

21  
CENTURY

全国高职高专一体化教学(信息与通信专业)通用教材

QUANGUO GAOZHIGAOZHUAN

YITIHUA JIAOXUE XINXIYUTONGXINZHUANYE TONGYONGJIAOCAI

# 数字信号处理

SHUZIXINHAOCHULI

刘晓阳 付晨 李亚楠 主编



山东科学技术出版社  
www.lkj.com.cn

**21**  
**CENTURY**

全国高职高专一体化教学(信息与通信专业)通用教材

QUANGUO GAOZHIGAOZHUAN

YITIHUA JIAOXUE XINXIYUTONGXINZHUANYE TONGYONGJIAOCAI

# 数字信号处理

SHUZIXINHAOCHULI

刘晓阳 付 晨 李亚楠 主编

● 山东科学技术出版社

## 图书在版编目 (CIP) 数据

数字信号处理/刘晓阳,付晨主编. —济南:山东科学技术出版社,2007

全国高职高专一体化教学(信息与通信专业)通用教材

ISBN 978 - 7 - 5331 - 4710 - 5

I. 数... II. ①刘... ②付... III. 数字信号—信号处理—高等学校:技术学校—教材 IV. TN911.72

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2007)第 199190 号

全国高职高专一体化教学(信息与通信专业)通用教材

## 数字信号处理

主编 刘晓阳 付晨 李亚楠

---

**出版者:** 山东科学技术出版社

地址:济南市玉函路16号

邮编:250002 电话:(0531)82098088

网址:www.lkj.com.cn

电子邮件:sdkj@sdpress.com.cn

**发行者:** 山东科学技术出版社

地址:济南市玉函路16号

邮编:250002 电话:(0531)82098071

**印刷者:** 莱芜市圣龙印务有限责任公司

莱芜市凤城西大街149号

邮编:271100 电话:(0634)6115012

---

开本:787mm×1092mm 1/16

印张:9

版次:2007年9月第1版第1次印刷

---

ISBN 978 - 7 - 5331 - 4710 - 5

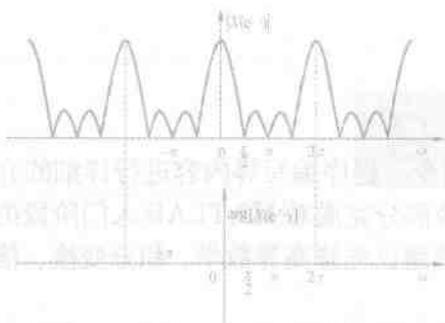
定价:15.00元

## 编 委 会

主 任：杨现德  
编 委：黄振轩 王 平 祝瑞花 李仁杰  
董学仁 陈 岗 朱纪聪

## 《数字信号处理》编者

主 编：刘晓阳 付 晨 李亚楠  
副主编：姜维正 田淑众 朱纪聪 胡光鲁  
参 编：崔雪彦 宋卫海 范友华 于丽萍  
主 审：王 平



## QIANYAN

数字信号处理是电子类、信息类、通信类专业的一门专业基础课。本书根据教育部高职高专培养目标,本着理论够用、实用为主、注重实践与应用的原则编写。

本课程理论性较强,应用也十分广泛。根据应用型人才培养的特点,在内容上略去了繁杂的数学公式推导和一些繁琐的运算、证明过程。总体上偏重于对基本概念、原理、性质的介绍,对于某些复杂的理论问题,仅作纲要式的说明或点到为止。全书力求简明扼要、通俗易懂。本教材参考学时为60学时。

本书共分为8章。绪论部分和第1章主要介绍了本课程的背景知识、基本概念以及信号与系统的基本原理、性质和运算。第2~4章依次介绍了数字信号处理的基本数学工具:序列的傅立叶变换、Z变换、离散傅立叶变换。在这一部分主要侧重于对基本原理和算法的讲解。第5章简单介绍离散傅立叶变换的快速算法:FFT的基本原理以及基-2FFT的基本算法。第6章是对于滤波器的综述性介绍,主要是关于滤波器的基本知识和典型的模拟滤波器的设计。该部分内容是后续学习数字滤波器的基础。第7章介绍时域离散信号的基本网络结构,包括IIR型和FIR型,重点是系统函数、差分方程与信号流图的转化问题。第8章是数字滤波器的设计,包括IIR型的脉冲响应不变法和双线性变换法,FIR型的窗函数法和频率响应法。

MATLAB是当前最优秀的科技应用软件之一,是学习和应用数字信号处理技术的重要工具。本书在每一章后都附有MATLAB的实训内容,读者将书中所列的程序输入计算机,运行后就可以得到相应的计算或仿真结果。由于本书并不是一本专门的MATLAB软件使用指导书,因此主要是结合例题和相关知识点介绍一些MATLAB的应用程序,没有对

MATLAB 的指令、程序编写等内容进行详细的介绍。读者可参考本书的附录部分完成对 MATLAB 入门阶段的学习。

学习本书前建议先修高等数学、积分变换、信号与系统等课程。

本书由济南职业学院刘晓阳、山东省农业管理干部学院付晨、济南职业学院李亚楠任主编，姜维正、田淑众、朱纪聪任副主编，崔雪彦、宋卫海、范友华、于丽萍参加本书编写。全书由刘晓阳统稿。

本书由济南职业学院电子工程系王平主任担任主审。本书在编写过程中得到了丛书编委会和山东科学技术出版社的大力支持和帮助，在此一并表示衷心感谢。

由于编者水平所限，书中难免有不妥之处，敬请广大读者批评指正。

编者

# 目录

MULU

绪论	1
第一章 时域离散系统	3
第一节 时域离散信号	3
第二节 时域离散系统的性质与运算	7
第三节 差分方程	12
第四节 采样定理	13
实训	15
习题	20
第二章 序列的傅立叶变换	22
第一节 信号的频域分析	22
第二节 序列傅立叶变换的公式分析	22
第三节 序列傅立叶变换的性质	24
实训	30
习题	34
第三章 序列的 $Z$ 变换	36
第一节 信号的复频域分析	36
第二节 序列 $Z$ 变换的公式分析	37
第三节 序列 $Z$ 变换的收敛域	38
第四节 逆 $Z$ 变换	39
第五节 序列 $Z$ 变换的性质	40
第六节 序列 $Z$ 变换的应用	41
实训	45
习题	46
第四章 离散傅立叶变换	48
第一节 频域离散化	48
第二节 DFT的公式分析	48
第三节 DFT与FT、ZT的关系	50
第四节 DFT的性质	51

第五节 DFT 的应用 .....	56
实训 .....	61
习题 .....	65
第五章 快速傅立叶变换基本原理与方法 .....	68
第一节 DFT 常规算法的运算量 .....	68
第二节 减少运算量的基本途径 .....	69
第三节 基 2 FFT 的基本原理 .....	70
第四节 DFT 常规算法与快速算法的运算量比较 .....	77
实训 .....	79
习题 .....	81
第六章 滤波器综述 .....	82
第一节 滤波器的基本概念 .....	82
第二节 滤波器的分类 .....	82
第三节 滤波器的分析与设计 .....	84
第四节 模拟滤波器的设计概述 .....	84
第五节 模拟滤波器的转换 .....	87
第六节 几种典型模拟滤波器的功能比较 .....	90
实训 .....	91
习题 .....	94
第七章 时域离散系统基本网络结构 .....	95
第一节 基本信号流图 .....	95
第二节 无限长单位冲激响应(IIR)滤波器的基本结构 .....	97
第三节 有限长单位冲激响应(FIR)滤波器的基本结构 .....	102
习题 .....	104
第八章 数字滤波器的设计 .....	106
第一节 无限脉冲响应数字滤波器的设计 .....	106
第二节 有限脉冲响应数字滤波器的设计 .....	112
第三节 IIR 与 FIR 数字滤波器的比较 .....	122
实训 .....	123
习题 .....	127
附录 MATLAB 语言简介 .....	129
参考文献 .....	136

里, 要设计低通滤波器, 首先要设计滤波器, 然后才能设计滤波器。

在通信系统中, 信号在传输过程中, 会受到各种干扰, 因此, 在设计滤波器时, 必须

考虑各种干扰因素, 如噪声、失真、延迟等, 这样才能设计出理想的滤波器。

在通信系统中, 信号在传输过程中, 会受到各种干扰, 因此, 在设计滤波器时, 必须

考虑各种干扰因素, 如噪声、失真、延迟等, 这样才能设计出理想的滤波器。

在通信系统中, 信号在传输过程中, 会受到各种干扰, 因此, 在设计滤波器时, 必须

# 绪 论

## 一、基本概念

21 世纪是信息化的时代。关于信息这个范畴, 学界各种不同的解释, 如: 信息是一种场, 信息是一种意识, 信息是能量和物质在时间和空间分布的不均匀性, 信息是一种关系等等。

信息的载体是信号。所谓信号, 是含有信息的, 随着时间和空间的变化而变化的物理量或物理现象。例如: 交通灯传递的是光信号; 人的脉搏传递的是力信号; 各种语音信号从本质上说都是由振动产生的, 也可以统归为力信号。其中, 电信号最便于发送、传输、接收和存储, 因此目前应用最为广泛。

所谓电信号, 一般来说是随着时间、空间、频率等的变化而变化的电压、电流或电磁波。目前人们所使用的各类电子产品, 从信号与信息的关系上来讲, 其实都是将电信号与声、光、力信号进行转换的一个信息系统。

本书所论述的, 并不是上述的这些具体的信号, 而是将具体信号内在的这种输入输出间的变化关系抽象出来, 作为一种函数关系, 借助特定的数学变换工具, 从信号函数的角度进行分析和讲解。

## 二、模拟信号与数字信号

信号是随着时间而变化的。把信号看作时间的函数, 如果信号函数的自变量和函数值都是连续值, 则称其为模拟信号, 如语音、水位、体温等; 如果信号函数的自变量和函数值都是离散值, 则称其为数字信号。

如果对模拟信号进行离散采样, 例如对病人每小时测一次体温, 对河流每天测一次水位等, 这样得到信号自变量取离散值, 而函数值仍为连续值, 则称其为时域离散信号, 也称为序列。序列是本书研究的重点。

信号离不开系统。通常把物理上对信号进行处理的装置或技术统称为系统。例如图 0-1 所示即为一个简易的模拟低通滤波器系统, 实现一个积分运算。

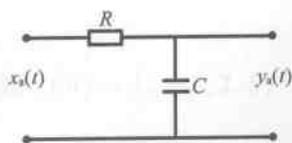


图 0-1 简易的模拟低通滤波器



### 三、数字信号处理及其实现

所谓数字信号处理,其实质就是运算,是利用数值计算的方法对信号进行处理。这里的运算包括尺度变换、时频转换、相关分析、谱分析等等许多内容。

数字信号处理的实现可以采取软件和硬件两种方法。软件方法是利用通用计算机输入算法程序来实现,如时下较流行的 MATLAB,就是一款功能强大的信号处理软件;硬件方法是按照具体的要求和算法,设计专用的数字信号处理芯片,解决具体问题。数字信号处理芯片简称 DSP,如 TI 公司的 TMS320C5000 系列、TMS320C6000 系列等。目前,工程应用中更趋向于 DSP 芯片配置相应的信号处理软件,采用软硬件结合实现的方法。

### 四、数字信号处理的优点

现代数字信号处理技术始于 20 世纪 60 年代,其奠基人是著名的美国信息论专家香农。随着当今电子计算机技术的飞速发展,数字信号处理的各种新理论、新算法、新技术仍然层出不穷。

数字信号处理相对传统的模拟信号处理具有许多优点,如高度的灵活性、高精度、高稳定性、便于大规模集成等等。尤其可以通过对数字信号的存储和运算,可以使系统获得高性能指标,达到许多模拟系统所无法实现的功能。例如电视系统的各种视频特技、画中画、画面尺度变换,通过延时以实现非因果系统等等。

当前,数字信号处理技术已经涉及人工智能、航空航天、模式识别、图像处理、通信、雷达、故障检测等等许多领域。数字信号处理这一课程也成为电子信息类专业的一门重要的专业基础课。本书主要介绍数字信号处理的基本原理、算法及其分析方法。

# 第一章 时域离散系统

## 本章要点

- 各类典型序列的表达式、波形及其特性。
- 常用的序列运算。
- 时域离散系统的性质、线性卷积运算。
- 差分方程的递推法求解。
- 采样定理的内容。

## 第一节 时域离散信号

### 一、序列

绪论中讲到,时域离散信号即为序列。序列有三种表示方法。

#### 1. 公式表示

通常用  $x(n)$  表示序列,  $n$  是序数,作为时间参量。根据序列的定义,  $n$  必须取整数,否则无意义。

#### 2. 图形表示

在时域分析中以横轴作为时间轴,纵轴表示幅度“,”在二维的坐标系中表示出序列的波形,体现信号函数的运算关系。

#### 3. 集合符号表示

将序列视为一组有序的数的集合,可以表示成集合的形式。如  $x(n) = \{\dots, 1, 2, 5, 3, 7, 0, 0.4, \dots\}$ 。这种形式常用于 MATLAB 编程上。

## 二、典型序列

### 1. 单位脉冲序列 $\delta(n)$

$$\delta(n) = \begin{cases} 1 & n=0 \\ 0 & n \neq 0 \end{cases} \quad (1-1-1)$$

单位脉冲序列也称单位采样序列。如图 1-1-1 所示,其特点是当且仅当  $n=0$  时取值为 1,  $n$  取其他值均为零。

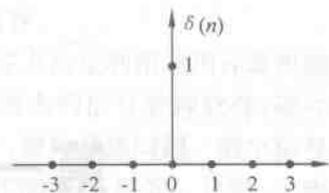


图 1-1-1 单位脉冲序列

### 2. 单位阶跃序列 $u(n)$

$$u(n) = \begin{cases} 1 & n \geq 0 \\ 0 & n < 0 \end{cases} \quad (1-1-2)$$

单位阶跃序列如图 1-1-2 所示。其特点是当且仅当  $n \geq 0$  时为 1,  $n < 0$  时取零值。其公式表示如 1-1-2 式所示,或者如 1-1-3 式所示用单位脉冲序列来表示。

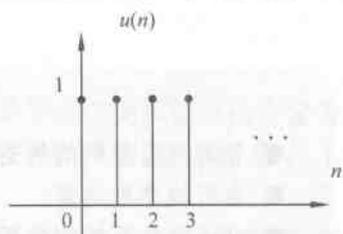


图 1-1-2 单位阶跃序列

$$u(n) = \sum_{m=-\infty}^n \delta(n-m) \quad (1-1-3)$$

### 3. 矩形序列 $R_N(n)$

$$R_N(n) = \begin{cases} 1 & 0 \leq n \leq N-1 \\ 0 & \text{其他} \end{cases} \quad (1-1-4)$$

式(1-1-4)中的  $N$  代表矩形序列的长度。 $N=4$  时的矩形序列如图 1-1-3 所示。

### 4. 实指数序列

$$x(n) = a^n u(n) \quad a \text{ 为实数} \quad (1-1-5)$$

实指数序列如式(1-1-5)所示,其中  $a$  的取值直接影响序列的波形。如图 1-1-4 所示,当  $a > 1$  时,  $x(n)$  的幅度随着  $n$  的增大而增大,此时称序列发散;当  $0 < a < 1$  时,  $x(n)$  的幅度随着  $n$  的增大而减小,此时称序列收敛。

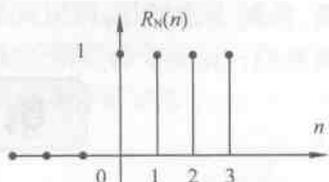


图 1-1-3 矩形序列

[注]:  $N=4$  时的  $R_N(n)$  仅有 4 个点。

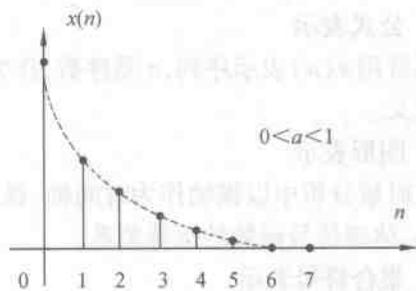
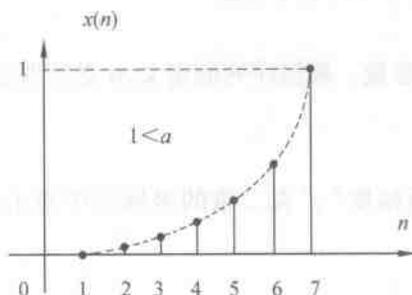


图 1-1-4 实指数序列



## 5. 复指数序列

$$x(n) = e^{j\omega n} \quad (1-1-6)$$

复指数序列如式(1-1-6)所示,其中 $\omega$ 是数字域频率。在含有复指数序列的运算中常用到欧拉公式来实现复指数形式和三角函数形式之间的转换,如式(1-1-7)和(1-1-8)所示。

$$e^{j\omega n} = \cos\omega n + j\sin\omega n \quad (1-1-7)$$

$$\begin{cases} \cos\omega n = \frac{1}{2}(e^{j\omega n} + e^{-j\omega n}) \\ \sin\omega n = -\frac{1}{2j}(e^{j\omega n} - e^{-j\omega n}) \end{cases} \quad (1-1-8)$$

由于 $n$ 要取整数,因此根据欧拉公式,只要令 $M$ 取整数,则下列关系成立

$$\cos[(\omega + 2\pi M)n] = \cos\omega n, \sin[(\omega + 2\pi M)n] = \sin\omega n, e^{j(\omega + 2\pi M)n} = e^{j\omega n}$$

这就表明复指数序列是以 $2\pi$ 为周期的周期序列,因此在频率域只考虑一个周期( $[-\pi, \pi]$ 或者 $[0, 2\pi]$ )就可以了。

## 6. 正弦序列

$$x(n) = \sin\omega n \quad (1-1-9)$$

公式(1-1-9)中的 $\omega$ 表示正弦序列的数字域频率,单位是弧度。弧度与角度的换算是 $1$ 弧度 $\approx (\frac{180}{\pi})^\circ$ 。本书中以 $\Omega$ 和 $f$ 分别表示模拟角频率和模拟频率。 $\omega$ 与模拟角频率 $\Omega$ 之间的关系是 $\omega = \Omega T$ 。

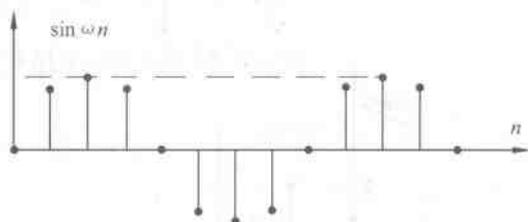


图 1-1-5 正弦序列

## 7. 周期序列

若对于任意的 $n$ 都存在一个最小的正整数 $N$ ,令下式成立,则称 $x(n)$ 为周期序列,周期为 $N$ 。

$$x(n) = x(n+N) \quad -\infty < n < \infty \quad (1-1-10)$$

对于形如 $x(n) = A\sin(\omega n + \varphi)$ 的正弦序列,其周期的判断有两种情况。

(1)若 $2\pi/\omega$ 为无理数,则该正弦序列非周期序列。

(2)若 $2\pi/\omega$ 为有理数,则该正弦序列是周期序列。

此时如果 $2\pi/\omega$ 为整数,则该正弦序列的周期即为 $2\pi/\omega$ ;如果 $2\pi/\omega$ 是形如 $J/K$ 的分数,并且 $J, K$ 是互为素数的整数。则该正弦序列的周期为 $J$ 。

## 三、任意序列的通式

对于任意序列,常用单位脉冲序列的移位加权和来表示“,”如式(1-1-11)所示。其中 $x(m)$ 的值代表幅度, $\delta(n-m)$ 代表相位。

$$x(n) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} x(m)\delta(n-m) \quad (1-1-11)$$

【例 1-1-1】序列 $x(n) = -\delta(n+2) + \delta(n+1) + 2\delta(n) + 1.5\delta(n-1) + 0.5\delta(n-2)$ ,试画出其波形。

解：如图 1-1-6 所示。

#### 四、序列的运算

##### 1. 加法和乘法

序列之间的加法和乘法，就是将横坐标相同的对应项直接相加相乘即可。如图 1-1-7 所示。

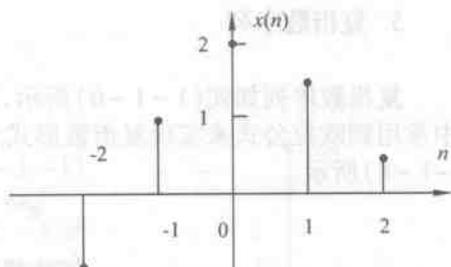


图 1-1-6 例[1-1-1]图

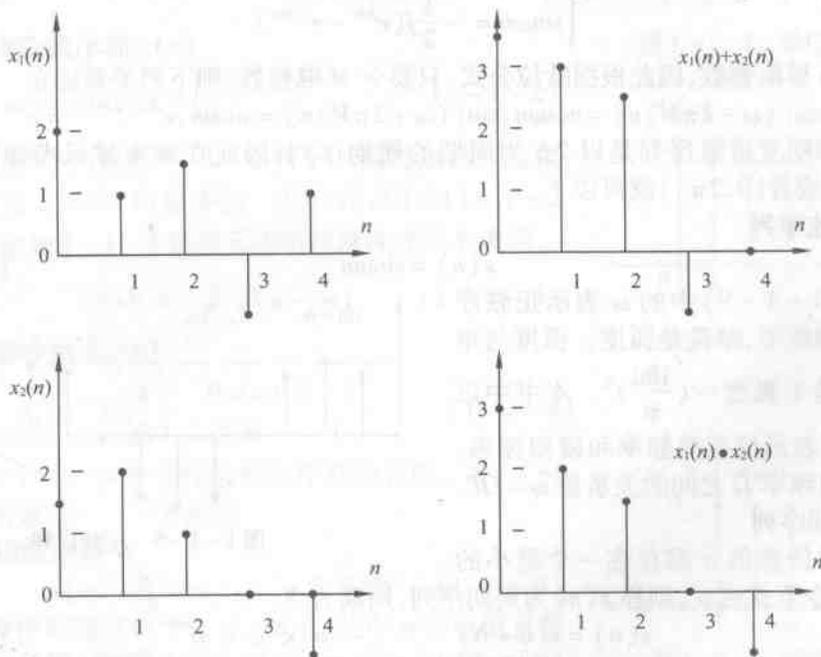


图 1-1-7 序列的加法和乘法

##### 2. 移位

设  $n_0$  为一个正整数，则  $x(n - n_0)$  表示序列沿横轴正方向平移  $n_0$  个单位，称为延时序列； $x(n + n_0)$  表示序列沿横轴负方向平移  $n_0$  个单位，称为超前序列，如图 1-1-8 所示。

##### 3. 翻转

$x(-n)$  是  $x(n)$  的翻转序列，将  $x(n)$  以纵坐标轴为对称轴取对称即可得到。如图 1-1-8 所示。

在此应注意，当序列运算中既有移位又有翻转时，应先取翻转后取移位。例如  $x(2 - n)$ ，应当先取翻转得到  $x(-n)$ ，再向正方向平移 2 个单位，取移位  $x[-(n - 2)]$ 。

##### 4. 尺度变换

$x(mn)$  是  $x(n)$  的尺度变换，是将  $x(n)$  压缩了  $m$  倍后得到的。例如  $x(2n)$  是将  $x(n)$  压缩了 2 倍， $x(1/2n)$  是将  $x(n)$  压缩了  $1/2$  倍即拉伸了 2 倍后得到的。如图 1-1-8 所示。此外应注意，压缩运算后非零点应删去，如图中的虚线所示。

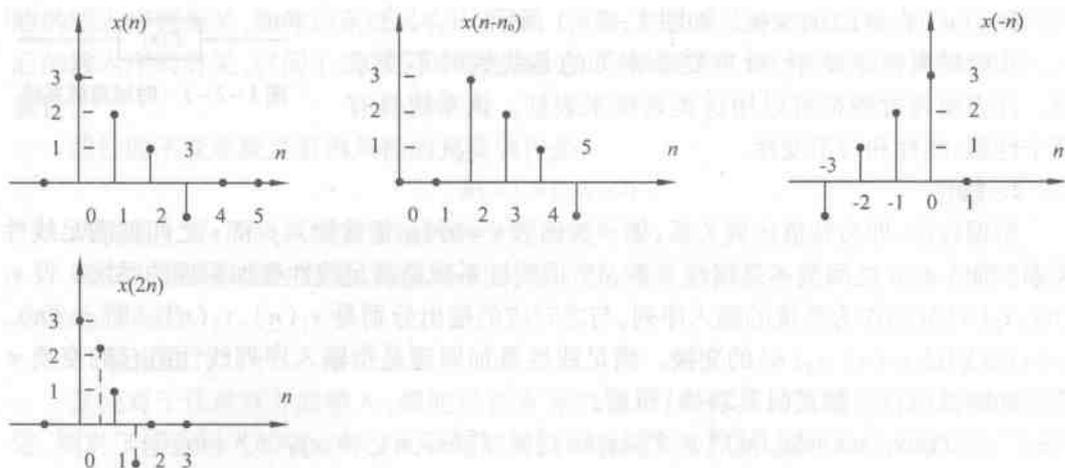


图 1-1-8 序列的移位、翻转和尺度变换

**【例 1.1.2】** 序列  $x(n]$  如图 1-1-9 所示, 试写出其表达式并画出  $2x(1-n]$  的波形解:

序列表达式为

$$x(n) = -2\delta(n+2) + \delta(n) + \delta(n-1) + 0.5\delta(n-3)$$

$2x(1-n]$  的波形如图 1-1-10 所示

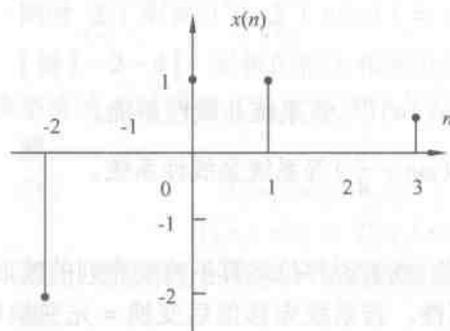
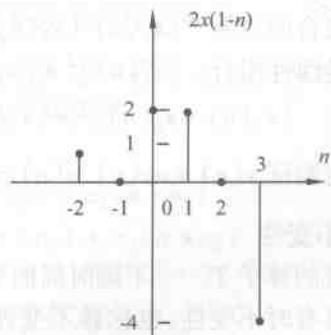


图 1-1-9 例[1-2-1]的波形图


 图 1-1-10  $2x(1-n]$  的波形图

## 第二节 时域离散系统的性质与运算

### 一、线性时不变系统

如前所述, 系统代表一种或多种运算关系, 该运算关系用  $T[\cdot]$  表示, 称为算子。系统的输入、输出序列分别用  $x(n]$ 、 $y(n]$  来表示, 系统的运算关系即为:

$$y(n) = T[x(n)]$$

称  $y(n)$  是  $x(n)$  的变换。如图 1-2-1 所示。

在时域离散系统中,最重要最常见的是线性时不变系统。许多物理过程都可以用这类系统来表征。该系统具有两个性质:线性和时不变性。

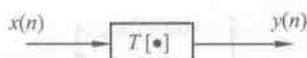


图 1-2-1 时域离散系统

### 1. 线性

所谓线性,即为常值比例关系,如一次函数  $y = ax$  ( $a$  是常数),  $y$  和  $x$  之间就满足线性关系。而  $y$  和  $a$  之间就不是线性关系。所谓线性系统是满足线性叠加原理的系统。设  $x_1(n)$ 、 $x_2(n)$  分别作为系统的输入序列,与之对应的输出分别是  $y_1(n)$ 、 $y_2(n)$ 。即: $y_1(n)$ 、 $y_2(n)$  分别是  $x_1(n)$ 、 $x_2(n)$  的变换。满足线性叠加原理是指输入序列线性组合的变换 = 变换的线性组合。如式(1-2-1)所示。

$$T[ax_1(n) + bx_2(n)] = T[ax_1(n)] + T[bx_2(n)] = ay_1(n) + by_2(n) \quad (1-2-1)$$

上式中,  $a, b$  皆为常数。此公式也可以简化为:

$$T[x_1(n) + x_2(n)] = T[x_1(n)] + T[x_2(n)] = y_1(n) + y_2(n)$$

如无特别说明,则本书中所讨论的皆为线性系统。

**【例 1-2-1】**  $y(n) = [x(n)]^2$ , 判断其是否线性系统。

解:

线性组合的变换  $[x_1(n) + x_2(n)]^2$

变换的线性组合  $[x_1(n)]^2 + [x_2(n)]^2$

显然  $[x_1(n) + x_2(n)]^2 \neq [x_1(n)]^2 + [x_2(n)]^2$ , 该系统非线性系统。

同理可验证  $y(n) = ax(n)$ 、 $y(n) = x(n) \cos(\omega n + \frac{\pi}{4})$  等系统是线性系统。

### 2. 时不变性

若系统的算子  $T[\cdot]$  不随时间的变化而变化,或者说移位运算不改变序列的波形,则称该系统具有时不变性,也称移不变性、非时变性。若系统先移位后变换 = 先变换后移位,则可证明其具有时不变性。

**【例 1-2-2】**  $y(n) = nx(n)$ , 判断其是否时不变系统

解:

先移位  $x(n) \rightarrow x(n - n_0)$ , 后变换  $x(n - n_0) \rightarrow y'(n) = n x(n - n_0)$

先变换  $x(n) \rightarrow nx(n)$ , 后移位  $nx(n) \rightarrow y(n - n_0) = (n - n_0) x(n - n_0)$

显然  $y(n - n_0) \neq y'(n)$ , 该系统是时变系统。

同理可验证  $y(n) = ax(n)$ 、 $y(n) = [x(n)]^2$  等系统是时不变系统。

## 二、系统的因果性与稳定性

系统的输入信号  $x(n)$  也称为驱动,输出信号  $y(n)$  也称响应。系统对于单位脉冲序列  $\delta(n)$  的零状态响应称为单位脉冲响应,用  $h(n)$  表示。即: $h(n) = T[\delta(n)]$ 。

### 1. 因果性

如果系统  $n$  时刻的输出只取决于  $n$  时刻以及  $n$  时刻以前的输入序列,而与  $n$  时刻之



后的输入序列无关,则称该系统具有因果性。否则,如果系统  $n$  时刻的输出还与  $n$  时刻以后的输入序列有关,时间上违背了因果性,则为非因果系统。显然,因果性即为物理可实现性。

线性时不变系统具有因果性的充要条件是:

$$h(n) = 0, n < 0 \quad (1-2-2)$$

从波形上看,因果系统在横轴的负半轴上恒为零。

模拟非因果系统在物理上确实不可实现,但是数字非因果系统可以通过存储和延时功能近似实现。

## 2. 稳定性

系统对于任意有界的输入,都能得到有界的输出,则称其具有稳定性。若系统不稳定,则对于任意输入的响应都会无限制的增长而最终失去控制,因此设计系统时应当避免这种情况。系统稳定的充要条件如(1-2-3)式所示。

$$\sum_{n=0}^{\infty} |h(n)| < \infty \quad (1-2-3)$$

【例 1-2-3】 系统的单位脉冲响应  $h(n) = u(n)$ ,判断其因果稳定性。

解:

根据单位阶跃序列的特性,  $h(n) = u(n) = 0, n < 0$ ,因此该系统是因果系统。

同时  $\sum_{n=0}^{\infty} |h(n)| = \sum_{n=0}^{\infty} |u(n)| = \infty$ ,因此该系统不是稳定系统。

【例 1-2-4】 系统的输入和输出分别用  $x(n)$  和  $y(n)$  表示,  $y(n) = x(n - n_0)$ ,试判断该系统的:(1)线性、(2)时不变性、(3)因果性、(4)稳定性。

解:

$$(1) \quad T[x_1(n) + x_2(n)] = x_1(n - n_0) + x_2(n - n_0)$$

$$T[x_1(n)] + T[x_2(n)] = x_1(n - n_0) + x_2(n - n_0)$$

因此,线性组合的变换 = 变换的线性组合,

即:

$$T[x_1(n) + x_2(n)] = T[x_1(n)] + T[x_2(n)] \quad \text{该系统为线性系统。}$$

$$(2) \quad T[x(n - n_0)] = x(n - 2n_0)$$

$$y(n - n_0) = x(n - 2n_0)$$

先移位后变换 = 先变换后移位,

即:

$$T[x(n - n_0)] = y(n - n_0) \quad \text{该系统是时不变系统}$$

(3)在此可根据序列的移位特性,先判断出  $y(n)$  的波形 从波形上来看,若  $n_0 \geq 0$  时,  $y(n)$  上的波形不会落在负半轴上,此时系统是因果系统;若  $n_0 < 0$  时,  $y(n)$  的波形将会整体或部分的落在负半轴上,此时系统是非因果系统。

(4)由于系统是时不变系统,因此若  $|x(n)| \leq M (M < \infty)$ ,则  $|x(n - n_0)| \leq M$ 。

此时系统是稳定的,否则系统是不稳定系统。