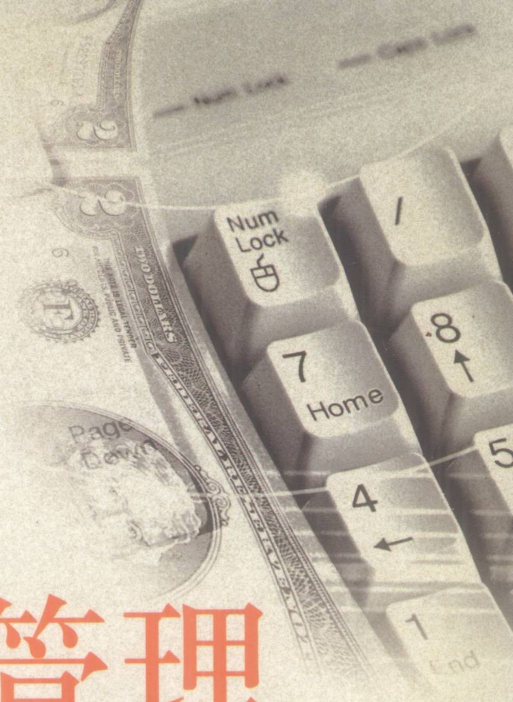
注册国际投资分析师考试指定用书

CIIA-Certified International Investment Analyst




# 投资组合管理

中国证券业协会

# 前　言

我国资本市场是实行改革开放政策的产物，也是结合中国特点借鉴学习成熟市场经验的一个尝试。市场经过十多年的发展，在优化资源配置，改善公司治理结构，促进经济结构调整以及实现国民经济均衡、健康发展等方面，都发挥了重要作用，已经成为我国社会主义市场经济的重要组成部分。

大力发展资本市场是党中央、国务院从全局和战略出发作出的重要决策。党的十六大提出了全面建设小康社会的战略目标，提出要推动资本市场的改革开放和稳定发展。国务院发布的《关于推进资本市场改革开放和稳定发展的若干意见》对资本市场的深化发展作出了进一步的部署，为我国的资本市场改革开放和稳定发展指明了方向。中国资本市场的发展，将由此步入更快的轨道，更加积极稳妥地推进对外开放。中国加入世界贸易组织后，证券市场面临一系列新的变化和要求，市场规模、投资理念、监管方式等变化都面临着一系列新的挑战，对国际化专业人才的需求显得更加突出。

为了适应和推动中国资本市场的改革与发展，提升从业人员综合素质，提高中国资本市场的核心竞争力，为即将到来、越来越激烈的国际化竞争做好准备，中国证券业协会勾画筹建多层次的水平考试体系。作为多层次水平考试体系的重要组成部分和资本市场与国际接轨的新举措之一，注册国际投资分析师（CIIA）考试将于2006年正式推出。

注册国际投资分析师资格是投资分析领域最具国际影响力的专业资格之一，由注册国际投资分析师协会（ACIIA）主办。注册国际分析师协会是由欧洲金融分析师联合会、亚洲证券分析师联合会，以及欧洲、亚洲、大洋洲和拉丁美洲的近三十个国家和地区的投资分析师协会联合成立的国际性专业机构，中国证券业协会于2001年成为该组织的会员。

CIIA考试在切实保障投资分析领域国际专业水平的同时，充分尊重投资分析师成长、工作的语言环境和市场法律法规环境，是用作认可有关专业人士具备适用于不同国际市场的投资分析知识及经验的资格，得到了ACIIA各成员国家和地区的认可，适合从事经纪行业、投资分析、企业融资以及投资银行等工作的人士，特别是需要在不同国家和地区工作的金融服务从业人员报考。该考试包括国

际通用知识考试和本地考试两部分，国际通用考试部分包括两级，基础考试和最终考试。由于中国证券业协会是 ACIIA 的会员，且协会组织的资格考试已得到 ACIIA 组织的认可，可以替代 CIIA 考试的国际通用知识考试基础部分和本地考试部分，因此，通过中国证券业协会组织的资格考试全部五科的人员，可直接参加 CIIA 最终考试。

为了帮助有关专业人士系统学习注册国际投资分析师的知识体系以及准备相关的考试，中国证券业协会采用了瑞士财务分析师协会（SFAA）主编的教材，这套教材现被十多个国家或地区的协会用作注册国际投资分析师培训和考试指定教材。全套教材包括六门课程，分别为《经济学》、《财务会计和财务报表分析》、《公司财务及股票估值与分析》、《固定收益证券估值与分析》、《衍生产品估值与分析》和《投资组合管理》，内容涵盖了经济学、财务、会计、资产定价、金融衍生品、投资组合等金融与投资领域的各个方面。

中国证券业协会委托天相投资顾问有限公司承担注册国际投资分析师教材的翻译、审校及出版的相关工作。我借此机会向天相投资顾问有限公司以及参与本教材翻译审校的学者、专家和工作人员表示感谢！

CIIA 考试的推广将有助于我国的专业人士熟悉和掌握国际标准和国际市场的通行做法，提高专业技能和职业道德水平，为我国资本市场的健康发展作出贡献。

中国证券业协会

庄心一

2005 年 11 月

# 目　录


**前　言** ………………………………………………………………………… (1)

**第1章　现代投资组合理论** ……………………………………………………… (1)

1.1　风险-收益框架 ……………………………………………………………… (1)

1.1.1　收益和收益的度量 ……………………………………………………… (1)

1.1.2　风险 ……………………………………………………………………… (11)

1.2　有效市场 …………………………………………………………………… (24)

1.2.1　信息有效市场 …………………………………………………………… (27)

1.2.2　有效市场假说 …………………………………………………………… (34)

1.2.3　市场是有效的吗? ……………………………………………………… (38)

1.2.4　市场效率与投资政策 …………………………………………………… (38)

1.2.5　市场效率性的启示 ……………………………………………………… (38)

1.3　投资组合理论 ……………………………………………………………… (39)

1.3.1　多样化和投资组合风险 ………………………………………………… (39)

1.3.2　马柯威茨（MARKOWITZ）模型和有效边界 …………………………… (42)

1.4　资本资产定价模型 ………………………………………………………… (55)

1.4.1　主要假设 ………………………………………………………………… (55)

1.4.2　资本市场线（CML） …………………………………………………… (60)

1.4.3　证券市场线（SML） …………………………………………………… (62)

1.4.4　零贝塔 CAPM …………………………………………………………… (66)

1.4.5　国际 CAPM* ……………………………………………………………… (68)

1.5　指数模型和市场模型* ……………………………………………………… (71)

1.5.1　概述* ……………………………………………………………………… (71)

1.5.2　单指数模型及其假设* …………………………………………………… (71)

1.5.3　将方差分解为系统性风险和可分散风险* ……………………………… (74)

1.5.4　与 CAPM 的联系* ………………………………………………………… (77)

1.5.5　市场模型的两个应用* …………………………………………………… (82)

1.5.6　多指数模型* ……………………………………………………………… (84)

1.5.7　结语* ……………………………………………………………………… (86)

1.6　套利定价模型* ……………………………………………………………… (86)

1.6.1　APT 的假设* ……………………………………………………………… (86)

1.6.2 APT 及其推导* …… (88)
1.6.3 APT 与 CAPM 之间的联系* …… (91)
1.6.4 APT 的实证检验* …… (92)
1.6.5 指定因素* …… (93)
1.6.6 APT 的一些应用* …… (94)

**第 2 章 投资政策** …… (96)
2.1 个人投资者 …… (96)
2.1.1 投资目标 …… (96)
2.1.2 投资约束 …… (102)
2.1.3 基本货币 …… (103)
2.1.4 风险厌恶 …… (103)
2.1.5 投资者类别 …… (105)
2.1.6 确定投资组合结构 …… (107)
2.2 机构投资者 …… (108)
2.2.1 养老基金与员工受益基金 …… (109)
2.2.2 捐赠基金 …… (110)
2.2.3 保险公司 …… (111)
2.2.4 商业银行 …… (112)

**第 3 章 资产配置** …… (114)
3.1 资产配置概述 …… (114)
3.1.1 定义 …… (114)
3.1.2 划分标准 …… (114)
3.1.3 收益与风险 …… (116)
3.1.4 资产配置中的相关人员 …… (117)
3.1.5 策略性资产配置的演变 …… (117)
3.2 资产配置的类型 …… (118)
3.2.1 策略性资产配置 …… (118)
3.2.2 战术性资产配置 …… (121)
3.2.3 动态资产配置 …… (124)

**第 4 章 投资组合管理实务** …… (128)
4.1 股票组合管理* …… (128)
4.1.1 股票管理原则* …… (128)
4.1.2 股票组合管理* …… (140)
4.2 衍生工具在投资组合管理中的应用 …… (168)

4.2.1　期权结合传统资产 …………………………………………………… (168)
4.2.2　投资组合保险 …………………………………………………………… (172)
4.2.3　股指套期保值 …………………………………………………………… (191)
4.2.4　利用外汇期货合约进行套期保值 ……………………………………… (195)
4.2.5　利用利率期货合约进行套期保值 ……………………………………… (197)
4.2.6　互换在投资组合管理中的应用* ………………………………………… (203)
4.2.7　利用期货进行资产配置 ………………………………………………… (204)
4.3　房地产组合管理* ………………………………………………………… (205)
4.3.1　房地产指数 …………………………………………………………… (206)
4.3.2　房地产的收益与风险 ………………………………………………… (209)
4.3.3　各类资产收益之间的相关性 ………………………………………… (213)
4.3.4　在最优组合中确定房地产投资的份额 ……………………………… (215)
4.3.5　结论 …………………………………………………………………… (223)
4.4　另类资产/私人资本* ……………………………………………………… (223)
4.4.1　未上市的非房地产证券及私人资本* ………………………………… (224)
4.4.2　私人资本估值* ………………………………………………………… (228)
4.4.3　在传统投资组合中的作用* …………………………………………… (229)
4.4.4　对冲基金* ……………………………………………………………… (231)
4.5　国际投资 ………………………………………………………………… (238)
4.5.1　国际风险分散 ………………………………………………………… (238)
4.5.2　外汇风险套期保值 …………………………………………………… (244)
4.5.3　国际股票* ……………………………………………………………… (259)
4.5.4　国际固定收益* ………………………………………………………… (263)
4.5.5　管理国际投资组合* …………………………………………………… (264)
4.6　在险价值* ………………………………………………………………… (264)
4.6.1　例子* …………………………………………………………………… (265)
4.6.2　定义* …………………………………………………………………… (266)
4.6.3　在险价值的解释* ……………………………………………………… (267)
4.6.4　在险价值的计算* ……………………………………………………… (267)
4.6.5　危险与缺陷* …………………………………………………………… (269)

**第5章　绩效度量与评价** …………………………………………………… (270)
5.1　风险－收益度量 …………………………………………………………… (271)
5.1.1　确定和度量收益 ……………………………………………………… (271)
5.1.2　确定和度量风险 ……………………………………………………… (275)
5.1.3　现金流入、现金流出和绩效度量 …………………………………… (276)
5.2　风险调整的绩效指标 …………………………………………………… (288)

5.2.1 夏普指标 …… (290)
5.2.2 特雷诺指标 …… (290)
5.2.3 詹森 α …… (291)
5.2.4 评估比率 …… (291)
5.2.5 实际因素与局限 …… (292)
5.3 相对投资绩效* …… (292)
5.3.1 管理人基准比较* …… (292)
5.3.2 指数和基准* …… (294)
5.3.3 风格 - 基准比较* …… (312)
5.4 绩效归因分析* …… (313)
5.4.1 运用回归进行归因分析* …… (314)
5.4.2 使用代数方法的归因分析* …… (317)
5.5 特殊问题* …… (318)
5.5.1 国际投资的绩效度量* …… (318)
5.5.2 由布里森等人提出的单一货币归因模型* …… (319)
5.5.3 多元货币归因和利率差异* …… (323)
5.5.4 衍生投资的绩效评价* …… (329)
5.5.5 成本效应（包括税收、佣金、激励费用等）* …… (331)
5.6 结论* …… (332)

**第 6 章 投资机构管理*** …… (333)
6.1 评估和挑选投资经理* …… (333)
6.2 风格分析* …… (334)
6.3 风格分析的方法* …… (334)
6.4 风格分析：不同资产类型的运用* …… (336)
6.4.1 原始模型* …… (337)
6.4.2 Barra 公司与共同基金* …… (338)
6.4.3 对冲基金案例* …… (339)
6.5 风险、控制与谨慎问题：组织结构问题* …… (341)
6.6 风险、控制与谨慎问题：费用结构* …… (342)
6.6.1 共同基金费用结构* …… (342)
6.6.2 案例：UBS 基金* …… (344)
6.6.3 美国的基金费用结构* …… (345)
6.6.4 近期趋势* …… (346)

**《现代投资组合理论》习题：问题（一级）** …… (347)
**《现代投资组合理论》习题：问题（二级）** …… (354)

《现代投资组合理论》习题：答案（一级） …………………………（358）
《现代投资组合理论》习题：答案（二级） …………………………（371）

《投资组合管理》习题：问题（一级） …………………………（376）
《投资组合管理》习题：问题（二级） …………………………（389）
《投资组合管理》习题：答案（一级） …………………………（405）
《投资组合管理》习题：答案（二级） …………………………（430）
词汇对照表 …………………………（448）
后　　记 …………………………（497）

# 第1章 现代投资组合理论

## 1.1 风险-收益框架

如果个体的当期收入不能满足其当期消费，他们会怎么办？答案是，他们将借入资金以弥补不足。同样，如果个体的当期收入超出了当期消费，他们就会存下余额。于是，这种收入与消费的不均衡产生了一个市场，个体不用将自己的剩余资金放到床垫下，他们可以让渡资金的即期使用权，将存款贷出，从而获得未来更多的消费，这就是投资（Investment）。

必要报酬率（Required Rate of Return）是贷出存款的投资者要求的报酬率，以补偿他们的时间、预期通货膨胀率和收益的不确定性。

时间：未来消费和当期消费之间的兑换率叫做实际无风险利率（Real Risk - Free Rate）。这里的兑换率有时也被称为货币的纯粹时间价值。

通货膨胀：实际无风险利率只能补偿投资者的时间成本。如果不考虑通货膨胀和收益的不确定性，必要报酬率和实际无风险利率是一样的。然而，回顾历史，通货膨胀几乎从未消失过。所以，如果投资者不希望自己的购买力随时间削弱，他就必须考虑通货膨胀的因素。

很明显的一个问题是，我们不知道未来的通货膨胀是怎样的。所以，我们所能做的只能是预测未来的通货膨胀率，也就是预期通货膨胀（Expected Inflation）。

伴随预期通货膨胀率的上升而上升的纯粹利率是名义无风险利率（Nominal Risk - Free Rate）。

不确定性：如果投资的未来支付不确定，投资者会要求一个风险溢价（Risk - Premium），以补偿自己额外承担的风险。

名义无风险利率加上风险溢价就是我们上面定义的必要报酬率。

在对必要报酬率的不同组成部分进行深入分析之前，我们需要了解一般如何度量收益和风险。

### 1.1.1 收益和收益的度量

#### 1.1.1.1 持有期收益率

持有期收益率（Holding Period Return）是度量收益的最常见指标，它也被称为给定期间的收益率。对于一项不支付股利或者利息的资产，例如黄金，收益率等于资产价格的变化率：

$$R_{t-1,t}=\frac{P_t-P_{t-1}}{P_{t-1}}$$

在这里，$R_{t-1,t}$是从时间 t - 1 到时间 t 这段时期资产的收益，$P_{t-1}$是资产在时间 t - 1 的价格，$P_t$ 是资产在时间 t 的价格。

[例1-1]

一名投资者在时间 $t=0$ 时以350瑞士法郎的价格购买了一盎司的黄金，然后在 $t=1$ 时以400瑞士法郎的价格卖出。

在这段时期里，投资者的收益率是：

$$R_{0,1}=\frac{400-350}{350}=0.1429=14.29\%$$

然而，大多数金融资产都有股利或者利息这样的期间现金流量，如果在股利或者利息支付之后立即计算这些资产的收益率，收益率等于：

$$R_{t-1,t}=\frac{D_t+P_t-P_{t-1}}{P_{t-1}}$$

这里的 $D_t$ 是时间 t 时支付的股利。

[例1-2]

一位投资者在时间 $t=0$ 时以100瑞士法郎的价格买了一只股票，时间 $t=1$ 时支付了10瑞士法郎的股利，同一时间，股票价格是105瑞士法郎。

在这段时期里，投资者的收益率是：

$$R_{0,1}=\frac{10+105-100}{100}=0.15=15\%$$

我们通常假设一个时间的区间是一年。然而，大多数情况下，支付是在时间区间中发生的，例如在美国，股利常常是按季度支付。问题在于如何处理这些期间现金流量。度量期间现金流量带来的收益率，最简单的方法是假设这些支付将在给定利率水平下进行再投资。这样，上述公式就转变为：

$$R_{t-1,t}=\frac{D_\tau\cdot(1+R^*_{\tau,t})^{t-\tau}+P_t-P_{t-1}}{P_{t-1}}$$

这里的 $D_\tau$ 是时间 $\tau$ 支付的股利，$R^*_{\tau,t}$ 是从时间 $\tau$ 到时间 t 再投资的年收益率，$R^*_{\tau,t}$ 通常设定为研究期间的无风险利率。

[例1-3]

一名投资者在时间 $t=0$ 时以100瑞士法郎的价格买了一只股票，时间 $t=0.5$ 时支付了10瑞士法郎的股利，以每年4%的无风险收益率再投资，时间 $t=1$ 时，股票价格是105瑞士法郎。

在这段时期里，投资者的收益率是：

$$R_{0,1}=\frac{10\times1.04^{0.5}+105-100}{100}=0.152=15.2\%$$

鉴于我们计算的是股票的收益，假设支付的股利直接再投资于该资产本身是比较合适的（尽管有时候这样的考虑会带来不方便）。则持有期收益率的计算为：

$$R_{t-1,t}=\frac{D_\tau\cdot\frac{P_t}{P_\tau}+P_t-P_{t-1}}{P_{t-1}}$$

这里的 $P_\tau$ 是资产在时间 $\tau$ 的价格。

当期间支付次数为任意数值 k 时，公式的一般化形式为：

$$R_{t-1,t}=\frac{P_t-P_{t-1}+\sum_{j=1}^{k}D_{\tau_j}\cdot(1+R^*_{\tau_j,t})}{P_{t-1}}$$

这里的 $\tau_j$ 是第 j 次股利或者利息支付的时间，因此 $t-1\leqslant\tau_j\leqslant t$；$R^*_{\tau_j,t}$是在时间区间（$\tau_j$ 至 t）上，如果再投资于无风险资产的无风险利率，或者，如果在时间 $\tau_j$，股利再投资于相同资产，即：$R^*_{\tau_j,t}=\frac{P_t}{P_{\tau_j}}-1$。

### 1.1.1.2　持有期收益率的算术平均和几何平均

一般的投资者都会持有资产多于一期，他们会计算自己的投资在每期中的平均收益率。例如，考虑一个持有期为两年的投资期（Investment Horizon）。现在，投资者想要计算平均年收益。第一个比较直观的方法是计算持有期收益率的算术平均值，也就是说，用持有期收益率的和除以持有期内复利计算期数：

$$\overline{R}^{(a)}_{0,T}=\frac{1}{T}\cdot\sum_{t=1}^{T}R_{t-1,t}$$

这里，$R_{t-1,t}$是持有期收益率，T 是持有期内复利计算期数。

但是，下面这个例子表明，这不是一个恰当的方法。

**[例 1－4]**

假设有三只股票 A、B 和 C，持有期为两期，期末价格为：

| | t=0 | 第 1 期 | | 第 2 期 | |
|---|---|---|---|---|---|
| | 价格 | 价格 | 持有期收益率（%） | 价格 | 持有期收益率（%） |
| A | 100 瑞士法郎 | 110 瑞士法郎 | 10 | 121 瑞士法郎 | 10 |
| B | 100 瑞士法郎 | 150 瑞士法郎 | 50 | 121 瑞士法郎 | －19.3 |
| C | 100 瑞士法郎 | 200 瑞士法郎 | 100 | 121 瑞士法郎 | －39.5 |

很明显，这三种资产的期初和期末价值相同，在两期后产生相同的收益率。

然而，根据算术平均的方法$\frac{1}{2}\cdot\left(\frac{P_1-P_0}{P_0}+\frac{P_0-P_1}{P_1}\right)$，我们可以得到：

$$A:\ \overline{R}^{(a)}_{0,2}=\frac{1}{2}\times\left(\frac{110-100}{100}+\frac{121-110}{110}\right)=\frac{(10\%+10\%)}{2}=10\%$$

$$B:\ \overline{R}^{(a)}_{0,2}=\frac{1}{2}\times\left(\frac{150-100}{100}+\frac{121-150}{150}\right)=\frac{(50\%-19.3\%)}{2}=15.33\%$$

$$C:\ \overline{R}^{(a)}_{0,2}=\frac{1}{2}\times\left(\frac{200-100}{100}+\frac{121-200}{200}\right)=\frac{(100\%-39.5\%)}{2}=30.25\%$$

这表明资产 C 获得了最佳的收益，这显然与事实不符。

计算持有期内平均收益率的恰当方法是对所考察的期间计算几何平均持有期收益率（Geometric Average of the Holding Period Returns）：

$$\overline{R}_{0,T}^{(g)} = \sqrt[T]{(1+R_{0,1}) \cdot (1+R_{1,2}) \cdots (1+R_{T-1,T})} - 1$$
$$= \sqrt[T]{\left(\frac{P_1}{P_0}\right) \cdot \left(\frac{P_2}{P_1}\right) \cdots \left(\frac{P_T}{P_{T-1}}\right)} - 1$$
$$= \sqrt[T]{\left(\frac{P_T}{P_0}\right)} - 1$$
$$= \sqrt[T]{(1+R_{0,T})} - 1$$
$$= (1+R_{0,T})^{\frac{1}{T}} - 1$$

这是因为持有期收益率是乘法计算而不是加法。

[例1-5]

使用前一个例子的数据，运用几何平均法，三只股票的收益率分别为：

$$A: \overline{R}_{0,2}^{(g)} = \sqrt{\left(\frac{P_1}{P_0}\right) \cdot \left(\frac{P_2}{P_1}\right)} - 1 = \sqrt{\left(\frac{110}{100}\right) \times \left(\frac{121}{110}\right)} - 1 = \sqrt{1.10 \times 1.10} - 1 = 10\%$$

$$B: \overline{R}_{0,2}^{(g)} = \sqrt{\left(\frac{P_1}{P_0}\right) \cdot \left(\frac{P_2}{P_1}\right)} - 1 = \sqrt{\left(\frac{150}{100}\right) \times \left(\frac{121}{150}\right)} - 1 = \sqrt{1.50 \times 0.81} - 1 = 10\%$$

$$C: \overline{R}_{0,2}^{(g)} = \sqrt{\left(\frac{P_1}{P_0}\right) \cdot \left(\frac{P_2}{P_1}\right)} - 1 = \sqrt{\left(\frac{200}{100}\right) \times \left(\frac{121}{200}\right)} - 1 = \sqrt{2.00 \times 0.605} - 1 = 10\%$$

需要注意的是，如果一个市场先增长一定比例，然后下降相同比例，对两期收益率进行几何平均法得到的平均收益率不会是0！

[例1-6]

第一年，某股票的价格增长了10%，即 $R_{0,1}=10\%$。第二年，股票价格又降低了10%，即 $R_{1,2}=-10\%$。则两年内的平均年收益率为：

$$\overline{R}_{0,2}^{(g)} = \sqrt[2]{(1+0.10) \times (1-0.10)} - 1 = \sqrt{0.99} - 1 = 0.995 - 1 = -0.5\%$$

#### 1.1.1.3 货币的时间价值：复利计算和折现

(1) 复利计算期等于持有期

正如我们都知道的，今天的1瑞士法郎比明天能得到的1瑞士法郎更具价值。通过利率的概念，我们可以把这两个瑞士法郎联系起来：

$$1+R_{t-1,t} = \frac{P_t}{P_{t-1}}$$

或者

$$(1+R_{t-1,t}) \times P_{t-1} = P_t$$

这是货币时间价值的基本方程式，它定义了 $P_{t-1}$ 数量的资金在 $R_{t-1,t}$ 的利率下，一期之后，时间t时的未来价值，即

未来价值 = 现值 ×（1 + 利率）

$(1+R_{t-1,t})$ 一般被称为从 $t-1$ 期到t期的资本化因子（Capitalization Factor）。我们也可以把上述公式写为

$$P_{t-1}=\frac{1}{(1+R_{t-1,t})}\times P_t$$

即：
$$现值=\frac{1}{(1+利率)}\times 未来价值$$

上面这个方程式定义了在收益率为 $R_{t-1,t}$ 的条件下，在期末获得的 $P_t$ 数量资金的现值。

$\frac{1}{(1+R_{t-1,t})}$一般被称为从 t－1 期到 t 期的折现因子（Discount Factor）。

（2）复利计算期短于持有期

到现在为止，我们考虑的都是单一持有期的收益问题，持有期末计算利息，然后加到本金上。但是，如果持有期和复利计算期（Compounding Period）不同，在复利计算期末需要计算利息并与本金相加，又会怎样呢？

让我们先来考虑一下复利计算期比持有期短的情况。例如，我们可能有两次利息支付，分别发生在持有期的 1 期末和 2 期末，正如下图（见图 1－1）所示：

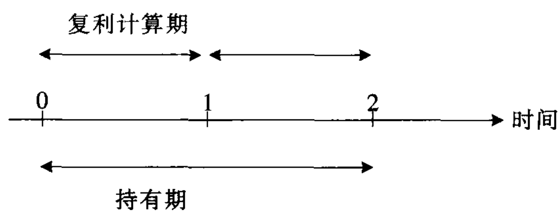



**图 1-1 持有期长于复利计算期**

在这种情况下，0 期投资的本金额将会在 1 期末获得利息收入（等于 $R_{0,1}$），它也将在 2 期末获得另一笔利息收入（等于 $R_{1,2}$）。但是，1 期末获得的利息收入 $R_{0,1}$ 可以进行再投资，从 1 期末投资到 2 期末，又可以得到新的复利（Compound Interest），或者说是利息的利息（等于 $R_{0,1}\cdot R_{1,2}$）。这应该纳入持有期收益率计算的考虑之中。所以，我们有：

$$1+R_{0,2}=(1+R_{0,1})\cdot(1+R_{1,2})=1+R_{0,1}+R_{1,2}+(R_{0,1}\cdot R_{1,2})$$

实际上，忽略复利计算就相当于把（$R_{0,1}\cdot R_{1,2}$）这一项设为 0。

**[例 1－7]**

如果一名投资者在他的银行账户里以 10% 的年利率存入 100 瑞士法郎，在第一年末，他可以获得 10 瑞士法郎。在第二年末，他还可以获得本金利息的 10 瑞士法郎，此外，他还将获得额外的 1 瑞士法郎，作为第一年利息在第二年的利息（10 瑞士法郎的 10%）。

所以，两年里，持有期收益率是（100＋10＋10＋1）/100－1＝21%。如果我们忽略复利利息，持有期收益率就是（100＋10＋10）/100－1＝20%。

一般来说，如果 $R_{t,t+1}$ 是从时间 t 到时间 t＋1（一期）要支付的收益率，并且一期的收益可以立即进行再投资，则从时间 0 到时间 T（T 期）的有效收益率就是单个期间收益率的乘积，即

$$1+R_{0,T}=(1+R_{0,1})\cdot(1+R_{1,2})\cdot(1+R_{2,3})\cdots(1+R_{T-1,T})$$

**[例 1－8]**

银行账户里 100 瑞士法郎的存款在第一年可以得到 7% 的利息，第二年可以得到 9% 的利

息，第三年可以得到10%的利息。利息金额每年末存入账户，并且立即纳入下一年利息的计算中。

则第三年末账户价值将为$100 \times 1.07 \times 1.09 \times 1.10 = 128.29100$瑞士法郎，三年里的有效收益率就是28.29%。

一个比较特殊的情况是所有的利率都相等，即$R_{0,1} = R_{1,2} = \cdots = R_{T-1,T}$。这种情况下，我们可以得到

$$1 + R_{0,T} = (1 + R_{0,1})^T$$

下表（见表1-1）展示了对于初始的100瑞士法郎，在不同利率和不同持有期下，以简单利率计算和复利利率计算的不同最终价值。

**表1-1　　复利的效力**

| 时间（年） | 单利 | 复利 | 单利 | 复利 | 单利 | 复利 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 利率 | 2% | 2% | 7% | 7% | 10% | 10% |
| 1 | 102.00 | 102.00 | 107.00 | 107.00 | 110.00 | 110.00 |
| 2 | 104.00 | 104.04 | 114.00 | 114.49 | 120.00 | 121.00 |
| 3 | 106.00 | 106.12 | 121.00 | 122.50 | 130.00 | 133.10 |
| 4 | 108.00 | 108.24 | 128.00 | 131.08 | 140.00 | 146.41 |
| 5 | 110.00 | 110.41 | 135.00 | 140.26 | 150.00 | 161.05 |
| 6 | 112.00 | 112.62 | 142.00 | 150.07 | 160.00 | 177.16 |
| 7 | 114.00 | 114.87 | 149.00 | 160.58 | 170.00 | 194.87 |
| 8 | 116.00 | 117.17 | 156.00 | 171.82 | 180.00 | 214.36 |
| 9 | 118.00 | 119.51 | 163.00 | 183.85 | 190.00 | 235.79 |
| 10 | 120.00 | 121.90 | 170.00 | 196.72 | 200.00 | 259.37 |
| 15 | 130.00 | 134.59 | 205.00 | 275.90 | 250.00 | 417.72 |
| 20 | 140.00 | 148.59 | 240.00 | 386.97 | 300.00 | 672.75 |

很明显，忽略复利将导致严重错误，特别是在利率较高、持有期期限较长的情况下。

（3）复利计算期长于持有期

现在，让我们考虑一下复利计算期比持有期长的情况。例如，持有期是$\tau$天，而复利计算期是一年，如下图所示：

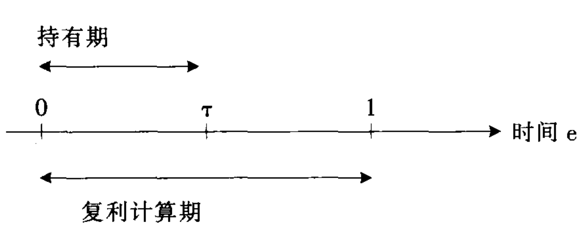



**图1-2　持有期短于复利计算期**

这种情况下，0期投资的本金将在1期末获得$R_{0,1}$的利息收入。但是，从0期到$\tau$期的投资收益率是多少呢？我们可以得到

$$(1 + R_{0,\tau}) = (1 + R_{0,1})^{\tau}$$

这里的$\tau$是相对于整个期间（从0期到1期）的长度。用下面的例子来说明。

[例1-9]

我们还是来考虑一只0期价格为100瑞士法郎的股票，1期的价值（1年后）是105瑞士法郎，假设股票的持有者享有四次（按季）2.5瑞士法郎的股利支付，这些股利将以5%的无风险利率再投资，则股票的收益率为：

$$R_{0,1}=\frac{2.5\times(1+0.05)^{270/360}}{100}+\frac{2.5\times(1+0.05)^{180/360}}{100}+\frac{2.5\times(1+0.05)^{90/360}}{100}+\frac{2.5\times(1+0.05)^{0}}{100}+\frac{105-100}{100}=15.18\%$$

这里的 $\tau$ 是距离 t 期支付前的天数。

（4）连续复合收益率

如果我们决定更多次数地进行复利计算，会发生什么呢？例如，如果在持有期内不是按照 $R_{0,1}^{名义}$ 的利率计算一次，而是以 $\frac{R_{0,1}^{名义}}{2}$ 的利率进行两次复利计算，那么会对有效收益率 $R_{0,1}^{有效}$ 产生什么影响呢？年有效收益率是由下面这个方程式决定的：①

$$1+R_{0,1}^{有效}=\left(1+\frac{R_{0,1}^{名义}}{2}\right)^{2}$$

一般说来，如果我们增加了支付的频率，并且决定在一年里按照 $\frac{R_{0,1}^{名义}}{m}$ 的利率支付 m 次利息，那么年有效收益率的计算方法如下：

$$1+R_{0,1}^{有效}=\left(1+\frac{R_{0,1}^{名义}}{m}\right)^{m}$$

当 m 增加，$\left(1+\frac{R_{0,1}^{名义}}{m}\right)^{m}$ 的数量趋近于 $R_{0,1}^{名义}$ 的指数幂，则我们可以得到：

$$1+R_{0,1}^{有效}=\lim_{m\to\infty}\left(1+\frac{R_{0,1}^{名义}}{m}\right)^{m}=e^{R_{0,1}^{名义}}$$

其中 e=2.71828。

在极限处，我们可以推出连续复合收益率（Continuously Compounded Return）或者说瞬时收益率（Instantaneous Return）的一般计算公式，瞬时收益也就是在无穷小的期限里的收益，我们可以用下面这个小写字体来表示：

$$r=\lim_{m\to\infty}R_{0,1}^{名义}=\ln\left(1+R_{0,1}^{有效}\right)$$

所以，对每个离散时间利率（或者说单利利率），都有一个上述方程式定义的连续时间利率。但是，我们不能忘记，连续复利利率只是对无穷小时间期间的离散利率的近似值。实际上，对价格的微小差距（如果时间区间很小，价格差距通常都很小），根据

① 瞬时复利计算将产生更高的未来价值：因为当利息连续支付，就会有更多的利息的利息。

$$\ln\left(\frac{x}{y}\right)=\ln(x)-\ln(y)$$

和
$$d[\ln(x)]=\frac{dx}{x}$$

我们可以得到：

$$\ln(1+R_{t-1,t})=\ln\left(\frac{P_t}{P_{t-1}}\right)=\ln(P_t)-\ln(P_{t-1})\approx d[\ln(P)]$$

$$=\frac{dP}{P}\approx\frac{P_t-P_{t-1}}{P_{t-1}}=r_{t-1,t}$$

这里的 d 表示微分。换句话说，资产价格自然对数之差度量了资产价格变化的百分比。例如，一个股票在股利支付后的连续复合收益率为：

$$r_{t-1,t}=\ln\left(\frac{P_t+D_t}{P_{t-1}}\right)$$

只有当价格差距非常小的时候，这种度量才是精确的。

这一方法的便利性（稍后我们会看到）促使其得以广泛使用，特别是对短期收益（每天或每周收益）。然而，我们必须记住，这只是一种近似。在持有期较长（一般意味着收益率较高）的情况下，误差会很明显，如下表所示。

**表 1－2　　持有期收益率与连续复合收益率**

| t＝1 时的价格（0 期的基准价格是 100） | 持有期收益率（%） | 连续复合收益率（%） |
|---|---|---|
| 50 | －50 | ln（0.50）＝－69.3 |
| 80 | －20 | ln（0.80）＝－22.3 |
| 90 | －10 | ln（0.90）＝－10.5 |
| 95 | －5 | ln（0.95）＝－5.1 |
| 97 | －3 | ln（0.97）＝－3.1 |
| 99 | －1 | ln（0.99）＝－1.0 |
| 100 | 0 | ln（1.00）＝0.0 |
| 101 | 1 | ln（1.01）＝1.0 |
| 103 | 3 | ln（1.03）＝2.9 |
| 105 | 5 | ln（1.05）＝4.9 |
| 110 | 10 | ln（1.10）＝9.5 |
| 120 | 20 | ln（1.20）＝18.2 |
| 150 | 50 | ln（1.50）＝40.5 |

如下图所示，近似的误差会随着收益的增加而增加。

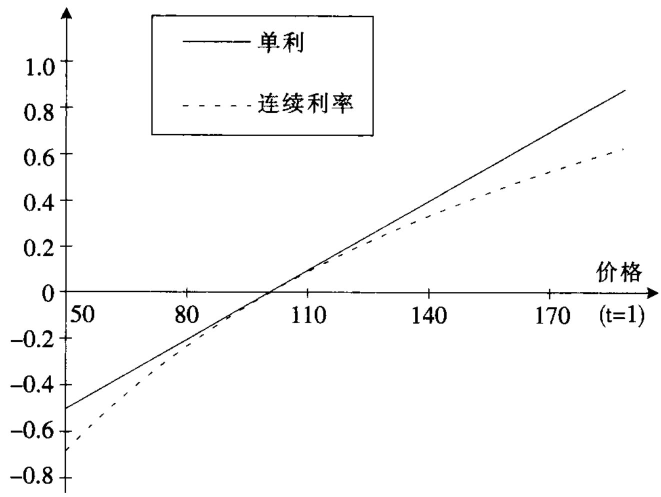



**图 1-3　用连续复合收益率近似简单收益率**

既然使用连续复合收益率会产生近似误差，那么，我们为什么还要使用这种方法呢？让我们来看看如果我们在两个无穷小的时期内对收益进行复利计算，结果是怎样的。两期里的连续复利率，用 $r_2$ 来表示，它等于：

$$r_2 = \ln(1+R_{0,1})^2 = 2 \cdot \ln(1+R_{0,1}) = 2 \cdot r$$

一般说来，在连续时间下，我们假设复利无时无刻不在发生。所以，根据对数的性质，我们可以得到：

$$\text{未来价值} = \text{实际价值} \times e^{\text{时间} \times \text{瞬时利率}}$$

我们可以发现，收益在 N 期里的连续复利率可以简单地用 N 乘以收益的连续复利率。所以，当简单收益率是乘法时，连续复合收益率是可加的。因此，用连续复合收益率来计算对于折现和复利计算都很方便。

（2）平均连续复合收益率

平均连续复合收益率很简单。我们已经看到，连续复合收益率是可加的。所以，我们可以用持有期内的连续复合收益率的算术平均值：

$$\bar{r} = \bar{r}_{0,T}^{(a)} = \frac{1}{T} \cdot \sum_{t=1}^{T} r_{r-1,t}$$

**[例 1-10]**

假设存在三只股票 A、B 和 C，持有两期；每期末的价格都和我们以前的例子一样。

| | t=0 | 1 期 | | 2 期 | |
|---|---|---|---|---|---|
| | 价格 | 价格 | 连续复合收益率(%) | 价格 | 连续复合收益率(%) |
| A | 100 瑞士法郎 | 110 瑞士法郎 | 9.53 | 121 瑞士法郎 | 9.53 |
| B | 100 瑞士法郎 | 150 瑞士法郎 | 40.54 | 121 瑞士法郎 | -21.48 |
| C | 100 瑞士法郎 | 200 瑞士法郎 | 69.31 | 121 瑞士法郎 | -50.25 |

很明显，由于在两期内的期初价值和期末价值相同，这三种资产在两期内产生了相同的收益率。实际上，使用连续复合收益率，我们可以得到：