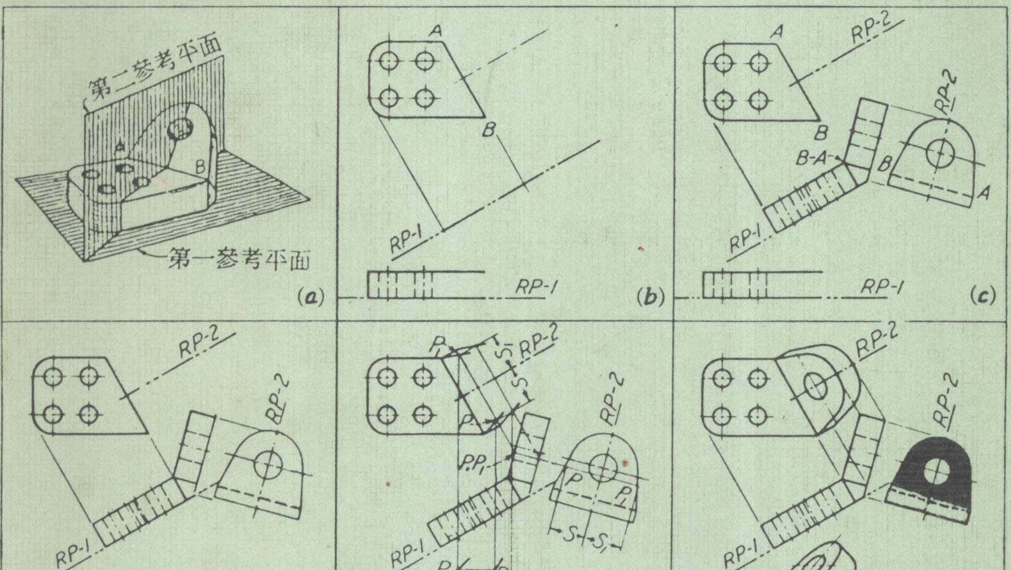
内容摘要・習題精解

工程畫與圖學導讀(上)

Engineering Drawing And Graphic Technology

潘　金　龍 編著



欣禾圖書公司 印行

序

凡是學機械工程科學的人，“工程畫與圖學”是必修的一門科目，因為那是學習“機械製圖”的入門學問，難怪乎中譯本“工程畫與圖學”(Engineering Drawing And Graphic Technology)一書會為各級學校學生所普遍採用。的確，此書有其優點——內容豐富，圖例繁多且繪製精確，習題更是不少，又富變化——，但總是帶給初學者一項煩惱，那就是要在短暫的時間裏，學會一章一節，而且融會貫通，作好後面指定的習題，那確實是不容易的事情。因此，一碰到上製圖課，少數同學就感到頭痛，希望時間越快過越好。有人指導而學習尚且不易，何況自學而又要有心得，那更是困難，因此引發作者編繪本書習題研究的動機，希望藉此充作繪圖原則更多的範例，好讓更多的莘莘學子獲取豐富的繪圖經驗，加強讀圖的能力。

本書的習題研究，雖經作者苦心編繪，亦經同事林烱陸、吳淑惠、黃寶霖、劉澄芳等諸位教授、老師校正，提供意見，使其中錯誤減至最低程度，但或許仍有存在，但願讀者、先進質疑指正，則作者將至衷心感激。也願本書的習題研究，能夠解決讀者自學時的困擾，而從容不迫地去面對“工程畫與圖學”的學習。

潘 金 龍

民國72年8月

寫于 鳳山

目　　錄

序

第 1 章　應用幾何（原書第 3 章）…… 1

習題研究…… 26

第 2 章　正射視圖及草圖（原書第 5 章）…… 47

習題研究…… 81

第 3 章　輔視圖（原書第 6 章）…… 147

習題研究…… 162

第 4 章　剖面與習例（原書第 7 章）…… 191

習題研究…… 206

第1章 應用幾何

表示幾何圖形所需之知識

本章說明幾何有關之：

※直線、平行線、垂線

※相切、切點、切線

※圓、曲線

※平分線、三等分線、等分線

※角

※幾何圖形

※橢圓、任何非圓形曲線

※拋物線、雙曲線、擺線

※漸開線、複曲線、螺旋線

※曲線之切線

※習題研究

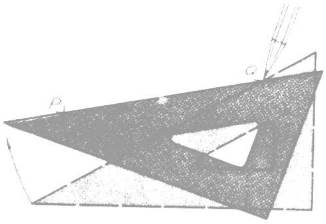


圖1.1 過兩點繪一直線，以鉛筆為樞軸，再使三角板或丁字尺與第二點對準。

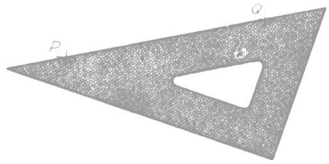


圖1.2 過二點繪一直線（交換法）。將三角板或丁字尺審慎對準各點以繪所需之線。

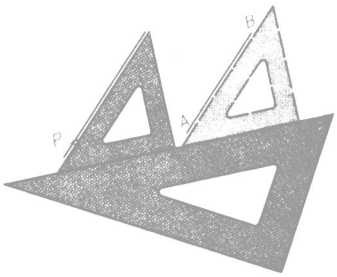


圖1.3 繪平行線。用一三角板與已知線AB對準，以另一三角板緊貼於此三角板，然後再以之移至已知點P，以繪出平行線。

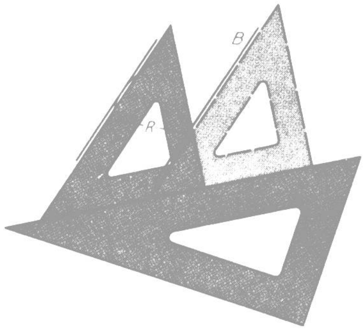


圖1.4 作與已知線有一定距離之一平行線。先以一定距離為半徑作圓弧，然後移動三角板與圓弧相切，即得平行線。

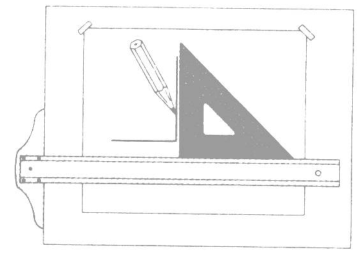


圖1.5 繪垂直線。將三角板放置在丁字尺上，以作垂線（已知線為水平線）。

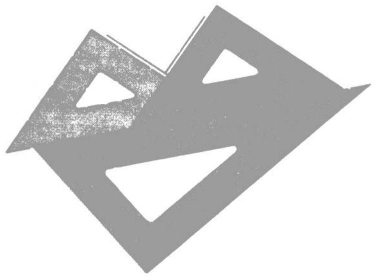


圖1.6 繪垂直線（一般位置）。以一三角板對準一已知線，使在另一作為底用之三角板上滑動，至所需位置時，即繪出此垂線。

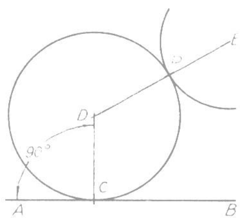


圖1.7 切線。一直線切於圓，此切點位於過圓心之垂線上。

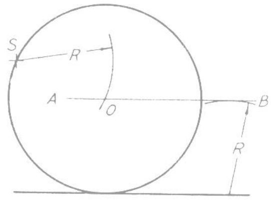


圖1.8 繪一圓切於一線且經一點。圓心對定線及定點之距離應相等。

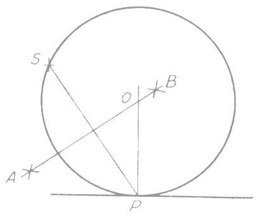


圖1.9　作一圓切一線於已知點並通過一點。圓心位於連結二點之弦之平分線與過切點之垂線之交點上。

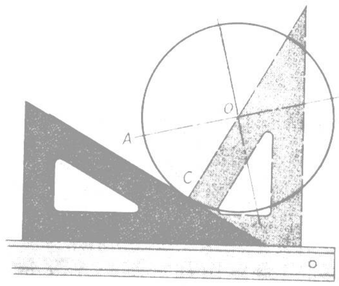


圖1.10　作一切線切於圓上一已知點。此切線必須垂直於定點及圓心之連線。

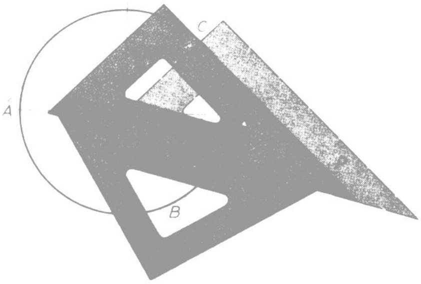


圖1.11　過圓外一點作一切線。此線係以對準此點且切於圓而繪出；此切點係位於從圓心所引出之垂線上。

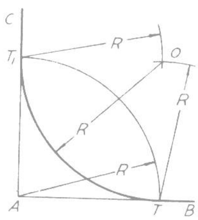


圖1.12　一弧切於一直角中。此弧心應與兩直角邊等距離。

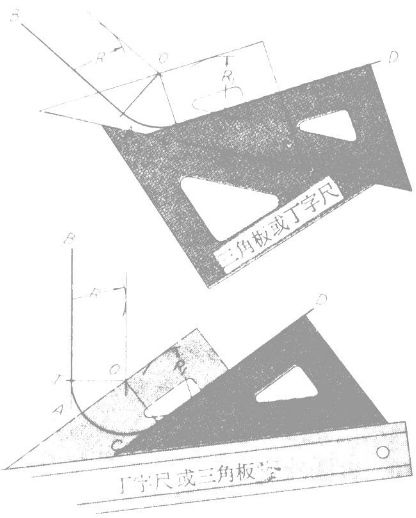


圖1.13　繪切於二直線之圓弧。圓弧中心至二線等距離。

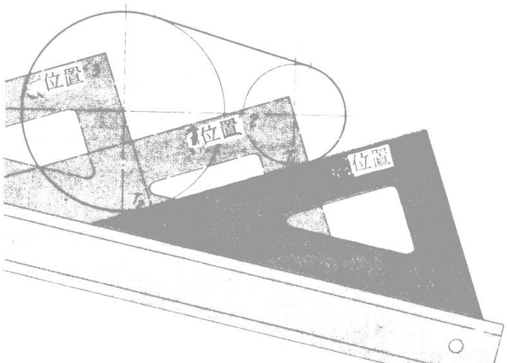


圖1.14　繪一切線切於二圓（開接皮帶式）。切點位於自圓心所引之垂線上。

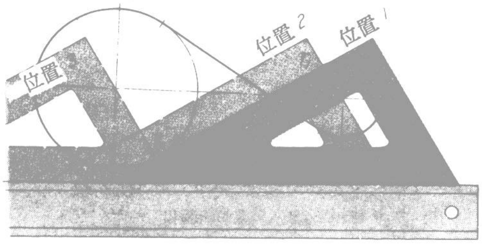


圖1.15 繪一切線於二圓（交叉皮帶式）。切點位於自圓心所引之垂線上。

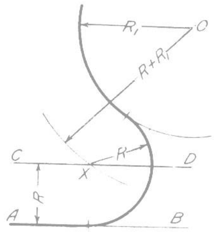


圖1.16 作一半徑為R之圓切於一已知圓及一已知直線。圓弧中心至線及圓等距。

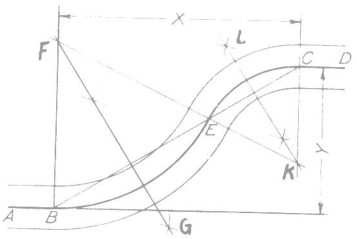


圖1.18 雙曲線或反向曲線。用互相相切，以及切於直線之圓弧繪成。

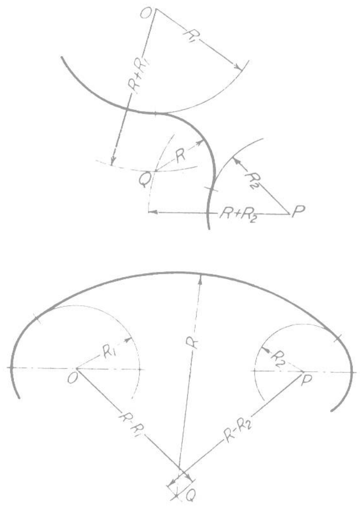


圖1.17 作一弧切於二圓。圓弧中心對二圓等距。

【已知】：二平行直線$\overleftrightarrow{AB}$及$\overleftrightarrow{CD}$，連接線$\overline{BC}$及$\overline{BC}$上之一點E。

【求作】：過E點作$\overleftrightarrow{AB}$、$\overleftrightarrow{CD}$之二反向曲線。

【作法】：1. 過B及C，分別畫$\overleftrightarrow{AB}$及$\overleftrightarrow{CD}$之垂線，即$\overrightarrow{BF}\perp\overleftrightarrow{AB}$，$\overrightarrow{CK}\perp\overleftrightarrow{CD}$。

2. 於$\overline{BC}$上任選一定點E，設為曲線必通過之點。

3. 作$\overline{BE}$之中垂線，即$\overleftrightarrow{FG}$，作$\overline{EC}$之中垂線，即$\overleftrightarrow{KL}$。

4. 令$\overrightarrow{BF}$及$\overleftrightarrow{FG}$之交點為F，$\overrightarrow{CK}$及$\overleftrightarrow{KL}$之交點為K。

5. 以F為圓心，$\overline{FB}$或$\overline{EF}$為半徑畫圓弧BE，以K為圓心，$\overline{KC}$或$\overline{KE}$為半徑畫圓弧CE。

6. 則$\overset{\frown}{BE}$及$\overset{\frown}{CE}$為所求之反向曲線。

※注意：若欲求$\overset{\frown}{BE}$及$\overset{\frown}{CE}$之平行反向曲線，則各以F及K為圓心，增或減適當平行距離後作為半徑畫圓弧即可。

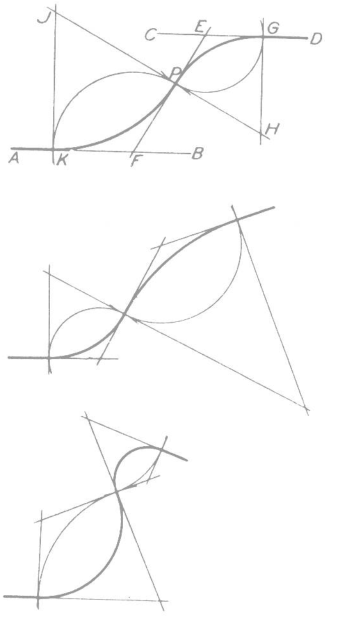


圖1.20　作切於三線之反向曲線。圓弧中心應在切點切線之垂直線上。

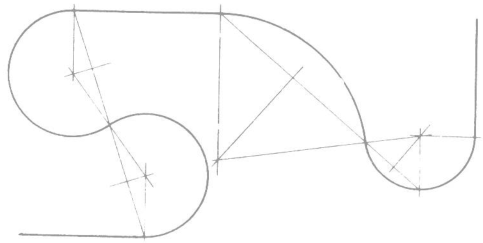


圖1.19　雙曲線之應用。諸圓弧均為連心線之切線。

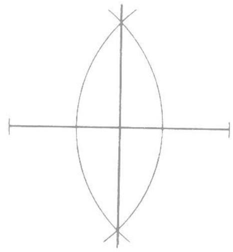


圖1.21　二等分一已知直線（用圓規）。二弧交點可決定垂直平分線之二點。

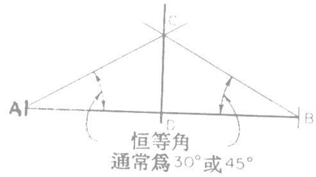


圖1.22　二等分一已知直線（用三角板及丁字尺）。等角可定出垂直平分線上之一點。

【已知】：一直線$\overleftrightarrow{EF}$，交二直線$\overleftrightarrow{AB}$及$\overleftrightarrow{CD}$（平行或不平行均可）於E及F二點。

【求作】：通過直線$\overleftrightarrow{EF}$上之一定點P之反向曲線。

【作法】：1. 通過直線$\overleftrightarrow{EF}$上之定點P，畫出$\overleftrightarrow{JH}$垂直於$\overleftrightarrow{EF}$。

2. 以E爲圓心，$\overline{EP}$爲半徑，畫圓弧交$\overleftrightarrow{CD}$於G，過G點作$\overleftrightarrow{CD}$之垂直線$\overleftrightarrow{GH}$，而交直線$\overleftrightarrow{JH}$於H。

3. 以H爲圓心，$\overline{HP}$（或$\overline{HG}$）爲半徑畫圓弧$\overset{\frown}{GP}$。

4. 以F爲圓心，$\overline{FP}$爲半徑，畫圓弧交$\overleftrightarrow{AB}$於K，過K點作$\overleftrightarrow{AB}$之垂直線$\overleftrightarrow{KJ}$，而交直線$\overleftrightarrow{JH}$於J。

5. 以J點爲圓心，$\overline{JP}$（或$\overline{JK}$）爲半徑畫圓弧$\overset{\frown}{KP}$。

6. $\overset{\frown}{GP}$，$\overset{\frown}{KP}$爲所求之反向曲線。

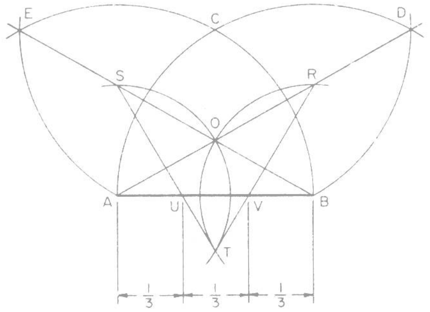


圖1.23 三等分一已知直線（用圓規）。根據等邊三角形幾何闕念。

【已知】：一線段AB

【求作】：利用圓規及直尺三等分線段AB

【作法】：1.各以A，B爲圓心，$\overline{AB}$爲半徑，畫出大於$\frac{1}{4}$圓之兩圓弧，令其交點爲C。

2.再以C爲圓心，相同線段AB爲半徑，畫兩圓弧而與前二圓弧相交於D，及E點。

3.連結$\overline{AD}$，$\overline{BE}$，令其交點爲O。

4.用$\overline{OA}$或$\overline{OB}$爲半徑，各以A及B爲圓心，畫兩圓弧相交於T，又分別交$\overline{AD}$及$\overline{BE}$於R及S。

5.連結$\overline{RT}$及$\overline{ST}$，此二線交$\overline{AB}$於U，V兩點，則U及V爲AB線段之三等分點。

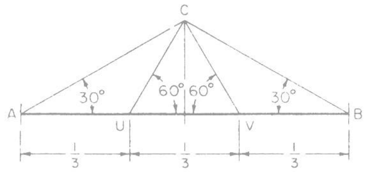


圖1.24 三等分一直線（用丁字尺及三角板）。用30°及60°定第三點。

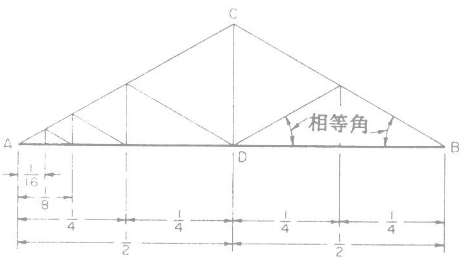


圖1.25 分一線段爲2、4、8或16部分。等角可定出平分線之一點。

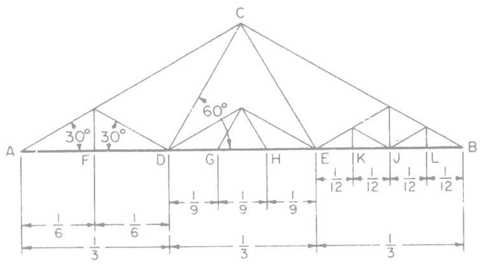


圖1.26 分一線段爲3、6、9或12部分。30°-60°三角板定出第三點。

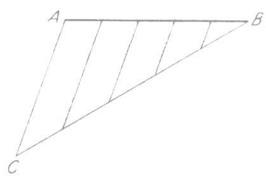


圖1.27 劃分一線段。就一已知線AB平行移動，可在任意線BC上得等分。

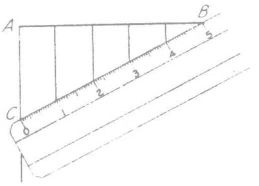


圖1.28　劃分一線段。將尺上刻度移畫到已知線AB上。

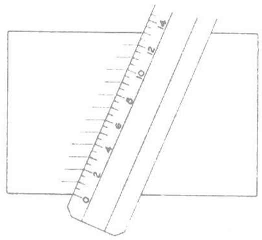


圖1.29　劃分一線段。尺上刻度劃分垂直間隔（在此一情形時）。

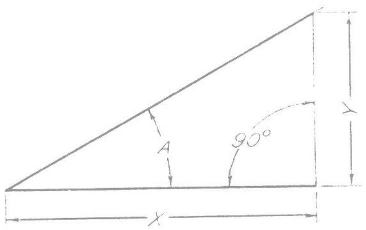


圖1.30　正切角。Y對X之比例可由自然正切函數表中獲知。

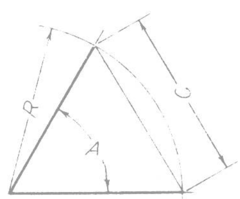


圖1.31　弦角。自弧度表中可獲得C對R之比値。

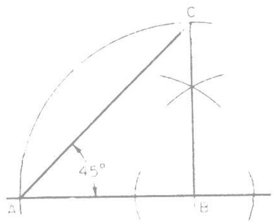


圖1.32　作45° 角。AB及BC 二線相等且相互垂直。

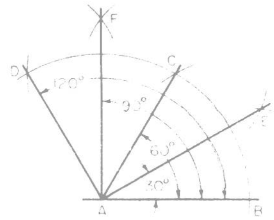


圖1.33　作30°之倍角。弦等於半徑時，可將圓六等分。

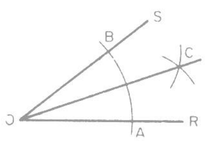


圖1.34　作平分角。自A及B各作等弧，可決定角平分線上之一點C。

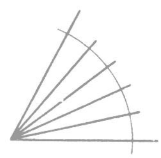


圖1.35　等分一角。在此角之弧上作等弦。

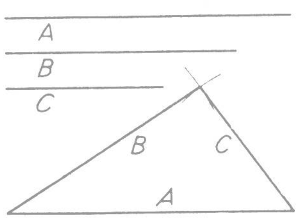


圖1.36　作三角形。每邊均用圓規畫出。

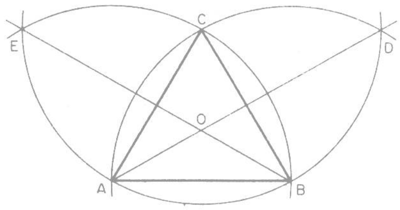


圖1.37　定等邊三角形之幾何中心。各邊之垂直平分線都在中心相交。

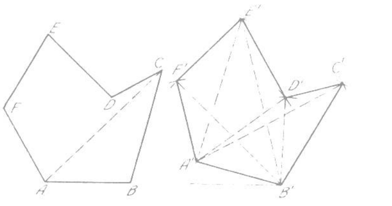


圖1.38 移畫一多邊形。用三角方法，各角（Corners）都用有公共邊之三角形定位。

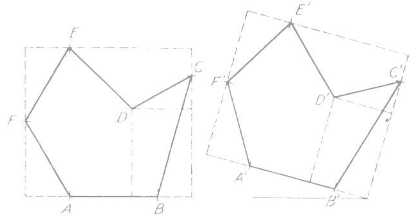


圖1.39 移畫一多邊形。用"盒子"方法，以長方形上之位置而定各角。

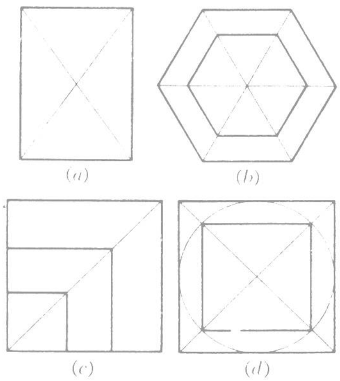


圖1.40 對角線之用途。對角線可定偶數邊之規則或對稱狀之中心。

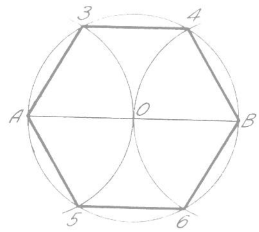


圖1.41 六角形。可定所有各頂點等於圓半徑之弧（對角線AB爲已知）。

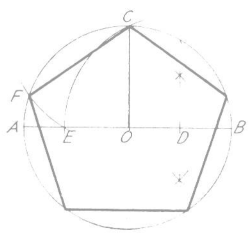


圖1.44 在圓內作一內接等邊五邊形。用弧定出一點；其他均可類推。

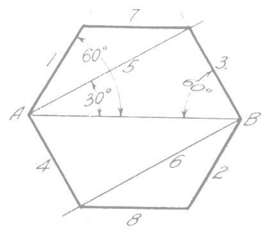


圖1.42 六角形。30°-60° 的三角形可定所有各頂點（已知對角距離AB）。

【已知】：一圓O。

【求作】：圓O之內接正五邊形。

【作法】：1.過圓心O畫水平線$\overline{AB}$當作直徑。

2.作$\overline{OB}$之二等分點D。

3.以D爲圓心，$\overline{DC}$爲半徑，畫圓弧交半徑$\overline{OA}$於E點。

4.以C爲圓心，$\overline{CE}$爲半徑，畫圓弧交弧$\overset{\frown}{AC}$於F點。

5.以$\overline{CF}$爲半徑，則可五等分圓O，連結五交點，即爲所求之內接正五邊形。

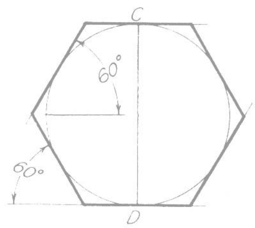


圖1.43 六角形。以30°-60° 三角板畫出之切線，可定所有各頂點（已知二平行邊距離）。

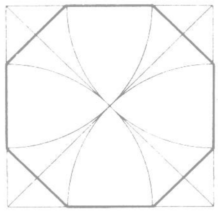


圖1.45　作正方形內接八邊形。從閉封正方形之各角作弧，可定所有各頂點。

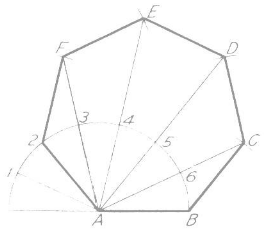


圖1.46　已知一邊作正多邊形。可用此法畫出任意邊數之多邊形。

【已知】：一正七邊形之邊長$\overline{AB}$

【求作】：正七邊形

【作法】：1. 以$\overline{AB}$邊長爲半徑，A爲圓心，畫一半圓。

2. 將該半圓七等分，設其等分點爲 1. 2. 3. 4. 5. 6. 。

3. 連結A及2. 3. 4. 5. 6. 各點，並延長之，再以B爲圓心，$\overline{AB}$邊長爲半徑，交各延長線於C、D、E、F。

4. 連結各交點，則多邊形ABCDEF 2爲所求之正七邊形。

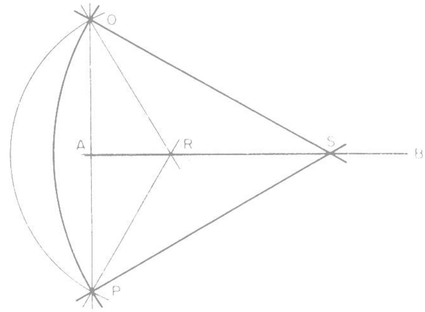


圖1.47　弧心。弧心必在此弧之弦之垂直平分線上。

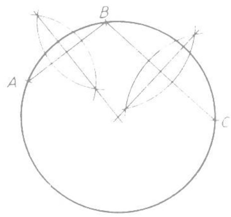


圖1.48　過三點作圓。各弦之垂直平分線可定圓心。

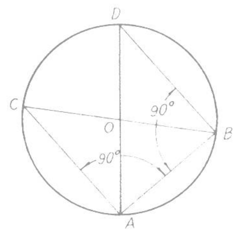


圖1.49　定圓心。由垂直於弦 *AB* 之弦可得直徑 *AD*及*BC*。

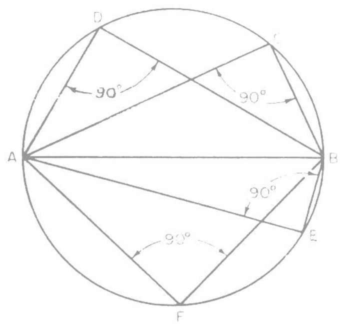


圖1.50　連接直徑之弦。過一點作連接直徑之弦，各弦成直角。

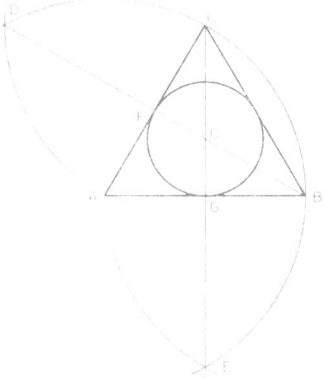


圖1.51 作等邊三角形之內切圓。求二邊之垂直平分線，如圖示結構，用以決定圓心。

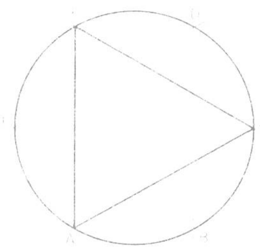


圖1.52 於圓內作一等邊三角形。由二邊決定出半徑，即可得角（Corners）之位置。可與圖1.41相較。

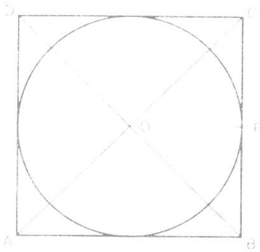


圖1.53 作正方形之內切圓。由對角線可定圓心。

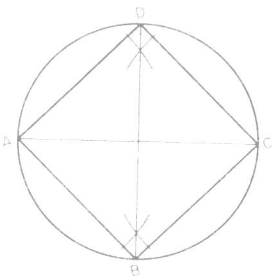


圖1.54 作圓之內接正方形。由直徑之垂直平分線以定所求之二角。

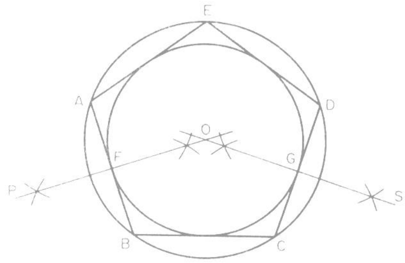


圖1.55 於正多邊形內作一內切圓。二邊之垂直平分線可決定圓心。

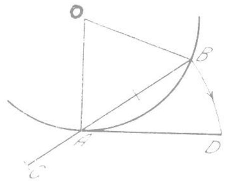


圖1.56 求近似弧長。參閱精度之附註（註）。

【已知】：一圓O及弧長$\overset{\frown}{AB}$

【求作】：一近似線段AD，其長等於$\overset{\frown}{AB}$之弧長。

【作法】：1. 過A點作圓O之切線$\overrightarrow{AE}$。

2. 延長$\overline{BA}$線段，決定一點C，使$\overline{BC}$長等於$\frac{3}{2}\overline{AB}$長。

3. 以C點為圓心，$\overline{CB}$為半徑畫圓弧，交$\overrightarrow{AE}$於D點，則線段$\overline{AD}$為所求。

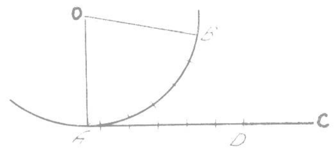


圖1.57　求近似弧長。各短弦相加，可得近似弧長。

【已知】：一圓O及弧長$\overset{\frown}{AB}$

【求作】：一近似線段AD，其長等於$\overset{\frown}{AB}$之長。

【作法】：1. 過A點作圓O之切線$\overrightarrow{AC}$。

2. 在$\overset{\frown}{AB}$之B處開始，沿圓弧用分規逐步向A量度等長距離，至最接近A處。

3. 不要提起分規，卽沿A點之切線$\overrightarrow{AC}$方向量度，量取等數之間距，至D點爲止，則線段AD爲$\overset{\frown}{AB}$之近似長。

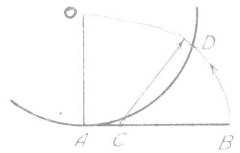


圖1.58　在弧上繪一已知距離。參閱精確度之附註（註）。

【已知】：線段AB切已知圓O於A點上。

【求作】：在圓O上定一圓弧$\overset{\frown}{AD}$，使其長度近似於線段AB。

【作法】：1. 先畫出$\overline{AC}$，使其長度等於¼ $\overline{AB}$。

2. 以C爲圓心，$\overline{CB}$爲半徑，畫圓弧交圓周於D，則圓弧AD之長度近似於線段AB。

※註：1. 在Rankine教授這一解法中，誤差是與其中心角之四次方成比例，對60°角而言，線段將短少約1/900，至於30°角而言，僅短少1/14,400

2. 如果AD弧所對之圓心角大於60°，可求AB線段之一半近似長度，而後再等長量取間距增加卽可。

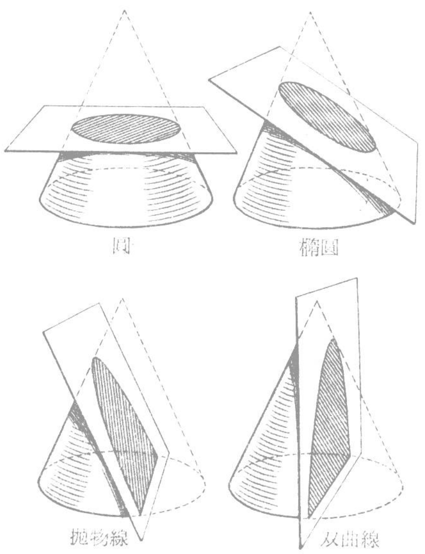


圖1.59　錐體剖面。剖一錐體所得之四平面曲線。

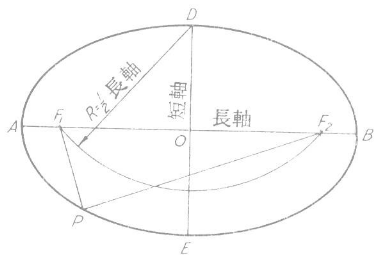


圖1.60　橢圓：長及短軸，彼此垂直。

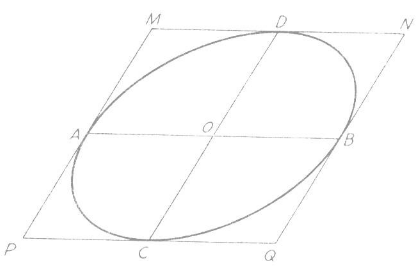


圖1.61　橢圓：共軛直徑，各個與另一直徑末端平行之切線。

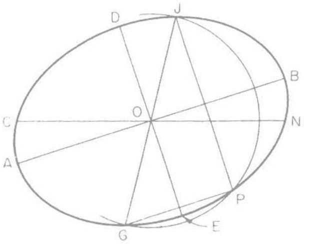


圖1.62 由共軛直徑以決定長徑及短徑。曲線為已知。

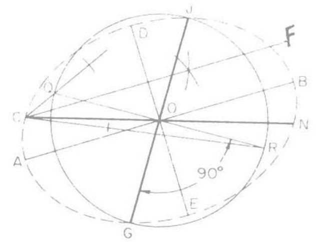


圖1.63 由共軛直徑以決定長徑及短徑。曲線未為知。

【已知】：一橢圓，及共軛直徑$\overline{CN}$，$\overline{GJ}$。

【求作】：試決定此橢圓之長徑與短徑。

【作法】：1. 以O為圓心，$\overline{OJ}$為半徑，畫一半圓交橢圓於P點。

2. 連結$\overline{PJ}$，$\overline{PG}$。

3. 過O點作線段PJ之平行線$\overline{DE}$，及$\overline{GP}$之平行線$\overline{AB}$，則$\overline{AB}$，$\overline{DE}$為所求之該橢圓長徑與短徑。

【註】：共軛直徑之定義：

過橢圓中心之任意二直線（長短徑除外），其與橢圓之交點所構成之二線段長，即稱為共軛直徑。

【已知】：二共軛直徑$\overline{CN}$及$\overline{GJ}$。

【求作】：該共軛直徑所構成橢圓之長徑及短徑。

【作法】：1. 設二共軛直徑$\overline{CN}$，$\overline{GJ}$之交點為O，以O為圓心，$\overline{OJ}$為半徑，畫一圓。

2. 畫出垂直於$\overline{GJ}$之直徑$\overline{QR}$。

3. 連結$\overline{CQ}$、$\overline{CR}$，畫出∠QCR之分角線$\overrightarrow{CF}$。

4. 過O點作$\overrightarrow{CF}$之平行線$\overline{AB}$，並使其長等於$\overline{CR}+\overline{CQ}$，則$\overline{AB}$為此橢圓之長徑。

5. 過O點作$\overline{AB}$之垂直線$\overline{DE}$，並使其長度等於$\overline{CR}-\overline{CQ}$，則$\overline{DE}$為此橢圓之短徑。

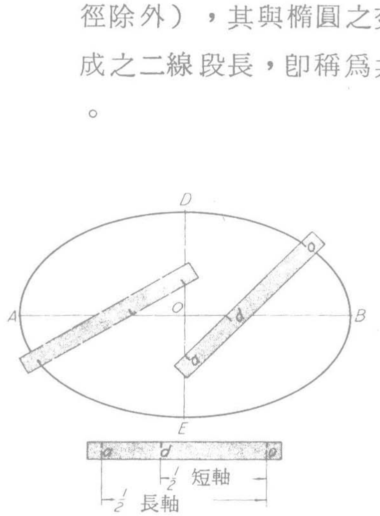


圖1.64 用橢圓規畫橢圓（第一法）。曲線上各點均畫出。

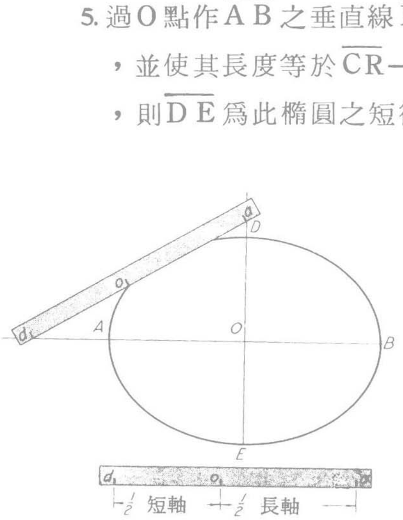


圖1.65 用橢圓規畫橢圓（第二法）。曲線上各點均畫出。

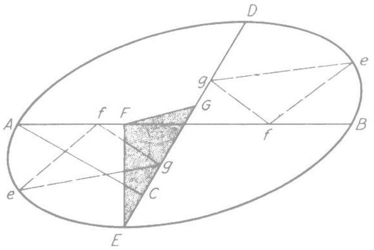


圖1.66　用三角橢圓規法（共軛直徑）畫橢圓。用三角形之頂點畫出各點。

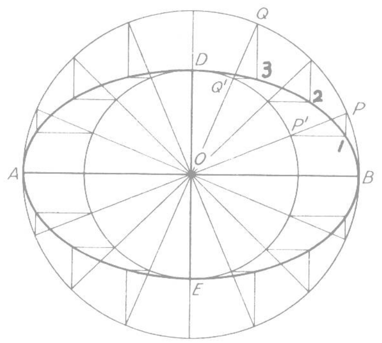


圖1.67　用同心圓法畫橢圓。圓之長徑及短徑及構造線各點均位於曲線上。

【已知】：長徑$\overline{AB}$及短徑$\overline{DE}$。

【求作】：利用同心圓法畫出該橢圓。

【作法】：1. 設$\overline{AB}$及$\overline{DE}$之交點爲O，以O爲圓心，各以$\overline{OA}$，$\overline{OD}$爲半徑，畫出二個同心圓。

2. 將圓心角16等分，並使其分角線交大小二圓於圓周上，如圖P，P′，Q，Q′，……等。

3. 過圓周之等分點作長徑$\overline{AB}$及短徑$\overline{DE}$之平行線，並使其相交，其交點爲1. 2. 3.。

4. 連結各交點，即爲所求之橢圓。

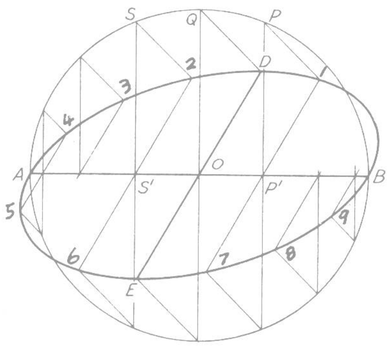


圖1.68　用圓法（共軛直徑）畫橢圓。在初構之後，平行畫各點於曲線上。

【已知】：二共軛直徑$\overline{AB}$，$\overline{DE}$。

【求作】：利用圓形法畫出該橢圓。

【作法】：1. 在共軛直徑$\overline{AB}$上畫一圓。

2. 將該圓等分之，定出各點，如P，Q，S……等。

3. 畫出垂直於直徑$\overline{AB}$之線$\overline{PP'}$，$\overline{QO}$，$\overline{SS'}$，……。

4. 經S及P等點，畫出平行於$\overline{QD}$之直線。

5. 經S′及P′等點，畫出平行於$\overline{DE}$之直線。

6. 令前二述各直線之交點爲1. 2. 3. 4.……等，此爲橢圓上之點，連結之，即爲所求之橢圓。

【已知】：長徑$\overline{AB}$及短徑$\overline{CD}$。

【求作】：利用平行四邊形法畫出該橢圓。

【作法】：1. 過端點A、B、C、D作$\overline{AB}$、$\overline{CD}$之平行線，而構成一矩形。

2. 在線段$\overline{AG}$上四等分之，令其等分點爲1. 2. 3.，在線段$\overline{AO}$上四等分之，令其等分點亦爲1. 2. 3.。

3. 連結$\overline{D1}$，$\overline{E1}$，令其交點爲P，$\overline{D2}$與$\overline{E2}$之交點爲Q，$\overline{D3}$與$\overline{E3}$之交點爲R，此爲橢圓上之點，連結之即爲該四分之一橢圓。

4. 利用同法，定出橢圓其他各點連結之，直至畫出全部橢圓爲止。

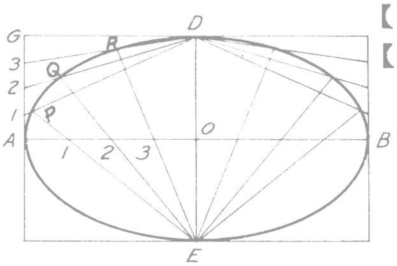


圖1.69　用平行四邊形法畫橢圓。過AO及AG之等分點畫構造線及各點。

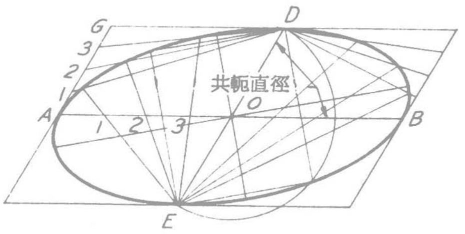


圖1.70 用平行四邊形法畫橢圓（共軛直徑）。用圖1.69之方法，但此處僅用於共軛直徑。

【已知】：二共軛直徑$\overline{AB}$及$\overline{DE}$。

【求作】：利用平行四邊形法畫出該橢圓。

【作法】：同69.圖作法。

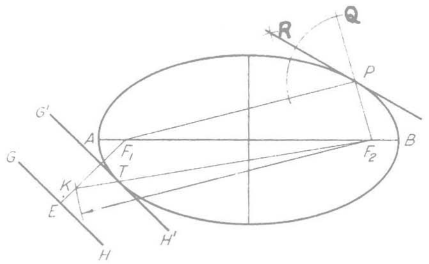


圖1.71 過橢圓上一點，作平行於已知線之橢圓切線。用焦點作圖。

【已知】：一橢圓，及其上面一點P，橢圓外一直線$\overleftrightarrow{GH}$。

【求作】：一、過P點作橢圓之切線。

二、作平行於已知直線$\overleftrightarrow{GH}$之切線。

【作法】：一、過P點作橢圓之切線。

1. 定出橢圓之二焦點F_1，F_2。
2. 連結$\overline{F_1P}$，$\overline{F_2P}$，並延長$\overrightarrow{F_2P}$至Q。
3. 作$\angle F_1PQ$之分角線$\overleftrightarrow{PR}$，則$\overleftrightarrow{PR}$爲所求之切線。

二、作平行於已知直線$\overleftrightarrow{GH}$之切線。

1. 過F_1點作$\overline{F_1E}\perp\overleftrightarrow{GH}$。
2. 以F_2點爲圓心，長軸$\overline{AB}$爲半徑畫圓弧，交$\overline{F_1E}$於K點。
3. 連結$\overline{F_2K}$，並交橢圓於T點。
4. 過T點作GH之平行線$\overleftrightarrow{G'H'}$，則$\overleftrightarrow{G'H'}$爲所求之平行線。

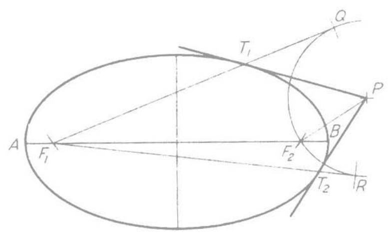


圖1.72 過橢圓外一點作橢圓之切線。可正確定出切線T_1及T_2。

【已知】：一橢圓及橢圓外一點P。

【求作】：過P點作橢圓之切線。

【作法】：

1. 定出橢圓之二焦點F_1，F_2。
2. 以P點爲圓心，$\overline{PF_2}$爲半徑畫一圓弧。
3. 以F_1爲圓心，$\overline{AB}$爲半徑畫圓弧，交前述圓弧於R，Q二點。
4. 連結$\overline{F_1Q}$，$\overline{F_1R}$，並交橢圓於T_1，T_2二點。
5. 連結$\overrightarrow{PT_1}$，$\overrightarrow{PT_2}$，則此二線爲所求之切線。