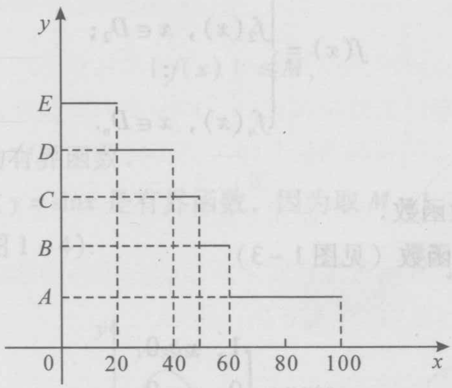

图 1－2

定义 2　设 X_1，X_2，…，X_n 是集合 X 的一列子集，若

（1）$\bigcup_{i=1}^{n} X_i = X$；

（2）$X_i \cap X_j = \varnothing$，$i \neq j$；$i$，$j = 1$，2，…，$n$.

则称 X_1，X_2，…，X_n 为 X 的一个划分．

例如，给定集合 $X = \{a, b, c, d, e, f\}$，则集合 $X_1 = \{a, b\}$，$X_2 = \{c, d, e, f\}$ 是 X 的一个划分；集合 $X_1 = \{a, b\}$，$X_2 = \{c\}$，$X_3 = \{d, e, f\}$ 也是 X 的一个划分．

又如，给定集合 $X = (-\infty, +\infty)$，则集合 $X_1 = (-\infty, 0)$，$X_2 = [0, +\infty)$ 是 X 的一个划分；集合 $X_1 = (-\infty, 0)$，$X_2 = \{0\}$，$X_3 = (0, +\infty)$ 也是 X 的一个划分．

这说明一个集合的划分不是唯一的．

定义 3 设数集 D_1，D_2，…，D_n 是函数 $y=f(x)$ 定义域 D_f 的一个划分，若函数

$$f(x)=\begin{cases} f_1(x), & x\in D_1; \\ f_2(x), & x\in D_2; \\ \qquad\vdots \\ f_n(x), & x\in D_n. \end{cases}$$

则称 $f(x)$ 是分段函数．

例如，符号函数（见图 1－3）

$$\operatorname{sgn}x=\begin{cases} 1, & x>0 \\ 0, & x=0 \\ -1, & x<0 \end{cases}$$

和狄利克雷（Dirichlet）函数

$$f(x)=\begin{cases} 1, & \text{当 } x \text{ 为有理数} \\ 0, & \text{当 } x \text{ 为无理数} \end{cases}$$

均是分段函数．

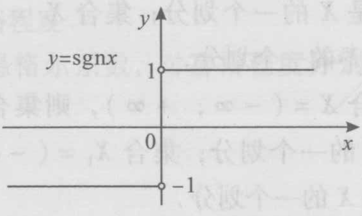

图 1－3