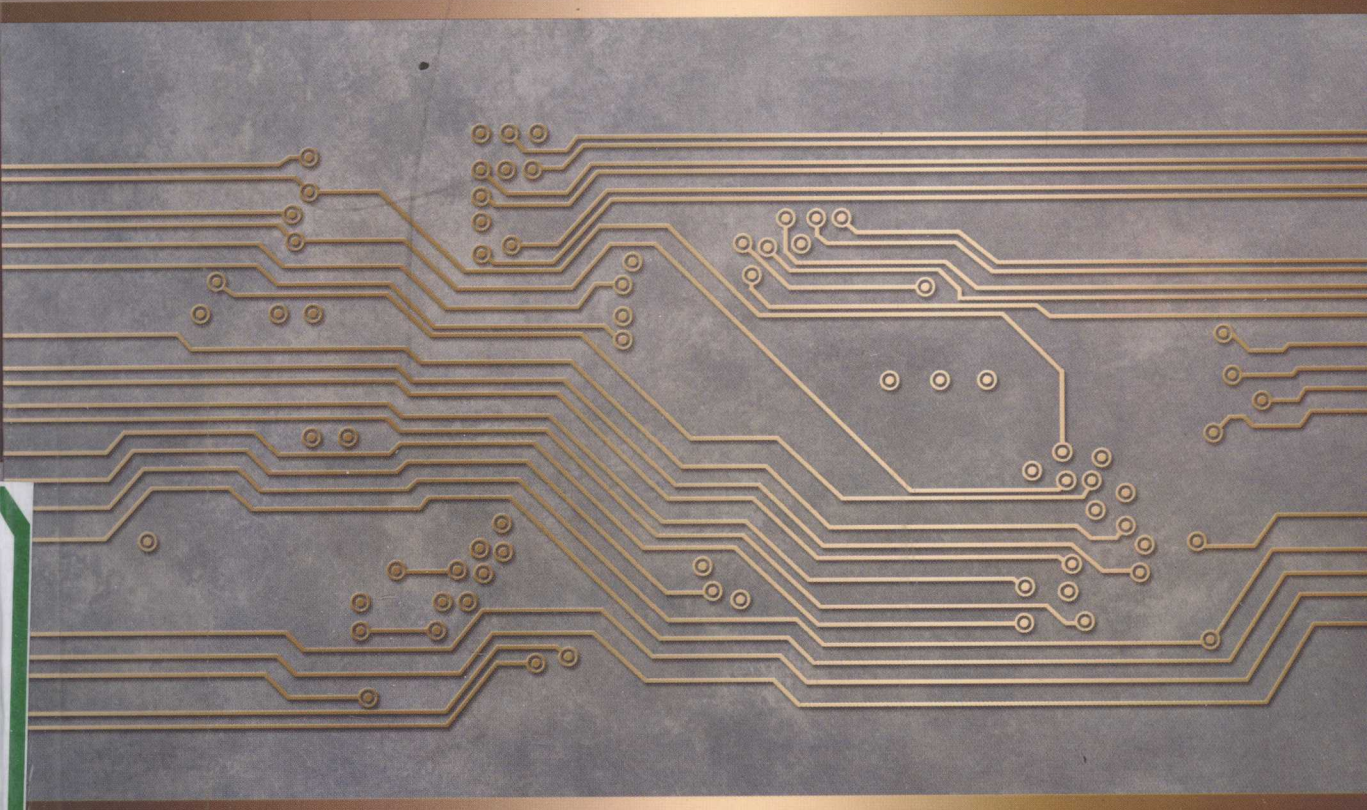


新编电气与电子信息类本科规划教材·电子电气基础课程

信号与系统

杨忠根 任 蕾 陈红亮 编著



电子工业出版社

PUBLISHING HOUSE OF ELECTRONICS INDUSTRY

<http://www.phei.com.cn>

新编电气与电子信息本科规划教材·电子电气基础课程

信号与系统

杨忠根 任 蕾 陈红亮 编著

电子工业出版社

Publishing House of Electronics Industry

北京·BEIJING

内 容 简 介

本书介绍信号和系统的基本概念,以及信号通过线性时不变系统的分析方法,涉及连续时间信号与系统的时域分析、频域分析和 s 域分析方法,离散时间信号与系统的时域分析、频域分析和 z 域分析方法,连续时间及离散时间信号与系统的状态变量分析,以及 MATLAB 在信号与系统中的应用。本书配有免费电子课件。

本书根据教学大纲的要求精选教学内容,突出基本理论、概念和技能的介绍,加强了各章内容之间的联系和衔接,通过对典型例题的各种分析方法的求解过程的介绍和比较,加深对所学知识的理解和比较。同时,在许多章节都提出了一些新的理论、概念或方法。

本书可作为高等院校电气信息类各专业“信号与系统”课程教材,也可供有关科技人员参考。

未经许可,不得以任何方式复制或抄袭本书之部分或全部内容。

版权所有,侵权必究。

图书在版编目(CIP)数据

信号与系统/杨忠根,任蕾,陈红亮编著. —北京:电子工业出版社,2009.7

新编电气与电子信息类本科规划教材·电子电气基础课程

ISBN 978-7-121-09004-2

I. 信… II. ①杨…②任…③陈… III. 信号系统—高等学校—教材 IV. TN911.6

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2009)第 091796 号

策划编辑:韩同平

责任编辑:段丹辉

印 刷: 北京京师印务有限公司
装 订:

出版发行:电子工业出版社

北京市海淀区万寿路 173 信箱 邮编:100036

开 本:787×1092 1/16 印张:16.75 字数:440 千字

印 次:2009 年 7 月第 1 次印刷

印 数:4000 册 定价:29.00 元

凡所购买电子工业出版社图书有缺损问题,请向购买书店调换。若书店售缺,请与本社发行部联系,联系及邮购电话:(010)88254888。

质量投诉请发邮件至 zltz@phei.com.cn, 盗版侵权举报请发邮件至 dbqq@phei.com.cn。

服务热线:(010)88258888。

前 言

信号与系统是电子信息类专业最基本的专业课程之一，该课程是数字信号处理、通信原理等相关课程的基础，其理论和分析方法在很多领域中得到了广泛的应用。

本书介绍信号和系统的基本概念，以及信号通过线性时不变系统的分析方法，涉及连续时间信号与系统的时域分析、频域分析和 s 域分析方法，离散时间信号与系统的时域分析、频域分析和 z 域分析方法，连续时间及离散时间信号与系统的状态变量分析，以及 MATLAB 在信号与系统中的应用。

信号与系统分析理论在过去的几十年中发展迅速，新理论和方法不断出现，已经渗透到社会生活的各个方面，本书作者在总结多年教学实践的基础上，对本课程的教学内容进行了重新编排和整合。

本书遵循“精讲多练”的原则，对课程内容进行了精心安排，教学内容系统全面，概念叙述清楚，突出了重点知识中的基本理论、基本概念、基本技能的介绍，为此不仅充实了与教学重点相关的内容，而且经典内容的表述上也独具特色。各章的特色如下。

第 1 章介绍了阶跃信号的尺度特性、截取特性和示性特性，冲激信号的赋值特性、筛选特性、尺度特性和检零特性，并列表总结了常见运算和常见系统的特性。

第 2 章提出了因果微分定理，并提出了系统时域分析的等效激励法，给出了零输入响应的两个定义，理论上严格证明了它们的等价性，并用实例验证此等效性；用等效激励概念推导了计算状态跳变的简便计算公式，给出了冲激匹配法的实质；总结并给出了不同情况下的时域分析的优选方法；明确指出了卷积计算的解析法、图解法和性质法的适用范围。

第 3 章在介绍傅里叶变换及其性质后，把傅里叶级数作为其应用特例；在给出非因果信号傅里叶变换的时域微分性质的同时，给出了因果信号傅里叶变换的时域微分性质，并给出了用频域法求解已知初始状态和因果激励时的系统微分方程的技术；给出了计算正弦信号、周期信号、因果正弦信号、因果周期信号通过 LTI 系统时的系统稳态响应和暂态响应的计算公式；讨论了几个常见的希尔伯特关系。

第 4 章从因果微分定理和拉普拉斯变换定义出发，推导了拉普拉斯变换中的时域微分性质、时域积分性质、初值定理和终值定理；把以等效激励法为核心的系统时域分析和 s 域分析进行了全面的列表比较；介绍了系统的信号流图表示，指出了信号流图表示实际上是系统方框图表示的简化，并用典型元器件、典型系统例示了信号流图表示，为系统的状态变量分析打下基础；讨论了全通滤波器的负连续相位函数特性、最小相位系统的最小连续相位滞后特性和复倒谱的因果稳定性。

第 5 章对离散时间信号与系统理论进行了内容精选，注意避免与《数字信号处理》教材内容的不必要的重复；叙述了因果移序性质的时域表示式和 z 域表示式，并由此导出离散系统时域分析中的等效激励法和离散系统的 z 域分析；在 z 逆变换的部分分式分解中同时推荐了两种系数求解方法；讨论了几种重要的数字滤波器的特性。

第 6 章把因果微分定理或因果移序性质和等效激励法进行时域分析的技术推广应用于连续系统或离散系统的状态方程求解上，指明了矢量系统的冲激响应的物理意义，表明了状态

转移矩阵就是规范化状态方程的冲激响应，给出了状态方程的冲激响应、系统冲激响应、状态矢量和输出矢量的时域解公式。把它们与 s 域求解公式或 z 域求解公式相对应。

第 7 章通过引入 MATLAB 的系统分析工具，详细介绍与信号分析和系统分析有关的 MATLAB 函数，通过大量实例，帮助读者在 MATLAB 实验中深入学习和理解有关知识，可作为课程实验的内容进行安排。

本书对经典问题给出了多种解法，以丰富的例题帮助读者理解和消化所学知识，加强了各章内容的紧密联系、合理衔接，突出了概念的物理意义解释，精心安排叙述内容和次序，条理清晰，便于教师组织教学，也便于读者自学。

每章包括本章学习要点和本章小结，可方便读者把握学习的重点和难点；为配合教学，本书各章都安排有精选的习题，可以适当选用。考虑到不同专业、不同层次的教学需求，本书中带星号(*)的节或小节，可作为选学内容。

本书的第 2, 3, 4 章和第 6 章的连续系统部分由杨忠根编写，第 1, 5 章和第 6 章的离散系统部分及各章习题由任蕾编写，第 7 章由陈红亮编写。

本书得到了上海高校信息工程(港口航运)教育高地建设项目和上海海事大学《信号与系统(本科)优秀教学团队》建设项目的资助。东南大学吴镇扬教授对全书进行了认真的审阅。茅微岑硕士绘制了第 1~6 章的正文和习题中的所有附图，在此表示衷心的感谢！

本书的推荐总学时为 72 学时，其中授课学时为 64 学时，实验学时为 8 学时。

由于作者能力有限，书中难免有不妥之处，恳请各位读者指正。

编著者
于上海海事大学

目 录

第 1 章 概论	(1)
1.1 引言	(1)
1.2 信号的基本概念	(2)
1.3 信号的运算	(4)
1.4 典型信号	(6)
1.5 信号的分解	(13)
1.6 系统的基本概念	(14)
1.7 系统分析方法	(18)
本章小结	(19)
习题	(19)
第 2 章 连续时间系统的时域分析	(23)
2.1 系统的微分方程描述及其响应	(23)
2.2 冲激响应的计算	(32)
2.3 卷积性质和计算	(37)
2.3.1 卷积计算的解析法	(37)
2.3.2 卷积计算的图解法	(38)
2.3.3 卷积的性质	(40)
2.3.4 卷积计算的性质法	(43)
2.4 应用于时域分析的卷积技术	(44)
2.4.1 应用于非因果信号激励时的时域分析的卷积法	(44)
2.4.2 基于因果微分定理的系统时域分析卷积法	(45)
2.4.3 基于因果微分定理从 0_+ 时刻初始条件计算 0_+ 时刻初始条件	(49)
2.4.4 已知 0_+ 时刻初始条件时的系统时域分析卷积法	(50)
2.4.5 零输入响应的两种定义的等效性	(51)
本章小结	(53)
习题	(54)
第 3 章 连续时间信号与系统的频域分析	(60)
3.1 非周期信号的频域分析——傅里叶变换	(60)
3.1.1 非周期信号的傅里叶变换	(60)
3.1.2 傅里叶变换的物理意义——连续谱	(61)
3.2 典型非周期信号的傅里叶变换和傅里叶变换的性质	(61)
3.2.1 典型非周期信号的傅里叶变换	(61)
3.2.2 傅里叶变换性质	(63)

3.3	周期信号的频域分析——傅里叶级数	(75)
3.3.1	周期信号的傅里叶级数分析	(75)
3.3.2	周期信号傅里叶变换的物理意义——离散谱	(75)
3.3.3	典型周期信号的 FS 分析	(77)
3.3.4	对称性与 FS 系数的关系	(81)
3.4	采样信号的傅里叶变换	(82)
3.4.1	时域采样信号的傅里叶变换(傅里叶变换的时域采样性质——时域采样与频域周期叠加)	(82)
3.4.2	带限信号的时域采样定理——奈奎斯特(Nyquist)采样定理	(82)
3.4.3	矩形脉冲采样*	(84)
3.4.4	频域采样信号的傅里叶逆变换(傅里叶变换的频域采样性质)*	(85)
3.4.5	时限信号的频域采样定理*	(86)
3.5	LTI 系统的频域分析	(87)
3.5.1	系统传递函数	(87)
3.5.2	系统功能分析	(89)
3.5.3	LTI 电路和系统的频域特性分析	(91)
3.5.4	用于计算卷积的傅里叶变换法	(100)
3.5.5	无失真传输和理想低通滤波器	(101)
3.6	系统因果性与希尔伯特特性的对应关系	(105)
3.6.1	系统因果性的必要条件——佩利-维纳准则	(105)
3.6.2	时域因果性与频域希尔伯特特性的对应关系	(106)
3.6.3	最小相位系统的希尔伯特关系*	(106)
3.6.4	解析信号的时域希尔伯特关系*	(107)
3.6.5	希尔伯特滤波器*	(107)
	本章小结	(108)
	习题	(108)
第 4 章	连续时间信号与系统的 s 域分析	(113)
4.1	拉普拉斯变换概述	(113)
4.1.1	拉普拉斯变换的定义	(113)
4.1.2	典型信号的拉普拉斯变换	(114)
4.2	拉普拉斯变换的性质	(115)
4.2.1	线性	(115)
4.2.2	时延定理	(115)
4.2.3	复频移定理	(115)
4.2.4	尺度(Scaling)定理	(116)
4.2.5	时域微分性质	(117)
4.2.6	时域积分性质	(117)
4.2.7	卷积定理	(118)
4.2.8	复频域微分性质	(119)

4.2.9	复频域卷积定理	(120)
4.2.10	初值定理	(120)
4.2.11	终值定理	(120)
4.3	拉普拉斯逆变换	(122)
4.3.1	单极点情况	(122)
4.3.2	重极点情况	(123)
4.3.3	分母有负指数项情况	(124)
4.4	LTI 系统和线性电路的 s 域分析	(125)
4.4.1	LTI 系统的 s 域分析	(125)
4.4.2	线性电路的 s 域分析	(128)
4.4.3	用于计算卷积的拉氏变换法	(134)
4.4.4	系统稳定性	(136)
4.4.5	系统的方框图表示	(140)
4.4.6	系统的流图表示	(141)
4.4.7	系统实现	(142)
4.5	全通网络和最小相位网络的零、极点分布*	(145)
4.5.1	全通网络	(145)
4.5.2	最小相位系统	(147)
4.6	拉普拉斯变换和傅里叶变换的对应关系	(148)
4.6.1	双边拉普拉斯变换	(148)
4.6.2	拉普拉斯变换和傅里叶变换的对应关系	(149)
	本章小结	(151)
	习题	(152)
第 5 章	离散时间信号与系统分析	(160)
5.1	离散时间信号	(160)
5.1.1	离散时间信号的定义	(160)
5.1.2	典型离散时间信号	(160)
5.1.3	离散时间信号的典型运算	(162)
5.2	离散时间系统	(163)
5.2.1	差分方程	(163)
5.2.2	LTI 离散系统的响应	(165)
5.3	z 变换	(168)
5.3.1	z 变换的定义	(168)
5.3.2	z 变换的收敛域	(169)
5.3.3	典型序列的 z 变换	(170)
5.3.4	z 变换的性质	(170)
5.4	z 逆变换	(174)
5.4.1	长除法	(175)
5.4.2	部分分式展开法	(175)

5.5	离散系统的 z 域分析	(177)
5.5.1	用 z 变换计算离散系统的零输入响应、零状态响应和全响应	(177)
5.5.2	LTI 离散系统的系统函数 $H(z)$	(178)
5.5.3	零、极点分布和系统稳定性	(179)
5.5.4	离散系统的 z 域模拟	(181)
5.6	离散信号的频域分析	(183)
5.6.1	离散信号傅里叶变换的定义	(183)
5.6.2	周期离散信号的傅里叶变换——离散傅里叶变换(DFT)	(184)
5.6.3	离散信号傅里叶变换和 DFT 的性质	(185)
5.7	离散系统的频域分析与数字滤波器	(185)
5.7.1	LTI 离散系统的频率特性	(185)
5.7.2	正弦序列通过 LTI 离散系统	(185)
5.7.3	数字滤波器	(187)
	本章小结	(191)
	习题	(191)
第 6 章	系统的状态变量分析	(197)
6.1	引言	(197)
6.1.1	经典系统分析方法的局限性	(197)
6.1.2	状态变量分析理论的重要意义	(197)
6.1.3	基本概念	(197)
6.1.4	状态变量分析方法的优点	(198)
6.2	连续时间系统状态方程的建立	(199)
6.2.1	状态方程的一般形式	(199)
6.2.2	由电路图直接建立状态方程	(200)
6.2.3	由信号流图建立状态方程	(201)
6.3	连续时间系统状态方程的求解	(204)
6.3.1	时域法——矢量微分方程求解	(204)
6.3.2	状态方程求解的 s 域法	(207)
6.3.3	状态方程求解例示	(208)
6.4	离散时间系统状态方程的建立	(210)
6.4.1	离散时间系统状态方程的一般形式	(210)
6.4.2	由系统输入-输出方程(或系统函数)或实现框图(或信号流图)建立状态方程	(211)
6.5	离散时间系统状态方程的求解	(215)
6.5.1	时域法——矢量差分方程求解	(215)
6.5.2	状态方程求解的 z 变换法	(218)
6.5.3	例示	(218)
6.6	系统解耦——状态变量的线性变换和 A 矩阵的对角化	(220)
6.6.1	状态变量的线性变换	(220)
6.6.2	系统解耦—— A 矩阵的对角化	(221)

6.6.3	由 A 矩阵的特征值判断系统稳定性	(224)
本章小结		(224)
习题		(225)
第 7 章	MATLAB 在信号与系统中的应用	(230)
7.1	MATLAB 简介	(230)
7.1.1	MATLAB 的工作方式	(230)
7.1.2	获取帮助	(231)
7.1.3	表达式——变量	(231)
7.1.4	表达式——运算符	(231)
7.1.5	函数文件	(232)
7.1.6	For 循环	(233)
7.1.7	While 循环	(233)
7.1.8	plot 函数——绘图函数	(233)
7.1.9	stem 函数——绘图函数	(234)
7.2	信号的 MATLAB 表示	(235)
7.2.1	基本信号的 MATLAB 表示	(235)
7.2.2	信号基本运算的 MATLAB 实现	(237)
7.3	利用 MATLAB 进行系统的时域分析	(240)
7.4	利用 MATLAB 进行信号的频域分析	(245)
7.4.1	周期信号频谱的 MATLAB 实现	(245)
7.4.2	利用 FFT 和 IFFT 分析与合成离散非周期信号	(246)
7.5	利用 MATLAB 进行系统频域分析	(247)
7.5.1	连续系统频率响应特性的计算	(247)
7.5.2	周期信号通过系统的响应	(248)
7.5.3	离散系统频率响应特性的计算	(249)
7.6	利用 MATLAB 进行连续系统的 s 域分析	(250)
7.6.1	部分分式展开的 MATLAB 实现	(250)
7.6.2	$H(s)$ 的零、极点与系统特性的 MATLAB 计算	(251)
7.7	利用 MATLAB 进行离散系统的 z 域分析	(253)
7.7.1	部分分式展开的 MATLAB 实现	(253)
7.7.2	$H(z)$ 的零、极点与系统特性的 MATLAB 计算	(253)
参考文献		(256)

第1章 概 论

学习要点

本章概述信号与系统的基本概念。读者学习本章要注意理解以下重要内容:

1. 信号与系统课程的重要性;
2. 信号的概念、分类与运算;
3. 系统的概念、分类与联接形式;
4. 系统的线性特性、时不变性、因果性和稳定性的定义与判断。

1.1 引 言

信号与系统是在电工原理的基础上发展起来的,并随着电子工程、通信工程、计算机和信息技术的飞速发展而不断地发展与完善。在信号与系统学科的发展中,微分方程和差分方程理论,傅里叶(Fourier)变换、拉普拉斯(Laplace)变换、离散傅里叶变换和 z 变换等正交变换理论起着十分重要的作用。1948年创立的系统论、信息论与控制论极大地推动了信号与系统学科的发展。

高等数学,尤其是微积分和微分方程理论,复变函数和积分变换理论,电路基础是学好本课程的基础。

本课程是学好电子工程、通信工程和信息技术等专业课程的理论基础。

本书共分7章,各章内容如下所述。

第1章概述信号与系统,主要讨论信号的概念、分类与运算;系统的概念、分类与联接形式;系统的线性特性、时不变性、因果性和稳定性的定义与判断。

第2章讨论连续时间系统的时域分析。主要讨论线性时不变系统的微分方程描述,系统零输入响应、零状态响应、全响应、冲激响应和阶跃响应的分析和计算,以及卷积的概念与计算。

第3章讨论连续时间信号与系统的频域分析。重点讨论非周期连续信号的傅里叶变换、周期连续信号的傅里叶级数分析、系统频域分析、采样定理和调制定理的含义与应用。

第4章讨论连续时间信号与系统的 s 域分析。重点讨论拉普拉斯变换、拉普拉斯逆变换、电路和用微分方程描述的线性时不变系统的 s 域分析、系统函数、零极点分布对系统响应和系统稳定性的影响,以及拉普拉斯变换和傅里叶变换的关系。

第5章简要讨论离散时间信号与系统。重点介绍离散时间信号、描述离散系统的差分方程、差分方程的时域求解、离散卷积和的计算、 z 变换、 z 逆变换、离散信号的周期频谱、离散系统的模拟、频域分析、 z 域分析和稳定性分析。

第6章讨论连续系统和离散系统的状态变量分析。主要讨论系统状态方程的建立、系统状态方程的时域法和变域法求解、线性变换对状态变量分析的影响。

第7章介绍 MATLAB 及其在信号与系统分析中的应用。主要包括 MATLAB 简介、信号的 MATLAB 表示、利用 MATLAB 进行信号与系统的时域分析、频域分析以及 s 域分析和 z 域分析。

1.2 信号的基本概念

一切事物都处于不断的运动变化中。广义地说，物质的一切运动或状态变化都是一种信号(Signal)，即信号是物质运动的表现形式。例如，机械振动产生力信号、位移信号和噪声信号；雷电过程产生声、光信号；大脑和心脏分别产生脑电和心电信号；通信发射机产生电磁波信号等。在通信系统中，信号是传送消息(Message)的工具。所谓消息，就是用某种方式传递的声音、文字、图像、符号等。例如，电话中传送的话音，电报中传送的报文，传真系统传送的图文，广播电台传送的新闻、音乐，电视系统传送的图像序列，示波器测量的电压波形信号，频谱分析仪显示的频谱特性等。受信者从所传递的消息中提取各种有用信息(Information)。这就是说，信息内含于信号，信号是信息的载体。人们真正感兴趣的是内含于信号中的信息。信号分析的目的就是要从信号中提取信息，即从所获得的消息，通过不确定性的减少，获取新知识。

抽象地讲，在数学上信号用函数表示。因此，我们可以把信号与函数等同起来看待。最常见的信号是随时间变化的信号，例如电信号、光信号、声信号、力信号、温度信号等；另一种常见的信号随空间位置变化，如图像信号、电磁场、热场、运动场等。由于电信号易于处理和分析，工程上通常把非电信号转化为电信号，这称之为非电量的电信号模拟。由于电信号的重要性，本书仅研究电信号，并把它简称为信号。

信号的分类有很多种方法，按照分类的标准，大致有如表 1.1 所示的分类。

表 1.1 信号分类

分类标准	确定否	周期否	连续否	量化否	因果否	能量有限否	功率有限否
肯定时	确定性	周期	连续	量化	因果	能量有限	功率有限
否定时	随机性	非周期	离散	未量化	非因果	能量无限	功率无限

1. 确定性信号与随机信号

如果信号的变化规律是确定的，能用确定的数学函数表示，即对任一确定的时间(或空间)，信号有确定的函数值，则称其为确定性信号，如常用的多项式函数、三角函数、指数函数、对数函数等。相反，如果信号的变化规律是随机的，不能用确定的数学函数表示，只能用统计规律来描述其随机特性(包括表示的数学函数中含有随机参数情况)，即对任一确定的时间(或空间)，信号没有确定的函数值，只能用均值、方差等统计量或概率密度函数来描述，则称其为随机信号，如各种噪声、随机正弦函数等。本书仅研究确定性信号。

图 1.1 给出了几种简单信号的波形，其中图 1.1(a)~(e)都是确定性信号，而图 1.1(f)是随机信号。

2. 周期信号与非周期信号

周期信号是按某一固定周期重复出现的信号，它可表示为 $f(t) = f(t+nT)$ ，其中周期 T 为常数。对这种信号，只要给出任一周期内的变化规律，即可确定它在所有其他时刻的取值，如图 1.1(c) 所示。

任何周期信号都可表示为

$$f(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} f_1(t-nT)$$

式中,
$$f_1(t) = \begin{cases} f(t) & t \in [0, T] \\ 0 & t \notin [0, T] \end{cases}$$

是仅在基本周期内取非零值的有限长信号, 即 $f(t)$ 是 $f_1(t)$ 的周期延拓。

常见的非周期信号是有限持续时间 (Finite Duration) 信号, 即仅在一有限时间区间内存在的信号, 如图 1.1(a), (e) 所示。图 1.1(b) 是无限持续时间的非周期信号。

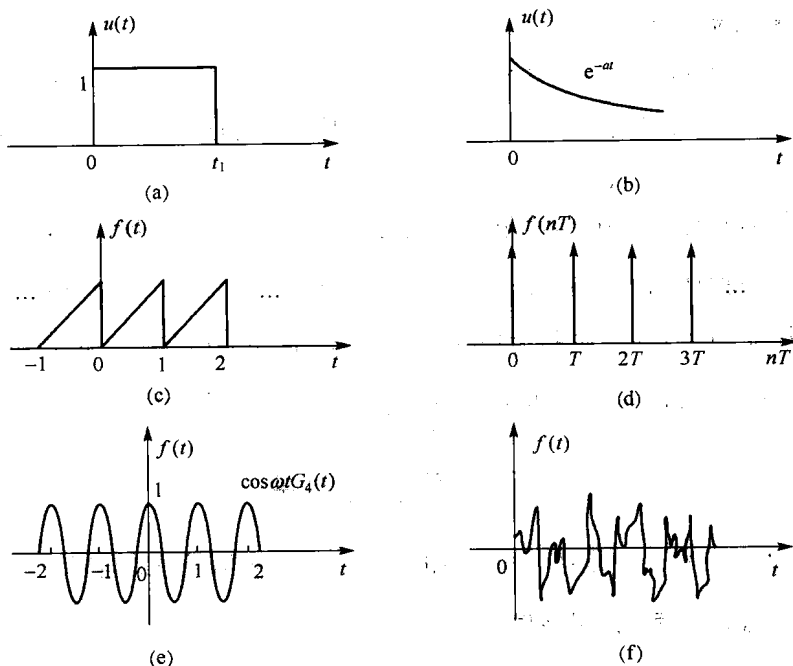


图 1.1 信号分类的例示

3. 连续时间信号与离散时间信号

如果信号在一个(可能是无限的)时间区间内的每一时刻都能取值; 即时间 t 取实数值, 则称为连续时间信号, 如图 1.1(a), (b), (c), (e), (f) 所示。反之, 如果信号仅能在一个(可能是无限长的)时间区间内的某些时刻上取值, 即时间 $t = n\Delta$, 其中 n 属于整数, Δ 为常数, 则称为离散时间信号。

与离散时间信号密切有关的是采样信号

$$f_s(t) = \begin{cases} f(nT) & t = nT, n \text{ 为任意整数} \\ 0 & t \text{ 为其他值} \end{cases}$$

式中, T 为采样间隔。采样信号是仅在采样时刻取信号样本值而在其他时刻取零值的连续时间信号。离散信号是由采样时刻的样本值组成的序列。离散时间信号与采样信号的差别在于: 当 $t \neq nT$ 时, 离散信号无定义。然而, 两者有相同的波形图, 如图 1.1(d) 所示。

4. 因果信号与非因果信号

如果信号在小于零的时刻都取零值, 即 $f(t) = 0 (\forall t < 0)$, 则称为因果信号, 如图 1.1(a), (b), (d), (f) 所示。反之, 称为非因果信号, 如图 1.1(c), (e) 所示。要说明的是, 因果信号一定是

非周期信号。但为方便起见，又称图 1.1(d) 所示的信号为因果周期信号，在第 4 章中我们要分析这种信号。它的特点是，从接入时刻起，信号呈周期变化，它可看做是把周期信号经过因果化处理后得到的信号。它可表示为 $f(t) = \sum_{n=0}^{+\infty} f_1(t-nT)$ 。当然，由于它是因果信号，所以它仍是非周期信号。

同样，如果信号在大于零的时刻都取零值，即 $f(t) = 0 (\forall t > 0)$ ，则称为反因果信号。

5. 有界信号与无界信号

如果信号在所有时刻的取值都有界，即 $|f(t)| < +\infty (\forall t \in \mathbb{R})$ ，则称为有界信号，如图 1.1 中所示的所有信号。反之，则称为无界信号，如线性增长信号 $f(t) = t$ 和指数增长信号 $f(t) = e^{at}$ ，其中 $a > 0$ 。

如果信号的能量有限，即信号能量 $\int_{-\infty}^{+\infty} |f(t)|^2 dt < +\infty$ ，则称为能量有限信号。有限持续时间信号一定是能量有限信号。反之，则不然。另外，如果信号的功率有限，即信号平均功率 $\lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{+T/2} |f(t)|^2 dt < +\infty$ ，则称为功率有限信号。能量有限信号一定是功率有限信号。反之，则不然。例如， $f(t) = \sin(t)$ 是功率有限信号，却是能量无限信号。

1.3 信号的运算

信号运算涉及两方面：一是对时间变量的运算；二是对信号值的运算。

1. 信号的平移、翻转和尺度变换

对时间变量的运算通常是线性坐标变换，这包括平移、翻转和尺度变换。例如 $f(t-\tau)$ (其中 τ 为不等于零的常数) 是信号 $f(t)$ 的平移，当 $\tau > 0$ 时右移，称 $f(t-\tau)$ 为 $f(t)$ 的延迟；当 $\tau < 0$ 时左移，称 $f(t-\tau)$ 为 $f(t)$ 的超前。它们的波形分别如图 1.2(a) 和 (b) 所示。 $f(-t)$ 是信号 $f(t)$ 的翻转，它把信号 $f(t)$ 的波形绕纵轴旋转 180° ；如图 1.2(c) 所示。 $f(at)$ (其中常数 $a > 0$) 是信号 $f(t)$ 的尺度变换，当 $a > 1$ 时，称 $f(at)$ 为波形 $f(t)$ 的压缩；当 $a < 1$ 时，称 $f(at)$ 为波形 $f(t)$ 的扩展。它们的波形分别如图 1.2(d) 和 (e) 所示。

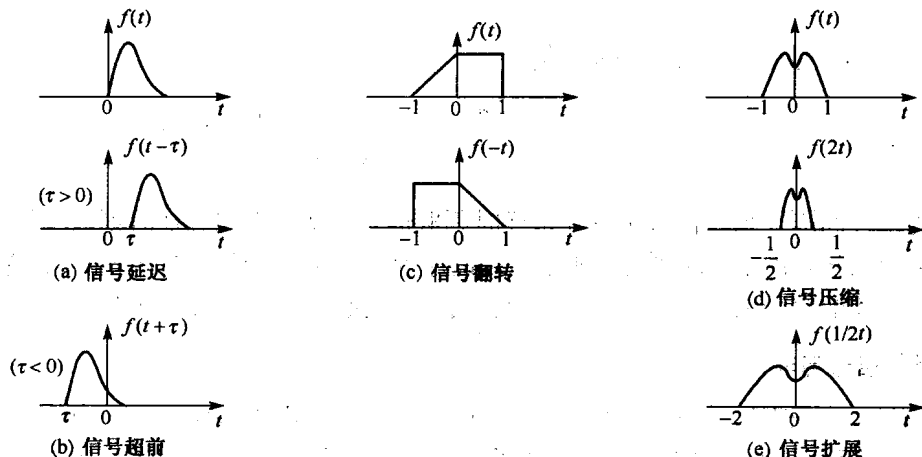


图 1.2 信号的坐标变换

更一般的坐标变换是 $f(at-b)$, 其中 a 和 b 为实常数, 它是信号 $f(t)$ 向右平移 b 个单位, 再扩展 $|a|$ 倍 (为了便于说明, 以后均称为扩展), 如果 $a < 0$, 则还需要翻转。此过程也可以看成是首先把信号 $f(t)$ 扩展 a 倍, 然后向右平移 b/a 个单位, 来得到 $f(at-b)$ 。例1.1说明了此运算过程。

例 1.1 已知信号 $f(t)$ 的波形如图1.3(a)所示, 试画出 $f(-3t-2)$ 的波形。

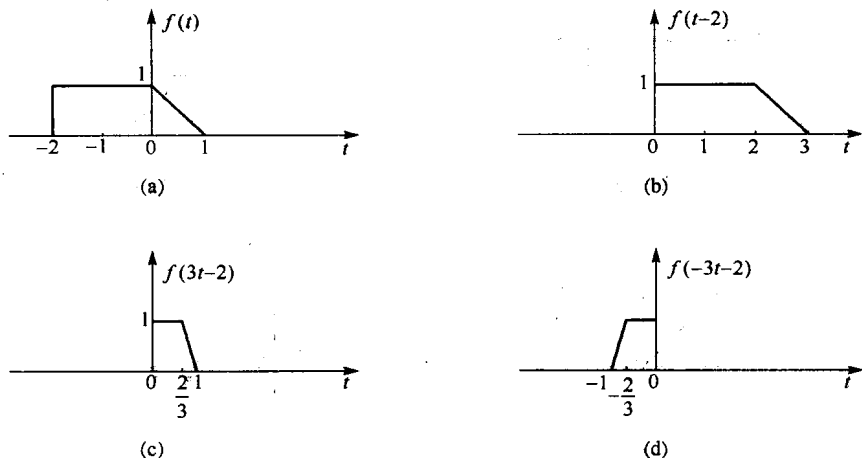


图 1.3 例 1.1 的图示

解 首先把信号 $f(t)$ 的波形右移 2 个单位, 得到 $f(t-2)$ 的波形, 如图 1.3(b) 所示; 然后把信号 $f(t-2)$ 的波形压缩 $1/3$, 得到 $f(3t-2)$ 的波形, 如图 1.3(c) 所示; 最后把 $f(3t-2)$ 的波形翻转, 得到 $f(-3t-2)$ 的波形, 如图 1.3(d) 所示。

此外, 也可以先把信号 $f(t)$ 的波形压缩 $1/3$, 得到 $f(3t)$ 的波形; 然后把 $f(3t)$ 的波形翻转, 得到 $f(-3t)$ 的波形; 最后把 $f(-3t)$ 的波形左移 $2/3$ 个单位, 得到 $f(-3t-2)$ 的波形。请读者验证之。

2. 信号值的运算

对信号值的运算可分为一元运算和多元运算、即时运算和非即时运算、线性运算和非线性运算。

一元运算是对单输入信号进行的运算, 如信号的微分和积分、信号与常数的乘或加等。图1.4 示出了信号微分的运算结果, 图1.5 示出了信号积分的运算结果。多元运算是对多个输入信号进行的运算, 例如两信号的加权和 $y(t) = \alpha f_1(t) + \beta f_2(t)$ (其中 α, β 为常数)、两信号的相乘 $y(t) = f_1(t) \cdot f_2(t)$ 。

单信号的即时运算完成该信号的映射, 使运算结果仅取决于即时的输入信号值, 通常可用信号的输入-输出转移特性表示。若该特性是线性的, 则是线性映射, 如 $y(t) = kf(t) + b$, 其中 $k \neq 0$, b 为常数; 否则是非线性映射, 如 $y(t) = |f(t)|$ 等。图 1.6 示出了取绝对值的非线性映射对 $f(t) = \sin(t)$ 运算的结果。单个信号的非即时运算使运算结果取决于一段时间区间的输入信号值, 一般它要由进行此运算的系统特性如微分方程来描述。多个信号的非即时运算要由进行此运算的多变量系统特性如微分方程组来描述。

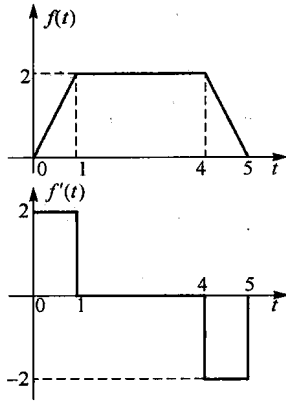


图 1.4 信号微分

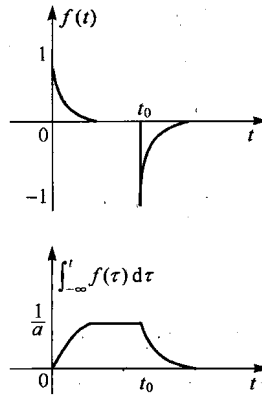


图 1.5 信号积分

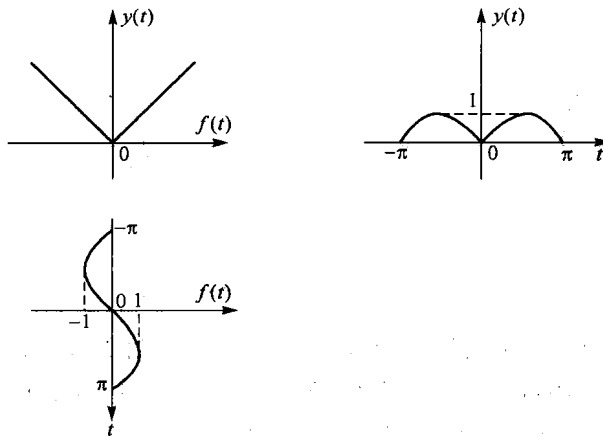


图 1.6 信号取绝对值

1.4 典型信号

下面介绍一些常见的典型信号，它们是指数信号、正弦信号、复指数信号、抽样信号、冲激信号和阶跃信号。

1. 指数信号

指数信号的表示式为

$$f(t) = Ke^{at} \quad (1.1)$$

式中， K ， a 是实数。若 $a > 0$ ，信号为指数增长函数；若 $a = 0$ ，信号是直流信号，其值恒等于常量 K ；若 $a < 0$ ，信号为指数衰减函数。图1.7示出了三种情况下的指数信号。指数信号的一个重要特点是它对时间的微分或积分仍然是指数信号。

实际上，经常遇到的是如图1.8所示的因果指数衰减信号，其表示式为

$$f(t) = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ e^{-\frac{t}{\tau}} & t \geq 0 \end{cases} \quad (1.2)$$

式中，时间常数 $\tau > 0$ 。因为 $f(\tau) = 1/e = 0.368$ ，所以经时间 τ 后，信号衰减为初值的36.8%。

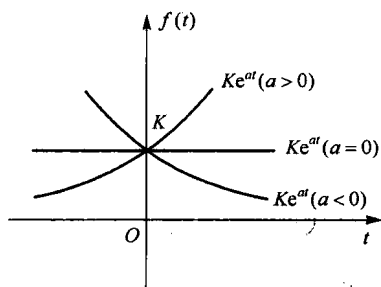


图 1.7 指数信号

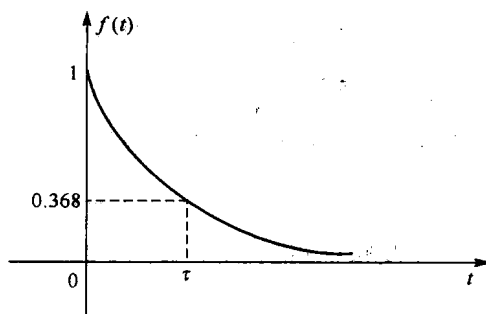


图 1.8 因果指数衰减信号

2. 正弦信号

正弦信号和余弦信号仅在相位上相差 $\pi/2$ ，我们统称它们为正弦信号。正弦信号一般可表示为

$$f(t) = K \sin(\omega t + \phi) \quad (1.3)$$

式中， K 为振幅； ω 是角频率； ϕ 称为初始相位。式(1.3)所示正弦信号的周期 $T = 2\pi/\omega = 1/f$ ，其中 f 是频率。其波形如图1.9所示。

在信号与系统分析中，有时遇到波形如图1.10所示的因果指数衰减的正弦信号，其正弦振荡的幅度即包络按指数规律衰减，其表示式为

$$f(t) = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ Ke^{-t/\tau} \sin(\omega t) & t \geq 0 \end{cases} \quad (1.4)$$

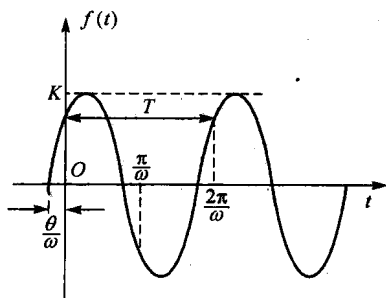


图 1.9 正弦信号

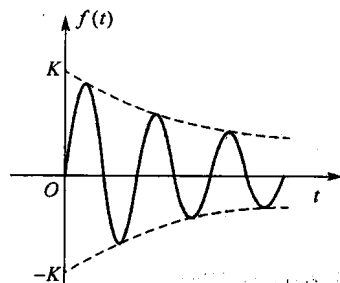


图 1.10 因果指数衰减正弦信号

正弦信号常借助复指数信号来表示，由欧拉公式

$$\begin{cases} e^{j\omega t} = \cos(\omega t) + j\sin(\omega t) \\ e^{-j\omega t} = \cos(\omega t) - j\sin(\omega t) \end{cases} \quad (1.5)$$

可知

$$\begin{cases} \cos(\omega t) = \frac{1}{2}(e^{j\omega t} + e^{-j\omega t}) \\ \sin(\omega t) = \frac{1}{2j}(e^{j\omega t} - e^{-j\omega t}) \end{cases} \quad (1.6)$$

这是以后经常要用到的两对关系式。