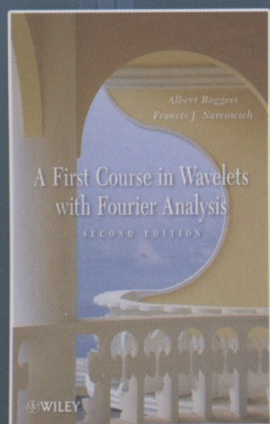


国外电子与通信教材系列



小波与傅里叶分析基础 (第二版)

A First Course in Wavelets with Fourier Analysis
Second Edition



[美] Albert Boggess 著
Francis J. Narcowich
芮国胜 康健 译

86

 电子工业出版社
PUBLISHING HOUSE OF ELECTRONICS INDUSTRY

<http://www.phei.com.cn>

国外电子与通信教材系列

31

小波与傅里叶分析基础 (第二版)

A First Course in Wavelets with Fourier Analysis, Second Edition

[美] Albert Boggess 著
Francis J. Narcowich

芮国胜 康健 译

电子工业出版社
Publishing House of Electronics Industry
北京·BEIJING

内 容 简 介

本书的目的主要是向读者展示傅里叶分析和小波的许多基础知识以及在信号分析方面的应用。全书分为8章和3个附录,第0章是学习第1章至第7章的准备知识,即内积空间;第1章讲解傅里叶级数的基础知识;第2章讲解傅里叶变换;第3章介绍离散傅里叶变换及快速傅里叶变换;第4章至第7章讨论小波,重点在于正交小波的构建;附录部分则介绍稍微复杂的一些技术主题、部分习题解答及演示概念或产生图形的MATLAB代码。小波分析的应用领域十分广泛,它包括:数学领域的许多学科;信号分析、图像处理;量子力学、理论物理;军事电子对抗与武器的智能化;计算机分类与识别;音乐与语言的人工合成;医学成像与诊断;地质勘探数据处理;大型机械的故障诊断等方面。

本书适用于高校相关院系信号处理专业的研究生和本科生,也可供相关的工程技术人员参考。

Albert Boggess, Francis J. Narcowich: A First Course in Wavelets with Fourier Analysis, Second Edition.
ISBN: 978-0-470-43117-7

Copyright © 2009 by John Wiley & Sons, Inc. All rights reserved.

Authorized translation from the English language edition published by John Wiley & Sons, Inc. No part of this book may be reproduced in any form without permission from Pearson Education, Inc.

Simplified Chinese translation edition Copyright © 2010 by John Wiley & Sons, Inc. and Publishing House of Electronics Industry.

本书中文简体字翻译权由 John Wiley & Sons 授予电子工业出版社。未经出版者预先书面许可,不得以任何方式复制或抄袭本书的任何部分。

版权贸易合同登记号 图字: 01-2009-0101

图书在版编目(CIP)数据

小波与傅里叶分析基础: 第二版 / (美) 博格斯(Boggess, A), (美) 马科维奇(Narcowich, F. J.) 著; 芮国胜, 康健译. —北京: 电子工业出版社, 2010.2

(国外电子与通信教材系列)

书名原文: A First Course in Wavelets with Fourier Analysis, 2/e
ISBN 978-7-121-10177-9

I. 小… II. ①博… ②马… ③芮… ④康… III. ①小波分析—教材 ②傅里叶分析—教材 IV. O17

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2010)第 00030 号

策划编辑: 谭海平

责任编辑: 谭海平

印刷: 北京市天竺颖华印刷厂

装订: 三河市鑫金马印装有限公司

出版发行: 电子工业出版社

北京市海淀区万寿路 173 信箱 邮编 100036

开本: 787×980 1/16 印张: 18.75 字数: 420 千字

印次: 2010 年 2 月第 1 次印刷

印数: 4000 册 定价: 39.00 元

凡所购买电子工业出版社图书有缺损问题, 请向购买书店调换。若书店售缺, 请与本社发行部联系, 联系及邮购电话: (010) 88254888。

质量投诉请发邮件至 zltz@phei.com.cn, 盗版侵权举报请发邮件至 dbqq@phei.com.cn。

服务热线: (010) 88258888。

序

2001年7月间,电子工业出版社的领导同志邀请各高校十几位通信领域方面的老师,商量引进国外教材问题。与会同志对出版社提出的计划十分赞同,大家认为,这对我国通信事业、特别是对高等院校通信学科的教学工作会很有好处。

教材建设是高校教学建设的主要内容之一。编写、出版一本好的教材,意味着开设了一门好的课程,甚至可能预示着一个崭新学科的诞生。20世纪40年代MIT林肯实验室出版的一套28本雷达丛书,对近代电子学科、特别是对雷达技术的推动作用,就是一个很好的例子。

我国领导部门对教材建设一直非常重视。20世纪80年代,在原教委教材编审委员会的领导下,汇集了高等院校几百位富有教学经验的专家,编写、出版了一大批教材;很多院校还根据学校的特点和需要,陆续编写了大量的讲义和参考书。这些教材对高校的教学工作发挥了极好的作用。近年来,随着教学改革不断深入和科学技术的飞速进步,有的教材内容已比较陈旧、落后,难以适应教学的要求,特别是在电子学和通信技术发展神速、可以讲是日新月异的今天,如何适应这种情况,更是一个必须认真考虑的问题。解决这个问题,除了依靠高校的老师 and 专家撰写新的符合要求的教科书外,引进和出版一些国外优秀电子与通信教材,尤其是有选择地引进一批英文原版教材,是会有好处的。

一年多来,电子工业出版社为此做了很多工作。他们成立了一个“国外电子与通信教材系列”项目组,选派了富有经验的业务骨干负责有关工作,收集了230余种通信教材和参考书的详细资料,调来了100余种原版教材样书,依靠由20余位专家组成的出版委员会,从中精选了40多种,内容丰富,覆盖了电路理论与应用、信号与系统、数字信号处理、微电子、通信系统、电磁场与微波等方面,既可作为通信专业本科生和研究生的教学用书,也可作为有关专业人员的参考材料。此外,这批教材,有的翻译为中文,还有部分教材直接影印出版,以供教师用英语直接授课。希望这些教材的引进和出版对高校通信教学和教材改革能起一定作用。

在这里,我还要感谢参加工作的各位教授、专家、老师与参加翻译、编辑和出版的同志们。各位专家认真负责、严谨细致、不辞辛劳、不怕琐碎和精益求精的态度,充分体现了中国教育工作者和出版工作者的良好美德。

随着我国经济建设的发展和科学技术的不断进步,对高校教学工作会不断提出新的要求和希望。我想,无论如何,要做好引进国外教材的工作,一定要联系我国的实际。教材和学术专著不同,既要注意科学性、学术性,也要重视可读性,要深入浅出,便于读者自学;引进的教材要适应高校教学改革的需要,针对目前一些教材内容较为陈旧的问题,有目的地引进一些先进的和正在发展中的交叉学科的参考书;要与国内出版的教材相配套,安排好出版英文原版教材和翻译教材的比例。我们努力使这套教材能尽量满足上述要求,希望它们能放在学生们的课桌上,发挥一定的作用。

最后,预祝“国外电子与通信教材系列”项目取得成功,为我国电子与通信教学和通信产业的发展培土施肥。也恳切希望读者能对这些书籍的不足之处、特别是翻译中存在的问题,提出意见和建议,以便再版时更正。



中国工程院院士、清华大学教授
“国外电子与通信教材系列”出版委员会主任

出版说明

进入21世纪以来,我国信息产业在生产和科研方面都大大加快了发展速度,并已成为国民经济发展的支柱产业之一。但是,与世界上其他信息产业发达的国家相比,我国在技术开发、教育培训等方面都还存在着较大的差距。特别是在加入WTO后的今天,我国信息产业面临着国外竞争对手的严峻挑战。

作为我国信息产业的专业科技出版社,我们始终关注着全球电子信息技术的发展方向,始终把引进国外优秀电子与通信信息技术教材和专业书籍放在我们工作的重要位置上。在2000年至2001年间,我社先后从世界著名出版公司引进出版了40余种教材,形成了一套“国外计算机科学教材系列”,在全国高校以及科研部门中受到了欢迎和好评,得到了计算机领域的广大教师与科研工作者的充分肯定。

引进和出版一些国外优秀电子与通信教材,尤其是有选择地引进一批英文原版教材,将有助于我国信息产业培养具有国际竞争能力的技术人才,也将有助于我国国内在电子与通信教学工作中掌握和跟踪国际发展水平。根据国内信息产业的现状、教育部《关于“十五”期间普通高等教育教材建设与改革的意见》的指示精神以及高等院校老师们反映的各种意见,我们决定引进“国外电子与通信教材系列”,并随后开展了大量准备工作。此次引进的国外电子与通信教材均来自国际著名出版商,其中影印教材约占一半。教材内容涉及的学科方向包括电路理论与应用、信号与系统、数字信号处理、微电子、通信系统、电磁场与微波等,其中既有本科专业课程教材,也有研究生课程教材,以适应不同院系、不同专业、不同层次的师生对教材的需求,广大师生可自由选择 and 自由组合使用。我们还将与国外出版商一起,陆续推出一些教材的教学支持资料,为授课教师提供帮助。

此外,“国外电子与通信教材系列”的引进和出版工作得到了教育部高等教育司的大力支持和帮助,其中的部分引进教材已通过“教育部高等学校电子信息科学与工程类专业教学指导委员会”的审核,并得到教育部高等教育司的批准,纳入了“教育部高等教育司推荐——国外优秀信息科学与技术系列教学用书”。

为做好该系列教材的翻译工作,我们聘请了清华大学、北京大学、北京邮电大学、南京邮电大学、东南大学、西安交通大学、天津大学、西安电子科技大学、电子科技大学、中山大学、哈尔滨工业大学、西南交通大学等著名高校的教授和骨干教师参与教材的翻译和审校工作。许多教授在国内电子与通信专业领域享有较高的声望,具有丰富的教学经验,他们的渊博学识从根本上保证了教材的翻译质量和专业学术方面的严格与准确。我们在此对他们的辛勤工作与贡献表示衷心的感谢。此外,对于编辑的选择,我们达到了专业对口;对于从英文原书中发现的错误,我们通过与作者联络、从网上下载勘误表等方式,逐一进行了修订;同时,我们对审校、排版、印制质量进行了严格把关。

今后,我们将进一步加强同各高校教师的密切关系,努力引进更多的国外优秀教材和教学参考书,为我国电子与通信教材达到世界先进水平而努力。由于我们对国内外电子与通信教育的发展仍存在一些认识上的不足,在选题、翻译、出版等方面的工作中还有许多需要改进的地方,恳请广大师生和读者提出批评及建议。

电子工业出版社

教材出版委员会

主任	吴佑寿	中国工程院院士、清华大学教授
副主任	林金桐 杨千里	北京邮电大学校长、教授、博士生导师 总参通信部副部长, 中国电子学会会士、副理事长 中国通信学会常务理事、博士生导师
委员	林孝康	清华大学教授、博士生导师、电子工程系副主任、通信与微波研究所所长 教育部电子信息科学与工程类专业教学指导分委员会委员 清华大学深圳研究生院副院长
	徐安士	北京大学教授、博士生导师、电子学系主任
	樊昌信	西安电子科技大学教授、博士生导师 中国通信学会理事、IEEE 会士
	程时昕	东南大学教授、博士生导师
	郁道银	天津大学副校长、教授、博士生导师 教育部电子信息科学与工程类专业教学指导分委员会委员
	阮秋琦	北京交通大学教授、博士生导师 计算机与信息技术学院院长、信息科学研究所所长 国务院学位委员会学科评议组成员
	张晓林	北京航空航天大学教授、博士生导师、电子信息工程学院院长 教育部电子信息科学与电气信息类基础课程教学指导分委员会副主任委员 中国电子学会常务理事
	郑宝玉	南京邮电大学副校长、教授、博士生导师 教育部电子信息科学与工程类专业教学指导分委员会副主任委员
	朱世华	西安交通大学副校长、教授、博士生导师 教育部电子信息科学与工程类专业教学指导分委员会副主任委员
	彭启琮	电子科技大学教授、博士生导师
	毛军发	上海交通大学教授、博士生导师、电子信息与电气工程学院副院长 教育部电子信息与电气学科教学指导委员会委员
	赵尔沅	北京邮电大学教授、《中国邮电高校学报(英文版)》编委会主任
	钟允若	原邮电科学研究院副院长、总工程师
	刘 彩	中国通信学会副理事长兼秘书长, 教授级高工 信息产业部通信科技委副主任
	杜振民	电子工业出版社原副社长
	王志功	东南大学教授、博士生导师、射频与光电集成电路研究所所长 教育部高等学校电子电气基础课程教学指导分委员会主任委员
	张中兆	哈尔滨工业大学教授、博士生导师、电子与信息技术研究院院长
	范平志	西南交通大学教授、博士生导师、信息科学与技术学院院长

译者序

本书的特色十分鲜明：它是一本工科高年级本科生或研究生能看得懂的书。译者从 1998 年开始给通信与信息系统等专业研究生开设“小波变换及其应用”课程，候选的国内外教材先后不下十余本，均存在同一个问题：这些小波书籍太数学化了，需要实变函数论等知识才能阅读，而一般工科学生并不具备，因此学起来往往有畏惧的情绪。同时，小波理论又在许多工程领域取得了丰硕的成果，令广大工程技术人员们不得不跃跃欲试。本书作者 Albert Boggess 博士现任得克萨斯 A&M 大学数学系主任、教授，多年来一直从事傅里叶分析和小波理论的教学工作，其丰富的教学经验和成果完全地展示在本书中，能遇到这样的书籍实属难得。

本书可明显地分为两个部分：第 1 章至第 3 章探讨傅里叶分析，第 4 章至第 7 章探讨小波分析。前者存在的原因有二，一是在小波分析中要经常引用傅里叶分析的有关内容，二是本书的傅里叶分析部分不仅基本理论介绍得很清楚，而且还有大量引人入胜的背景材料，这在国内常见的书籍中是少见的。

译者 2002 年 9 月见到此书的英文版，阅后感觉甚好，马上在当年的教学中采用，学生一致反映不错，这当是意料之中的事。授课结束，手头也有了厚厚一摞翻译稿，于是就有了把它变成铅字出版的念头。幸得电子工业出版社的大力支持，得以现在的面目呈现给各位读者。原书只有少量的错误，已在译文中改正并指出。

“小波”这个名词早已有之，但一直在纯数学的王国里游荡了近一个世纪，有些艰深晦涩的气息在所难免。可明显看出，本书的作者在字里行间处处想消除这种气息，而且最终也确实做到了。若作为纯粹的小波理论研究之用，本书显然有些浅显，建议另谋它书；若作为小波理论的应用，结合相应的工程背景，本书是够用的。况且，时至今日，小波理论在许多工程领域的应用已有了相应的“定式”，若教师在给工科学生讲授小波理论过程中，能结合具体的应用，定会给学习过程带来无穷乐趣，同时也增强了学习的信心。

译者不是数学专业出身，初涉小波“高贵”的殿堂，纯粹是为了某工程项目以及后来教学工作的需要。若有任何错误，敬请读者包涵并指正。

全书由芮国胜、康健翻译。感谢 2001 级和 2002 级研究生中参加听课的所有同学，特别是硕士生邱风、高学强和博士生王晓东还具体参与了部分文稿的录入和校对工作。数学教研室主任时宝教授最后敲定了一些术语的译法，康锡章教授通览了全书并提出了许多好的建议，在此一并对他们表示衷心的感谢。

前 言

傅里叶级数与傅里叶变换的内容自 19 世纪以来已经非常丰富了, 关于此论题已发表和出版了大量的研究论文和书籍(大学程度和研究生程度)。相比而言, 小波的出现却是近几年的事。尽管可追溯到几十年前, 但只是在最近的二十年里, 小波才成为信号分析和其他应用领域中非常流行的工具。在一定程度上, 这应当归功于 Ingrid Daubechies 女士^①在构造紧支撑正交小波方面的杰出工作。因此, 大多数关于小波的文章和参考资料均需要复杂的数学背景(研究生程度的实分析课程)。本书的目的是给理科、工科和数学专业高年级本科生呈现关于傅里叶分析和小波的基础知识及其在信号分析中的应用。先修课程要求是微积分和部分线性代数知识(只要涵盖矩阵、矢量空间、线性相关、线性映射和内积空间即可)。在信号处理的应用方面只采用最基本的术语, 而没有大量应用于该领域的专业技术术语, 以便使更广泛的读者群能够接受和领悟。

傅里叶分析

展开成傅里叶级数的基本目的是要把一个信号(时间变量 t 的函数)分解为不同的频率分量。这些基本的构造块是正弦函数和余弦函数

$$\sin(nt), \cos(nt),$$

其振荡频率为 $2n\pi$ ^①。例如, 考察下面的函数:

$$f(t) = \sin(t) + 2\cos(3t) + 0.3\sin(50t)$$

该函数有三个分量, 其振荡频率分别为 1[$\sin(t)$ 部分]、3[$2\cos(3t)$ 部分]和 50[$0.3\sin(50t)$ 部分]。 $f(t)$ 如图 1 所示。

信号分析中要解决的一个常见的问题是: 滤除噪声。例如, 播放录音磁带时特有的嘶嘶背景声就是一个高频(声音)噪声, 有多种设备(如杜比滤波器等)可以部分滤除它。在前述的例子中, $0.3\sin(50t)$ 这部分造成了图 1 中 f 曲线的抖动。令系数 0.3 等于 0, 得到函数

① Ingrid Daubechies 女士现为普林斯顿大学数学系教授——译者注。

② 为确保公式在排版时的正确性, 本书采用原有格式而未按国标要求对其更改——编者注。

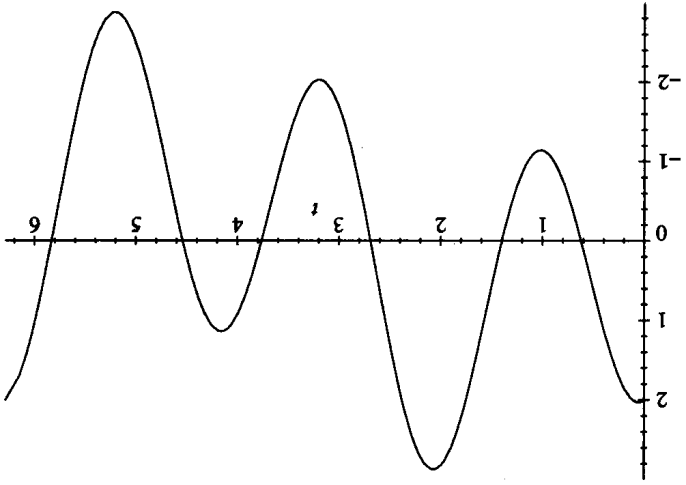
然后忽略掉 (即令其等于 0) 与滤除频率相应的系数 (a_n 和 b_n)。对本例中的这个信

$$f(t) = \sum^n [a_n \cos(nt) + b_n \sin(nt)]$$

展开:

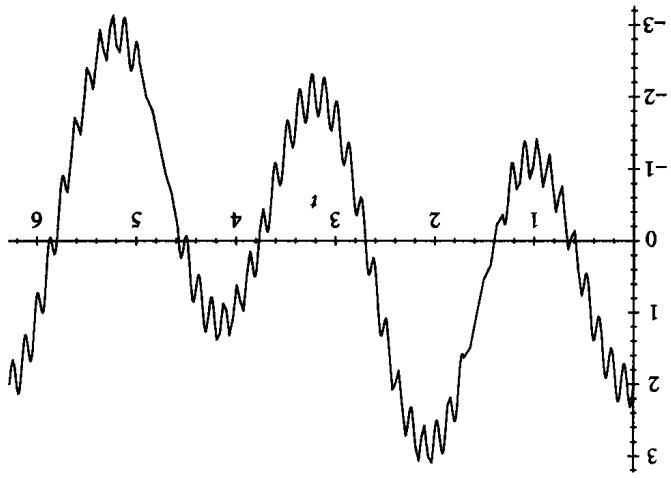
这个例子显示了一个滤除噪声的方法, 该方法就是把信号 $f(t)$ 用正弦和余弦信号

图 2 $f(t) = \sin(t) + 2\cos(3t)$



其图形 (如图 2 所示) 除了没有高频抖动以外, 同 f 的图形几乎一样。

图 1 $f(t) = \sin(t) + 2\cos(3t) + 0.3\sin(50t)$



$$\bar{f}(t) = \sin(t) + 2\cos(3t)$$

号 f ，因为它已经表示成了正弦和余弦信号的和的形式，所以处理过程很容易。然而，大多数信号不是以这种方式表示的。研究傅里叶级数的目的之一，就是要研究如何有效地把一个函数分解成正弦和余弦分量之和，以便接着可以实现各种滤波算法。

信号分析中另一个相关的问题是数据压缩。图 1 中的信号 $f(t)$ 表示了一个电话线路中的信号。横轴代表时间，单位是毫秒，纵轴表示某人讲话时产生的声压值。假设该信号被数字化后通过海事卫星从美国传输到欧洲。一个直观而简单的方法是每 1 毫秒左右取样一次该信号，然后横跨大西洋把得到的这些数据从美国传输到欧洲。然而，对于这样一小段的谈话就需要每秒几千比特的数据传输率。因为两洲之间的电话交谈实在太多了，电话公司就要在不明显损伤原信号的基础上，尽可能地压缩信号。一个有效的方法是，把该信号表示成它的傅里叶级数： $f(t) = \sum_n \left[a_n \cos(nt) + b_n \sin(nt) \right]$ ，然后在某个给定的错误容限下，把小于相应阈值的系数 a_n 和 b_n 舍弃掉。仅仅那些大于阈值的系数^①需要传送到大西洋彼岸，然后在那里重构。对于大多数信号，其傅里叶级数中显著系数的数目相对较少。

小波

傅里叶级数的一个缺点是，它的构造块是无始无终的周期性正弦波和余弦波。该方法适合滤除或压缩那些具有近似周期性的波动信号（如图 1 所示），而对那些具有显著局部特性的信号，正弦波和余弦波就无能为力了。例如，考虑图 3 中的信号，它表示一段声音信号，其中有两个噪声尖峰需要滤除。因为这两个尖峰是孤立的，正弦波和余弦波无法很好地模拟该信号。幸好还有另外一类构造块，称为小波，它适合模拟此类信号。粗略地看，小波就像仅持续了一两个周期的波动，仅仅在非常有限的一段区间有非零值，而不是像正弦波和余弦波那样无始无终[图 4 所示的是 Daubechies ($N = 2$) 小波]。小波可以沿时间轴前后平移，也可按比例伸展和压缩以获取低频和低频小波（见图 5）。构造好的小波函数可以像傅里叶级数那样用于滤波或压缩信号。基本方法是：给定一信号，首先把它展开成小波的平移和伸缩之和，然后把欲舍弃项的系数去掉或进行适当修改。

为了实现把一个信号进行分解展开的有效算法（傅里叶或基于小波的算法），构造块（正弦、余弦或小波）应当满足一些基本性质，其中之一就是正交性，对正弦函数就是

① 称为显著系数——译者注。

$$\frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \sin(nt)\sin(mt) dt = \begin{cases} 0, & \text{若 } n \neq m \\ 1, & \text{若 } n = m \end{cases}$$

余弦函数也满足类似性质。此外，对所有的 n 和 m ，有 $\int_0^{2\pi} \sin(nt)\cos(mt) dt = 0$ 。后面我们将看到，正交性导致产生了求解傅里叶系数 (a_n 和 b_n) 的简单公式和高效算法 (FFT, 快速傅里叶变换)。

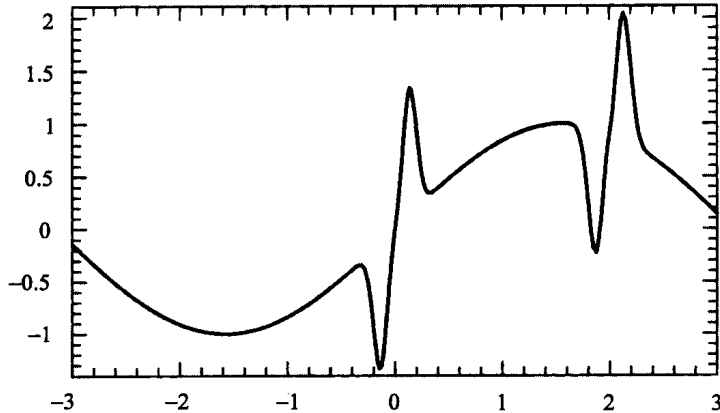


图3 具有孤立噪声的信号

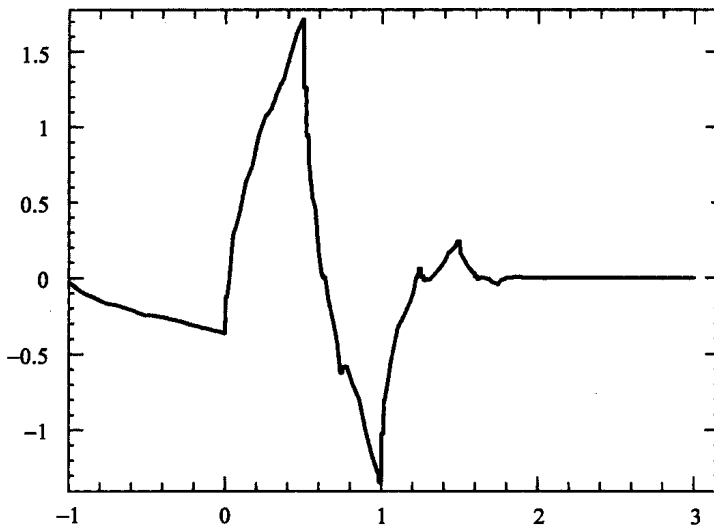


图4 Daubechies 小波

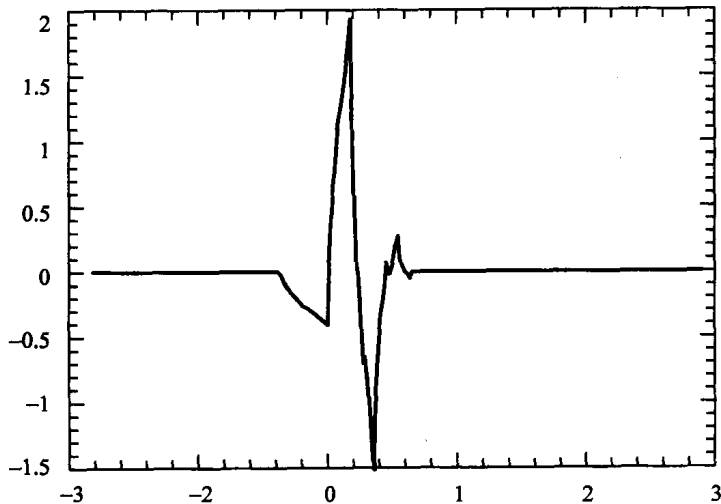


图 5 高频 Daubechies 小波

但在构造小波时却碰到困难：如何保证平移和伸缩后的小波仍然满足正交性？如何得到计算小波系数的高效算法？这是不能通过简单地截断正弦波或余弦波而仅保留一两个周期来得到小波的原因。经过如此截断得到的函数，确实满足小波的紧支撑性，但其平移和伸缩不再满足正交性，所以在信号分析中无法采用。

本书概览

本书包含 8 章正文和 3 个附录。第 0 章是关于内积空间的，包括阅读第 1 章至第 7 章时的先修知识。我们感兴趣的最基本的内积空间是平方可积函数空间，这里没有应用 Lebesgue 积分，而是用一个简化的方式把它引出。根据读者的熟悉情况，本章既可作为引言性质的单独的一章，也可把其内容揉进后续章节中。第 1 章包括傅里叶级数的基本知识。为了证明的方便，在对前提条件适当简化后，提出了几个收敛定理。第 2 章是傅里叶变换。除了为其自身内容完整以外，本章的大部分笔墨是为后续的几个小波章节准备的。其中的傅里叶逆变换的证明不太正规，这主要是为了照顾大多数读者。严格的证明在附录 A 中给出。离散傅里叶变换和快速傅里叶变换在第 3 章讨论。该章还包括在信号分析中的应用和对建筑物振动频率辨识方面的应用。

小波部分在第 4 章至第 7 章中讨论。首先从第 4 章的 Haar 小波开始。用定义明晰的 Haar 小波可以较容易地讲述多分辨率分析的基本概念以及与小波相关的诸如正交性等的基本性质。然而，Haar 小波是不连续的，从而限制了它在信号分析中的应用。多分辨率分析的一般概念在第 5 章给出。它给出了用 Haar 小波派生出其他小波的一般框架。第 6 章包括既连续又正交的 Daubechies 小波的构造，同时给出了光滑

小波的定义。第7章是更深入的专题，包括高维小波和小波变换等。

本书中大多数定理的证明均在正文中直接给出，其中一些较复杂的定理是用启发式的方法进行证明的，而严谨完整的证明过程可见附录A。附录A中的有些证明，需要诸如 Lebesgue 积分这样艰深的数学知识。

书中一些插图的曲线是用附录C的 MATLAB 程序产生的，这些程序也有助于读者更好地理解基本概念。部分习题解答见附录B。

本书并不是一篇论文，其后半部分关注的焦点只是正交小波的构造，极少提及用样条和其他工具构造的双正交小波。这是因为关于此类小波有大量文献可以参阅（如参考文献[6]），也是因为我们想让具有大学高年级以上知识程度的读者能够读懂本书。

使用如下大纲，大学本科生可用一学期的时间学习傅里分析和小波的基础知识：

- 第0章的0.1至0.5节（讨论伴随算子、最小二乘和线性预测编码的0.6节和0.7节是更为基础的主题）。可首先学习这些内容，或在学习剩余课程的过程中，需要时再行学习。
- 第1章（傅里叶级数）——所有小节。
- 第2章（傅里叶变换）——除关于傅里叶变换伴随算子及不确定性原理内容外的所有小节，伴随算子及不确定原理是更基础的内容。
- 第3章（离散傅里叶分析）——除Z变换外的所有小节，Z变换是更为基础的主题。
- 第4章（Haar小波分析）——所有小节。
- 第5章（多分辨率分析）——所有小节。
- 第6章（Daubechies小波）——所有小节。

Albert Boggess
Francis J. Narcowich

致 谢

本书源自两位作者在得克萨斯 A&M 大学讲授傅里叶分析和小波课程时的讲义。作者要感谢所有参加听课的学生们对原稿提出的中肯建议，特别是 Svenja Lowitzsch 和 Beng Ong 仔细地阅读了原稿并改正了其中的许多错误。还要感谢编辑部的全体人员，特别是 George Lobell 在成书过程中对作者的鼓励。下列人员在提出建议和为本书改正错误方面做出了杰出的工作，他们是：得克萨斯大学的 William Beckner，新墨西哥州立大学的 Joe Lakey，罗彻斯特工业学院的 Edward A. Newburg，康奈尔大学的 Oscar Rothaus，得克萨斯工业大学的 David Weinberg。当然，书中若有任何错误理当归咎于作者本人。我们还要感谢 Steven S. Pawlowski 以及 Prentice Hall 出版公司的其他人员，正是他们极其专业的工作使得本书得以顺利出版。作者 Fran Narcowich 还要单独感谢他的妻子 Linda 所给予的支持和鼓励。

Albert Boggess
Al.Boggess@math.tamu.edu
Francis J. Narcowich
fnarc@math.tamu.edu

目 录

第 0 章 内积空间	1
0.1 引言	1
0.2 内积的定义	1
0.3 L^2 空间和 l^2 空间	3
0.3.1 定义	3
0.3.2 L^2 收敛与一致收敛	6
0.4 Schwarz 不等式与三角不等式	9
0.4.1 实内积空间的证明	9
0.4.2 复内积空间的证明	10
0.4.3 三角不等式的证明	10
0.5 正交	11
0.5.1 定义与例子	11
0.5.2 正交投影	13
0.5.3 Gram-Schmidt 正交化方法	17
0.6 线性算子及其伴随算子	19
0.6.1 线性算子	19
0.6.2 伴随算子	20
0.7 最小二乘和线性预测编码	22
0.7.1 数据的最佳拟合线	22
0.7.2 通用最小二乘算法	25
0.7.3 线性预测编码	27
0.8 习题	30
第 1 章 傅里叶级数	35
1.1 引言	35
1.1.1 历史回顾	35
1.1.2 信号分析	36
1.1.3 偏微分方程	36
1.2 傅里叶级数的计算	38

1.2.1	在区间 $-\pi \leq x \leq \pi$ 上	38
1.2.2	其他区间	40
1.2.3	余弦和正弦展开	43
1.2.4	例子	46
1.2.5	傅里叶级数的复指数形式	53
1.3	傅里叶级数的收敛定理	57
1.3.1	Riemann-Lebesgue 引理	57
1.3.2	连续点处的收敛性	59
1.3.3	间断点处的收敛性	64
1.3.4	一致收敛	67
1.3.5	依平均收敛	70
1.4	习题	77
第 2 章	傅里叶变换	85
2.1	傅里叶变换的通俗描述	85
2.1.1	傅里叶逆定理	85
2.1.2	例子	88
2.2	傅里叶变换的性质	92
2.2.1	基本性质	92
2.2.2	卷积的傅里叶变换	98
2.2.3	傅里叶变换的伴随算子	100
2.2.4	Plancherel 定理	100
2.3	线性滤波器	101
2.3.1	时不变滤波器	101
2.3.2	因果性和滤波器设计	106
2.4	采样定理	110
2.5	不确定性原理	113
2.6	习题	117
第 3 章	离散傅里叶分析	121
3.1	离散傅里叶变换	122
3.1.1	离散傅里叶变换的定义	122
3.1.2	离散傅里叶变换的性质	123
3.1.3	快速傅里叶变换	126
3.1.4	傅里叶变换的 FFT 近似	131

3.1.5	应用 1——参数辨识	132
3.1.6	应用 2——常差分方程的离散化	133
3.2	离散信号	134
3.2.1	时不变和离散线性滤波器	134
3.2.2	Z 变换和转移函数	136
3.3	离散信号与 MATLAB	140
3.4	习题	142
第 4 章	Haar 小波分析	147
4.1	小波的由来	147
4.2	Haar 小波	148
4.2.1	Haar 尺度函数	148
4.2.2	Haar 尺度函数的基本性质	152
4.2.3	Haar 小波	153
4.3	Haar 分解和重构算法	157
4.3.1	分解	157
4.3.2	重构	162
4.3.3	滤波器和流程图	166
4.4	小结	168
4.5	习题	170
第 5 章	多分辨率分析	173
5.1	多分辨率框架	173
5.1.1	定义	173
5.1.2	尺度关系	176
5.1.3	相应的小波和小波空间	179
5.1.4	分解和重构公式	182
5.1.5	小结	184
5.2	分解和重构的实现	185
5.2.1	分解算法	185
5.2.2	重构算法	190
5.2.3	用小波进行信号处理的一般过程	192
5.3	傅里叶变换准则	195
5.3.1	尺度函数	195
5.3.2	频域的正交性	197