

0122  
5  
小学教师《专业合格证书》教材

# 代数与初等函数

于金海 傅志良 编

北京师范大学出版社

小学教师《专业合格证书》教材

**代 数 与 初 等 函 数**

于金海 傅志良 编

\*

北京师范大学出版社出版

新华书店北京发行所发行

中国科学院印刷厂印刷

---

开本: 787×1092 1/32 印张: 17.125 字数: 362千

1987年12月第1版 1987年12月第1次印刷

印数: 1—112 500

---

ISBN 7—303—00006—2/G·7

统一书号: 7243·541 定价: 3.05元

## 说 明

《中共中央关于教育体制改革的决定》提出：“要争取在五年或者更长一点的时间内使绝大多数教师能够胜任教学工作。在此之后，只有具备合格学历或有考核合格证书的，才能担任教师。”为了贯彻落实这一要求，国家教育委员会决定建立中小学教师考核合格证书制度，并于1986年9月颁发了《中小学教师考核合格证书试行办法》。根据该《试行办法》的规定，我们已经组织编写出版了中小学教师《专业合格证书》文化专业知识考试各科教学大纲。现在，我们又按照教学大纲的基本要求，组织编写出版这套教材，供中小学教师参加《专业合格证书》文化专业知识考试用。这套教材包括：中等师范11门课程、高等师范专科14个专业的48门课程、高等师范本科12个专业的40门课程，以及公共教育学、心理学课程用书。

这套教材的编写力求具有科学性、系统性和思想性，并努力体现以下原则和要求，要有鲜明的师范性，紧密联系中小学教学的实际；要符合成人在职进修的特点，便于教师自学、自检，要使大多数教师经过努力能够达到规定的要求。

考核合格证书制度刚刚试行，尚缺少经验，加之这套教材出版时间仓促，难免存在一些问题。我们准备继续在实践中探索和研究，争取用几年的时间，建设一套适合我国中小

学在职教师进修的教材，希望全国师范教育工作者，尤其是从事在职中小学教师培训工作的同志为此共同努力。

这套教材在编写、出版和发行工作中，得到了各省、自治区、直辖市教育行政部门，许多师范院校、教育学院、教师进修学校和师资培训中心，许多专家和教师，以及有关出版社和教材发行部门的大力支持和帮助，在此，一并致谢。

**国家教育委员会师范教育司**

**1987年6月1日**

## 编者的话

这本教材是根据国家教育委员会制订的小学教师《专业合格证书》文化专业知识考试大纲确定的教学内容，遵照国家教育委员会为这套教材确定的编写原则进行编写的。为了贯彻这些原则，适合成人、在职、自学的特点，我们力求做到，文字通俗、叙述详尽。同时在教材的讲述结构上突出了以下四个特点：

### (1) 小步前进，便于自学

为了适应教师在职自学，我们采取了小步子前进的办法，即将篇幅较大的节按知识结构分成较小的段落，每段之后都附有练习题。由于每段篇幅较小，知识量较少，“阶梯”的高度较低，这样便于学员利用零散时间进行自学，并可能在没有教师指导的情况下掌握知识。

### (2) 及时反馈，自检自评

要想自学取得较好的效果，学员必须对自己的学习情况及时反馈，并定期进行评价，为此，我们采取两项措施：一是给出题目的答案；二是每章之后都附有一套自测试题。

### (3) 讲清思路，加强分析

本教材对重要的概念尽量做到有引入、有分析、有反例、有对比，以树立正确的概念。对重要的定理、例题尽力做到有分析、有点拨，讲清证明或解题的思路，注意提高学

员的解题能力。

#### (4)增设“提示”，进行辅导

为了便于对学员进行辅导，在本教材内增设“提示”一栏，提示的内容多为解释难点或扩展知识，帮助学员突破难点，扩大知识面和提高学习能力。

这本教材除可供小学教师参加《专业合格证书》文化知识考试复习使用之外，也可作为中等师范、中师函授教师的教学参考用书、青年自学用书。

本书由于金海同志统稿，北京第三师范学校的徐风梧老师详细地审阅了本书，并提出了许多宝贵的意见，在此表示深切的谢意。

由于我们水平有限，编写的时间又比较仓促，本书难免有缺点、错误之处，敬请读者批评指正。

编者

1987. 5.

# 目 录

<b>第一章 函数、幂函数、指数函数和对数函数</b> .....	( 1 )
<b>一、函数</b> .....	( 1 )
1.1 函数的概念 .....	( 1 )
1.2 函数的单调性和奇偶性 .....	( 21 )
1.3 反函数 .....	( 33 )
习题一.....	( 40 )
<b>二、幂函数、指数函数和对数函数</b> .....	( 42 )
1.4 幂的概念的推广 .....	( 42 )
1.5 幂函数 .....	( 43 )
1.6 指数函数 .....	( 51 )
1.7 对数函数 .....	( 60 )
1.8 对数的换底公式 .....	( 67 )
习题二.....	( 74 )
<b>小结</b> .....	( 75 )
<b>复习题</b> .....	( 77 )
<b>自测题</b> .....	( 80 )
<b>第二章 三角函数</b> .....	( 82 )
<b>一、任意角的三角函数</b> .....	( 82 )
2.1 锐角的三角函数(复习) .....	( 82 )
2.2 角的概念的推广.....	( 94 )
2.3 弧度制.....	( 105 )
2.4 任意角的三角函数.....	( 117 )

2.5 同角三角函数间的基本关系式	( 134 )
2.6 诱导公式	( 143 )
2.7 已知三角函数值求角	( 162 )
习题三	( 166 )
<b>二、三角函数的图象和性质</b>	( 168 )
2.8 正弦函数、余弦函数的图象和性质	( 168 )
2.9 正切函数、余切函数的图象和性质	( 187 )
习题四	( 194 )
<b>小结</b>	( 195 )
复习题二	( 200 )
自测题二	( 202 )
<b>第三章 两角和与差、倍角、半角的三角函数</b>	( 204 )
<b>一、两角和与差的三角函数</b>	( 204 )
3.1 两角和与差的正弦余弦	( 204 )
3.2 两角和与差的正切	( 214 )
习题五	( 218 )
<b>二、倍角、半角的三角函数</b>	( 219 )
3.3 二倍角的正弦余弦正切	( 219 )
3.4 半角的正弦余弦正切	( 226 )
习题六	( 236 )
<b>小结</b>	( 236 )
复习题三	( 240 )
自测题三	( 241 )
<b>第四章 不等式</b>	( 243 )
<b>一、不等式及其性质</b>	( 243 )
4.1 不等式	( 243 )
4.2 不等式的性质	( 246 )
习题七	( 259 )



二、不等式的证明	(260)
4.3 不等式的证明	(260)
4.4 几个重要不等式	(270)
4.5 应用不等式求最大值与最小值	(277)
习题八	(281)
三、不等式的解法	(282)
4.6 同解不等式	(282)
4.7 不等式组	(286)
4.8 分式不等式	(289)
4.9 绝对值不等式	(296)
习题九	(300)
小结	(301)
复习题四	(302)
自测题四	(304)
<b>第五章 数集</b>	<b>(306)</b>
一、数的概念的扩展	(306)
5.1 数的概念的扩展	(306)
二、有理数集	(307)
5.2 自然数集	(307)
5.3 整数集	(310)
5.4 有理数集	(311)
5.5 有理数集的重要性质	(313)
习题十	(318)
三、实数集	(318)
5.6 无理数与无理数集	(318)
5.7 实数集	(321)
5.8 实数集的性质	(323)
5.9 数集扩展的原则	(325)

习题十一	( 327 )
小结	( 327 )
复习题五	( 328 )
自测题五	( 329 )
<b>第六章 数列与数学归纳法</b>	<b>( 330 )</b>
一、数列	( 330 )
6.1 数列	( 330 )
6.2 等差数列	( 338 )
6.3 等差数列的通项公式	( 340 )
6.4 等差数列前 $n$ 项的和	( 343 )
习题十二	( 349 )
6.5 等比数列	( 351 )
6.6 等比数列的通项公式	( 352 )
6.7 等比数列前 $n$ 项的和	( 357 )
6.8 数列的极限	( 360 )
6.9 无穷递缩等比数列各项的和	( 368 )
6.10 化循环小数为分数	( 372 )
习题十三	( 376 )
二、数学归纳法	( 378 )
6.11 数学归纳法	( 378 )
习题十四	( 385 )
小结	( 386 )
复习题六	( 389 )
自测题六	( 391 )
<b>第七章 排列与组合</b>	<b>( 393 )</b>
一、排列	( 393 )
7.1 加法原理和乘法原理	( 393 )
7.2 排列	( 401 )

7.3 排列数公式	(410)
7.4 排列应用题	(421)
习题十五	(431)
二、组合	(433)
7.5 组合	(433)
7.6 组合数公式	(437)
7.7 组合应用题	(443)
7.8 组合数的两个性质	(448)
7.9 排列组合应用题	(458)
习题十六	(468)
小结	(470)
复习题七	(472)
自测题七	(474)
习题答案或提示	(476)
第一章	(476)
第二章	(486)
第三章	(499)
第四章	(506)
第五章	(516)
第六章	(519)
第七章	(530)

# 第一章 函数、幂函数、指数函数和对数函数

函数是数学里的一个重要概念，是近代数学研究的主要对象。它是研究和解决很多实际问题的有力工具。在初中我们已经学过一些简单的函数知识，并对正比例函数、反比例函数、一次函数、二次函数的图象和性质，作了初步的研究。本章将在此基础上，用集合与映射的观点进一步探讨函数的意义，学习函数的一些重要性质，然后再学习幂函数、指数函数和对数函数。

## 一、函 数

### 1.1 函数的概念

#### (1) 函数的定义(复习)

在实际生活中我们知道，一个变量的变化并不是孤立的，往往是和另外一些变量的变化相互联系着。

例如，书店中某本书的定价是2元，这时书店售出这本书的册数 $x$ 的变化，和总钱数 $y$ 的变化是相互联系着的。比如，

$$x=1, 2, 3, 5, 10, \dots (\text{册}),$$

$$y=2, 4, 6, 10, 20, \dots (\text{元}).$$

我们看到，在销售此书的过程中，当册数 $x$ 变化的时