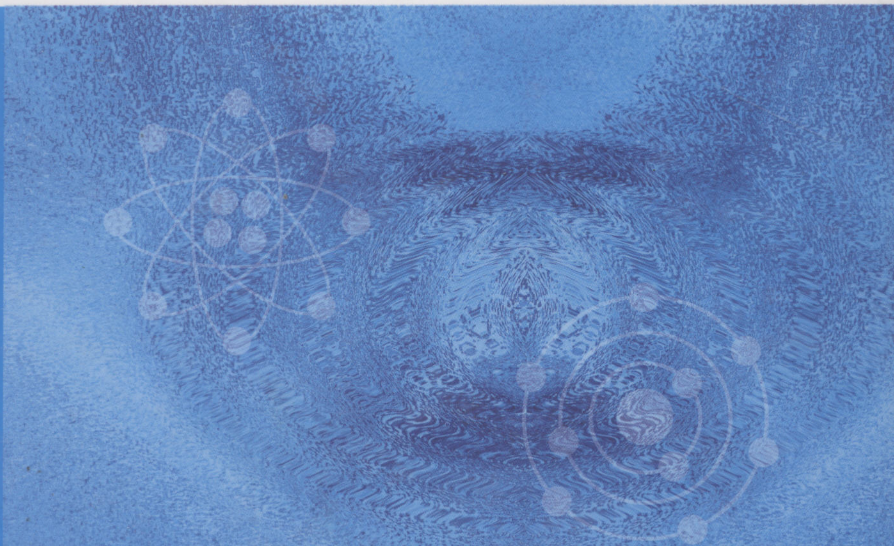
国家科学技术学术著作出版基金 NFAPST

国家“十一五”重点图书

量子物理新进展系列

光学变换
·从量子到经典

范洪义 胡利云 著



上海交通大學出版社
SHANGHAI JIAO TONG UNIVERSITY PRESS

国家

量子

国 著作出版基金资助出版

光学变换·从量子到经典

范洪义　胡利云 著

上海交通大学出版社

内 容 提 要

每一种光学系统给出一种变换，本书以崭新的思路探讨量子光学变换和经典光学变换的对应。运用作者自己发明的有序算符内的积分(IWOP)技术，通过发展新的量子力学表象(特别是多种连续变量纠缠态表象)和若干幺正算符，将量子光学中描述光量子态变化的幺正算符同经典光场在各种系统中传播情况下的衍射积分变换一一对应起来，不但将经典的光的模式描述、光的传播与变换的若干定理推广到量子光学，发展了量子光学理论(例如量子光学的 *ABCD* 定理，新的光子计数公式)，而且又用量子光学的视角进一步开拓了经典光学的研究范围，例如发展了菲涅耳变换、小波变换、Wigner 变换、Radon 变换、分数傅里叶变换和汉克尔变换的理论，提出了新的相空间积分变换。

本书适合于理工科大学物理、光学和信息专业的学生、教师，以及量子力学领域的物理研究者阅读。

图书在版编目(CIP)数据

光学变换・从量子到经典/范洪义，胡利云著. —上海：
上海交通大学出版社，2010
(量子物理新进展系列)
国家"十一五"重点图书
ISBN 978-7-313-05293-3

Ⅰ. 光… Ⅱ. ①范…②胡… Ⅲ. 量子光学 Ⅳ. O431

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2008)第 119849 号

光学变换・从量子到经典

范洪义　胡利云　著

上海交通大学出版社出版发行

(上海市番禺路 951 号　邮政编码 200030)

电话：64071208　出版人：韩建民

常熟市华通印刷有限公司印刷　全国新华书店经销

开本：850mm×1168mm 1/32　印张：12.25　字数：326 千字

2010 年 3 月第 1 版　2010 年 3 月第 1 次印刷

印数：1～2030

ISBN 978-7-313-05293-3/O　定价：55.00 元

目　　录

引　言

人们对微观物质世界量子特性的认识是从光开始的. Planck[1,2]在对黑体辐射的光谱进行研究时,提出了光的能量量子化的概念,这标志了量子力学的诞生,也预示了经典光学向量子光学发展的前景. 他发现光同原子系统相互作用时只能以某个最小能量的整数倍被吸收或释放,即可交换的能量仅限于$E_n=n\hbar\gamma$ $(n=0,1,2,\cdots)$,这里$\hbar$是 Planck 常量,γ是光波频率. 随后,Einstein[3]利用这种光量子的概念成功地解释了光电效应,从而进一步加深了人们对于光的量子特性的认识. 然而,在其后相当长的一段时间内,人们注意到除了像 Hanbury-Brown-Twiss[4,5]那样涉及光的高阶相干性的实验,大部分的光学现象(除了涉及到光的产生与转化)仍然可以很好地用经典理论(光的麦克斯韦电磁理论)进行解释,而无需量子的观点. 直到 20 世纪 60 年代,随着激光器及其相关技术的诞生,以及 1963 年 Glauber[6,7]利用相干态的表述发展了光量子的相干理论,这种情况才有了根本的改变. 随之发展的激光理论更是要求原子系统和光场在理论上同时进行量子化处理. 之后,在实验上诸如光子的反聚束现象、荧光效应、光子的亚泊松分布和压缩效应等大量不能用经典理论解释的物理现象相继被发现. 近年来,量子光学更是被广泛地应用于对量子力学中许多以前只能依靠假想实验的理论问题进行实验验证. 以参量向下转换方式产生的纠缠光子对为非局域问题、隐变量问题等提供了真实的实验环境. 此外,量子通信、量子计算等新兴的领域也为量子光学提供了新的应用空间. 这一系列的发展和应用已使量子光学[8~12]成为了物理学最活跃的分支之一——光子学.

与量子光学的年轻相比,经典光学[13]的发展已经历了漫长的

历史，一些主要的成果如惠更斯原理、菲涅耳衍射理论等均是17、18世纪的成果. 然而，这门古老的学科至今仍焕发着勃勃生机，例如光的全息术等. 随着技术的进步，特别是激光和光纤技术的应用，以及同通信技术和计算机图像处理技术的结合，切合实际应用的需要，新知识不断地丰富着傅里叶光学、矩阵光学等学科分支的内容. 特别引人注目的是，因解决量子力学问题而由 Namias[14] 提出的分数傅里叶变换，由于 Lohmann[15] 等人找到了它相应的光学实现，而被广泛地应用到图像处理、加密、信号传输等诸多领域. 光学小波变换作为傅里叶光学的推广，在信息光学中有广泛的应用. 因此，经典光学中仍然存在着许多令人激动的问题，例如：为现有的光学元素提供更合理的数学描述，对新的光学变换寻找其本征模式，成像问题，非线性光学、近场光学与光纤中的光通信问题等.

量子光学与经典光学相比，尽管它们的研究对象都涉及光的性质，它们之间也存在密不可分的联系（如爱因斯坦的受激辐射和自发辐射理论是联系两者的“纽带”），但是，它们所关注的光的性质以及所采用的数学物理方法是存在区别的. 前者主要研究的是光子与原子系统的相互作用中的量子现象，光子的发射与吸收的机制，原子的冷却与俘获，光场的量子统计及光的非经典特性，处理的是对应于不同光子数统计的量子力学态矢量，以及联系这种种态矢的幺正变换算符；后者主要研究的是光波在各种介质中的传播，处理的是表示各种光波的空间分布函数，以及联系这些分布函数的种种积分变换. 从这两者所采用的数学表示来说，一个是不可对易的算符和 Hilbert 空间的态矢量，而另一个则是可对易的函数和分布. 总之，前者针对的是低温微观系统，使用的是量子理论；而后者针对的则是高温宏观系统，运用的是经典的理论. 然而，尽管两个学科分支在讨论光这个主题上所注重的侧面不同、观点不同，人们却还是希望在它们之间找到某些联系.

在以往的研究中，人们已经发现这两个领域之间存在着诸多

相似关系，并且这种种相似关系的发现有助于推进两个领域中研究工作的发展[16]. 例如，最典型的一个关系莫过于量子力学中的含时薛定谔方程和经典光学中不含时的亥姆霍兹方程之间存在的数学形式上的相似性. 针对这一特性，Dragoman[17]设计了多层光学结构，它的传输特性和它的零维、一维或二维的量子对应相同. 与此类似，Crasser-Mack-Schleich[18]等人发现量子光学的相空间描述，即它的 Wigner 函数形式同衍射理论中的菲涅耳积分在数学形式上类似. 另外，量子光学的算符和态矢与矩阵光学变换的对应关系也曾被人注意到. Nienhuis 和 Allen[19]注意到激光光束的高斯-厄米模以及拉盖尔-厄米模可以用量子力学谐振子的算符代数来描述；Wolf 和 Kurmyshev[20]发现量子光学压缩态的波函数也可以是经典光学傍轴近似亥姆霍兹方程的一个特殊解. 以上种种讨论，都是从某个角度对经典光学和量子光学的对应关系进行了探讨，但却没有形成一套系统的理论. 那么，如何系统地研究这种对应关系呢?

我们以为，必须找到一座从量子光学通向经典光学的直接“桥梁”，这就是基于 Dirac 表象的有序算符内的积分(IWOP)技术. 由于量子光学理论所涉及的对象主要是非对易的算符，而经典光学处理的是可对易的函数，因而要找到它们之间的对应关系相当困难. 由于算符的不对易性，牛顿-莱布尼兹积分对由 Dirac 符号组成的算符很难实现，因此也就无法方便地构造新的表象以及表示表象变换的幺正算符。而 IWOP 技术的提出与发展改变了这种状况.

IWOP 技术[21,22]将原本只适用于可对易函数的牛顿-莱布尼兹积分公式推广到由 Dirac 符号 ket-bra 组成的非对易量子算符的积分运算[23]，不仅丰富了 Dirac 符号的运算规则，大大简化了计算，而且有利于揭示 Dirac 符号法蕴藏的和谐与优美. 运用 IWOP 理论，我们找到了一系列新的量子光学表象，包括连续变量的纠缠态表象，诱导纠缠态表象，相干-纠缠态表象等.

通过量子力学相干态表象和用 IWOP 技术将经典相空间的辛变换投影到量子希尔伯特空间，我们构建了一系列积分型的量子力学幺正算符——单、双模菲涅耳算符. 这些幺正算符通过适当的表象，如坐标表象、纠缠态表象等可以与诸多经典光学变换形成一一对应关系，其中包括复分数傅里叶变换、分数 Hankel 变换、广义菲涅耳变换等. 这样，量子光学与经典光学这两个看似不相干的领域被自洽地联系在了一起.

从这种对应关系出发，不但可以应用量子力学表象和变换论的观点重叙经典光学中的各种问题，例如 Laguerre-Gauss 模的量子描述、光场变换的叠加、图像的标度变换、研究光场的 Wigner 分布函数变化，找到量子光学中的 *ABCD* 定理，提出新的光子计数公式，而且可以提出新的可能的光学变换等；此外，它还帮助我们解决分数傅里叶变换和分数 Hankel 变换的本征模式的问题，找到新的本征模式并且给出它们和传统本征模式之间的关系. 进一步，量子力学表象与变换论也可以用于小波变换理论的研究，将小波变换表示成 Fock 空间的态矢变换可以得到寻找母小波的一般判别式，从而可以提出更多类型的小波变换；而通过纠缠态表象则能提出不同于一般小波变换的复小波变换，同时也能找到这类母小波需满足的条件. 菲涅耳算符则使我们能够提出辛小波变换与纠缠辛小波变换，相干-纠缠态则可以应用于混合光学变换的研究，等等.

正如 Dirac 所说："……对于一个有经典对应的量子动力学系统，量子理论中的幺正变换就是经典理论中切变换的对应."而 IWOP 技术是找到这种对应的有效方法.

诚然，从经典与量子两个角度来研究光的本性已经使我们有了顿开茅塞之感，但是当我们看到爱因斯坦在 20 世纪中叶写的一段话："过去五十年的冥思苦想并没有让我接近'什么是光量子'这个问题的解答. 当然，现在每个普通人都认为他们知道这个答案，实际上那是自欺欺人."

“All the fifty years of conscious brooding have brought me no closer to the answer to the question, ‘What are light quanta?’ Of course today every rascal thinks he knows the answer, but he is deluding himself.”——A. Einstein, 1951.

我们不禁想起屈原说的:“路漫漫其修远兮,吾将上下而求索”.

本书在写作过程中作者范洪义得到于敏、何祚庥和杨国桢先生的指导,也得到上海交通大学谢绳武、叶取源和张杰先生的鼓励,在此深表谢意. 他也以此书告慰慈母毛婉珍的教诲与养育.

上海交通大学物理系叶庆好教授、庞乾骏教授也十分关心和支持本书的出版,谨致谢意. 本书在筹划和写作过程中范洪义得到妻子翁海光以及若干研究生的协助,他们是陆海亮、唐绪兵、刘述光、范悦、郭琴、徐学翔、陈俊华、桂卫军、吴昊、吕翠红和袁洪春,在此深表谢意.

美学家朱光潜先生曾说:“科学的活动也还是一种艺术的活动”,“艺术的创造之中有必寓有欣赏”,欣赏就是觉得有趣味,若读者能从拙作中哪怕是悟出一点趣味,那作者就可聊以自慰了.

“慢慢走,欣赏啊!”

第 1 章　经典光学衍射理论和各种光学变换的简单回顾

本章将简要回顾经典光学中的衍射理论以及衍射理论中几种常见的光学积分变换公式. 建立在 Huygens 原理基础上的 Fresnel-Kirchhoff 标量衍射积分公式,在不同的近似条件下约化为几种我们熟知的光学变换公式,包括菲涅耳衍射公式和夫琅禾费衍射公式等. 而从 20 世纪 80 年代以后逐渐发展起来的分数傅里叶变换理论,现在已经成为傅里叶光学中的一个重要的分支. 由于分数傅里叶变换可以通过简单的光学器件来实现,如同轴的透镜系统,并且它又比传统的傅里叶变换更加灵活(包含了一个额外的角度参量),因此它在信号处理、图像加密、渐变介质光学等领域都有着广泛的应用. 在这里简要介绍它的光学实现及其同其他光学变换之间的关系. 光学变换的 Collins 公式(或广义菲涅耳变换)可以看作是上述几种光学变换的一个推广,我们将讨论它同矩阵光学的关系以及在激光传播理论中的应用,即著名的描述高斯光束传播的 *ABCD* 定理. 以上这些变换形式都是在笛卡尔坐标下的表述,然而,实际应用中却包括了大量的具有圆中心对称的光学系统,像光纤以及透镜系统等. 因此,在此还要介绍上述变换的极坐标形式,包括对应于分数傅里叶变换的分数 Hankel 变换和极坐标下的 Collins 公式. 在本书后面的章节中将看到,这些经典光学变换都可以很好地对应到量子光学中不同态矢量之间由各种幺正算符所引起的变换. 因此,经典的光学变换可以很好地用量子光学中的算符和态矢的语言来描述和研究,进而得到发展. 反之,量子光学理论中的一些思想也可以应用到经典光学系统的进一步研究中. 本书第 15 章介绍的范氏变换就是一个明显的例子.