

新世纪土木工程系列教材

# 有限单元法基础

(第2版)

王焕定 焦兆平 编著

王焕定 张春巍 修编



高等教育出版社  
HIGHER EDUCATION PRESS

新世纪土木工程系列教材

# 有限单元法基础

YOUXIAN DANYUANFA JICHU

(第2版)

王焕定 焦兆平 编著

王焕定 张春巍 修编



高等教育出版社·北京  
HIGHER EDUCATION PRESS · BEIJING

## 内容简介

本书是“新世纪土木工程系列教材”之一,在第1版的基础上修编而成。

本书共分为7章,包括绪论、变形体虚位移原理、杆件体系结构单元分析、杆件体系结构的整体分析、平面问题有限元分析、空间问题与轴对称问题以及弹性板壳有限元分析初步等内容。本次修编对内容构架未做大的改变,在保持本科教学基本要求的前提下,考虑到当前研究生入学时的知识水平和研究生教学的要求,新增了关于力学建模、逐步精细化分析技术、板壳分析的加深内容和工程分析中的若干问题等教学内容。

本书可供土木、交通、水利和工程力学专业本科教学和部分土木、交通、水利专业的研究生使用,也可作为有关工程技术人员学习有限单元法的入门参考书。

### 图书在版编目(CIP)数据

有限单元法基础/王焕定,焦兆平编著.—2版.—北京:高等教育出版社,2010.7

ISBN 978-7-04-029765-2

I. ①有… II. ①王… ②焦… III. ①有限元法-高等学校-教材 IV. ①O241.82

中国版本图书馆CIP数据核字(2010)第097642号

策划编辑 赵湘慧 责任编辑 赵向东 封面设计 王 隼  
版式设计 张 岚 责任校对 刘 莉 责任印制 张泽业

出版发行 高等教育出版社  
社 址 北京市西城区德外大街4号  
邮政编码 100120

经 销 蓝色畅想图书发行有限公司  
印 刷 北京地质印刷厂

开 本 787×960 1/16  
印 张 18.25  
字 数 340 000

购书热线 010-58581118  
咨询电话 400-810-0598  
网 址 <http://www.hep.edu.cn>  
<http://www.hep.com.cn>  
网上订购 <http://www.landaco.com>  
<http://www.landaco.com.cn>  
畅想教育 <http://www.widedu.com>

版 次 2002年8月第1版  
2010年7月第2版  
印 次 2010年7月第1次印刷  
定 价 28.70元

本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题,请到所购图书销售部门联系调换。

版权所有 侵权必究

物料号 29765-00

# 教育部高等教育出版社土建类系列教材

## 编辑委员会委员名单

主任委员：沈蒲生(湖南大学)

副主任委员：(按姓氏笔画排序)

叶志明(上海大学)

白国良(西安建筑科技大学)

吴胜兴(河海大学)

邹超英(哈尔滨工业大学)

周绪红(兰州大学)

强士中(西南交通大学)

委员：(按姓氏笔画排序)

卫 军(中南大学)

王 健(北京建筑工程学院)

王 湛(华南理工大学)

王清湘(大连理工大学)

朱彦鹏(兰州理工大学)

刘 明(沈阳建筑大学)

江见鲸(清华大学)

杨和礼(武汉大学)

李远富(西南交通大学)

沙爱民(长安大学)

张印阁(东北林业大学)

张家良(辽宁工业大学)

尚守平(湖南大学)

周 云(广州大学)

赵明华(湖南大学)

高 波(西南交通大学)

黄政宇(湖南大学)

黄醒春(上海交通大学)

梁兴文(西安建筑科技大学) 廖红建(西安交通大学)

霍 达(北京工业大学)

## 出版者的话

新世纪土木工程系列教材是我社组织编写出版的“大土木”范畴的专业系列教材。1998年教育部颁布了新修订的《普通高等学校本科专业目录和专业介绍》，新专业目录中土建类土木工程专业覆盖了原来建筑工程和交通土建工程等8个专业。1999年各高校已按新的专业目录招生。开设土木工程专业的各院校把近年来在教育思想与教学观念、教学内容与课程体系、教学方法与教学手段等方面取得的改革成果固化到教学计划和人才培养过程中，设计了从教学思想到教学模式等一系列教学改革方案。大家在教学实践中体会到：专业、课程教学改革必然引起相应的教材改革。我社从1999年开始进行土木工程专业系列教材的策划工作，并于2000年成立了“教育部高等教育出版社土建类系列教材编委会”。

我们编辑出版土木工程系列教材的指导思想是：

1. 紧密结合人才培养模式改革，根据拓宽专业基础、提高综合素质、增强创新能力的要求，调整学生的知识结构。

2. 从各院校调整土建类各专业教学计划出发，加强基础课程到专业课程的有机沟通，用系统的观点和方法建立新的课程体系结构，包括对课程的整合与集成，组织和建设专业核心课程，成套成系列地推出土木工程系列教材。

3. 各门课程教材要具有与本门学科发展相适应的学科水平，以科技进步和社会发展的最新成果充实、更新教材内容，贯彻理论联系实际的原则。

4. 要正确处理继承、借鉴和创新的关系，不能简单地以传统和现代划线，决定取舍，而应根据教学要求进行取舍。继承、借鉴历史和国外的经验，注意研究结合我国的现实情况，择善而从，消化创新。

5. 随着高新技术、特别是数字化和网络化技术的发展，在土木工程系列教材建设中，要充分考虑文字教材与音像、电子、网络教材的综合发展，发挥综合媒体在教学中的优势，提高教学效率。在开发研制教学软件的同时，要注意使文字教材与先进的软件接轨，明确不同形式教材之间的关系是相辅相成、相互补充的。

6. 坚持质量第一。图书是特殊的商品，教材是特殊的图书。教材质量

的优劣直接影响教学质量和教学秩序,最终影响学校人才培养的质量。教材不仅具有传播知识、服务教育、积累文化的功能,也是沟通作者、编辑、读者的桥梁,一定程度上还代表着国家学术文化或学校教学、科研水平。因此,遴选作者、审订教材、贯彻国家标准和规范等方面需严格把关。

为了实现本套教材的指导思想,我们组建了由有丰富的教学经验、有较高的学术水平和学术声望的教师组成的编委会,由编委会研究提出土木工程系列教材的选题及其基础内容与编审原则,并推荐作者。

我们出版本系列教材,旨在为新世纪的土木工程专业学生提供一套经过整合优化的比较系统的专业系列教材,以期为我国的土木工程专业教材建设贡献自己的一份力量。

本系列教材第1版出版之后,在教学实践基础上,将组织修订出版第2版、第3版,希望在不断修订过程中更新内容、消除疏漏,更加适应教学需要。

本系列教材的编写大纲和初稿、修订稿都经过了编委会的审阅,以求教材质量更臻完善。如有疏漏之处,请读者批评指正!

高等教育出版社  
建筑与力学分社  
2006年3月

## 第 2 版前言

本书是 21 世纪之初高等教育出版社出版的“新世纪土木工程系列教材”之一,基于当时的认识及出于良好的愿望,认为 21 世纪土木类本科生应该必须掌握计算力学的基础内容——有限单元法基础。但是近 10 年来本科和研究生教学的实践表明,因高等教育步入大众化发展阶段,当时的认识并不完全适合当前的实际。多次调查表明,除少数一流高校外,各普通高校土木工程专业的培养计划一般都有限单元法列为选修课,而且基本上是任选的选修课。鉴于当前的就业形势和学分制,像弹性力学、有限单元法等课程无疑比结构工程类选修课难学,因此选学这类基础理论类选修课的学生非常少。更有甚者,个别学校为提高考研升学率,对必修课结构力学中基本要求规定掌握的矩阵位移法都放松要求甚至不学,当然他们的学生更不会学习有限单元法这样的选修课。

而另一方面,近年研究生的招生规模和数量增加很快,还新增设了工程应用型硕士生的招生和培养设置。土木、交通、水利工程专业的硕士研究生,一般都有限单元法列为学位课。考虑到上述本科教育的具体情况,本书原来就不要求弹性力学甚至矩阵位移法知识基础这一出发点还是可取的。为了满足本科生和不同层次硕士研究生的使用要求,本次修编着力于以下几点工作:

(1) 在确保理论科学严谨的前提下,尽可能通俗易懂地提供本书所必需的知识,增加部分必要的说明,以期消除学习本教材的困难。

(2) 目前大型商用有限元分析软件的应用已经非常广泛,但是普遍反映对如何建模、如何判断结果和利用结果感到困惑,为此在有限篇幅下尽可能结合一些实例增加这方面的说明。

(3) 为了适应土木、交通、水利工程各专业研究生的教学要求,对第 7 章增加了 T9 型非完全协调单元、考虑剪切变形影响的 Mindlin 板单元、广义协调元基本思想、考虑剪切变形影响的曲面壳体单元和工程分析的若干问题(此部分内容本科生也适用)。

原书的参编者因各种原因,均未参加本次修订,承蒙本书编著者之一焦兆平的委托,修编工作由哈尔滨工业大学单独完成,全书主要由王焕定进行修订,张春巍承担第 7 章新增内容和结合实例讲述建模、判断和利用结果等

方面的工作,全书由王焕定最后定稿。

本书的出版得到高等教育出版社的全力帮助和支持,也得到哈尔滨工业大学土木工程学院领导和国家级力学教学团队的支持,特此深表感谢!

限于我们的能力和水平,书中的不当之处,敬请读者和教师们批评指正。

编 者  
2010. 2. 14



# 第 1 版前言

20 世纪 80 年代以来,我国高等学校纷纷在土木、水利、交通工程和应用理论等专业的本科教育计划中,将有限单元法列为选修课。近 20 年计算机飞速发展,20 世纪 80 年代一台 286 的计算机要卖一万元,而今一台奔腾 III、IV 主频达到 1G 以上的台式计算机只有几千元钱,这就为计算机的普及提供了物质基础。另一方面,20 世纪 80 年代虽开始有一些工程设计部门用计算机出图,但是普及程度很低。现在无论是单位还是个人,很少用图板出施工图。因此,作为 21 世纪土木、水利、交通工程等的工程技术人员,只会使用上市的商用软件作设计,而不懂作为这些计算设计软件核心的有限单元法知识,是不能满足 21 世纪对人才的要求的。基于这样的思想,我们编写了一本集基本理论、原理、方法和程序应用等内容于一书的本科生教材。

本书内容分为七章,包括绪论、变形体虚位移原理、杆系结构单元分析、杆系结构整体分析、弹性力学平面问题有限元、空间问题与轴对称问题以及弹性板壳有限元分析初步。

教育部“高等教育面向 21 世纪的课程体系、教学内容改革的研究和实践”的研究项目。从课程体系、教学内容改革的角度考虑,结构力学课程中包含有矩阵位移法这一要求用计算机计算的必修内容,虽然这一安排有作为传统位移法的直接延拓,学生易于接受的优点,但是当开设有限单元法课程时,直接从弹性力学平面问题有限元分析入手,有限元精华的分片插值思想学生接受就不那么容易了。加之课程安排上的间隙,部分内容的遗忘,就更不利于更好地掌握有限单元法。为进一步改革课程体系和教学内容,同时考虑不同学校、不同教学计划安排都能使用本教材,从本书包含的各章内容可见,在介绍必要基础知识之后,完全按有限单元法的思想、方法安排了杆系结构单元和整体分析的内容。由于杆系结构本身就是由杆件连接而成的,将结构离散成杆件单元集合体是非常自然的。但是,为了建立单元的特性方程,还必须插值构造位移场,而对杆系单元来说,这种位移场又可用多种已掌握的知识得到。因此,通过简单、易理解的杆系问题来掌握有限单元法基本知识是有利的。但是,考虑到如果读者没有在结构力学课程中学习过矩阵位移法,使用本教材组织教学也必须达到结构力学对这部分内容的基本要求,以便对要报考研究生的读者,在不需自学矩阵位移法的情况下也能完成矩阵

位移法试题。对于已经开设过矩阵位移法的学校,从更好理解和掌握有限单元法思想的角度,是否介绍这部分内容,教师可以自行取舍。

本教材配书光盘既有提供学有余力读者选学的内容,也有供读者结合原理、方法学习参考的教学源程序,还有供读者在学习和工程应用中都可使用的计算程序,集原理、应用和部分扩展知识于一体,应该是便于读者学习的。

本书尽力考虑了面向大多数读者,尽可能深入浅出,力求做到概念清晰,层次分明,以便于学习,便于教学。全部内容都配有供学生用程序分析部分习题和作工程计算的教学程序,读者按一般 Windows 应用软件进行安装后,即可学会使用。软件也提供了在线帮助和少量例题(注意:在线帮助的内容光盘上都有相应的 HTML 格式文件,读者用 Word for Windows 打开阅读要比在软件帮助和用浏览器观看来的清楚)。读者也可利用它们掌握程序的应用。近 20 年的教学实践经验表明,只学不练是学不好有限单元法的,阅读程序(最好自行编写或修改程序)、上机应用程序解算问题是十分必要的。

本书由哈尔滨工业大学王焕定教授、广州大学焦兆平教授主编。王焕定负责编写第二章,焦兆平负责编写第一章并提供部分应用程序,其他章节具体分工为:吴庆华,第三、四章;王荣辉,第五章前半部分内容和第七章;孙作玉,第六章和第五章后半部分内容及光盘上的选学部分内容。本书由东南大学单建教授主审,单建教授审阅得认真、细致使作者感动,所提出的十分宝贵的意见和建议,对提高本书质量帮助极大,对此我们深表感谢。

本书得到了哈尔滨工业大学土木工程学院和广州大学的大力支持。在此,对两校的领导深表谢意。

限于作者的能力和水平,书中不当之处敬请读者和教师批评指正。

编著者

2001. 7

# 主要符号表

$A$	微分算子矩阵	$P$	结构综合等效结点荷载矩阵
$B$	形变矩阵	$P_d$	结构直接结点荷载矩阵
$d$	位移列阵(矩阵)	$P_E$	结构等效结点荷载矩阵
$D, D^{-1}$	弹性、柔性矩阵	$q$	分布力
$N, N_i$	形函数矩阵、形函数	$I$	惯性矩
$E$	弹性模量	$I_p$	极惯性矩
$F^e$	单元结点力矩阵	$V_e$	应变能
$F_E^e$	单元等效结点力矩阵	$W$	功
$F_N$	轴力	$\Delta$	结构位移矩阵
$F_P$	集中外力	$\nu$	泊松比
$F_Q$	剪力	$\lambda$	拉梅系数
$G$	切变模量	$\varepsilon$	线应变
$G$	块对角矩阵	$\varepsilon$	应变矩阵
$J, \det J$	雅可比矩阵和雅可比行列式	$\sigma$	应力矩阵
$k^e$	单元刚度矩阵	$\kappa$	曲率
$K$	结构刚度矩阵	$\kappa$	曲率矩阵
$L$	外法线方向余弦矩阵	$\gamma$	剪切角
$M$	弯矩		

# 目 录

## 主要符号表

<b>第 1 章 绪论</b> .....	1
§ 1-1 有限单元法的分析过程 .....	1
§ 1-2 有限单元法发展概况 .....	5
§ 1-3 学习指导 .....	7
<b>第 2 章 变形体虚位移原理</b> .....	9
§ 2-1 弹性力学的基本方程及其矩阵表示 .....	9
2-1-1 平衡(运动)微分方程 .....	10
2-1-2 小变形的几何方程(位移-应变关系) .....	12
2-1-3 边界条件(边界处平衡和协调条件) .....	13
2-1-4 线性弹性体的物理方程(本构关系) .....	14
2-1-5 物理量的矩阵表示 .....	16
2-1-6 弹性力学基本方程的矩阵表示 .....	16
§ 2-2 外力总虚功·虚位移原理表述和证明 .....	16
2-2-1 弹性力学平面问题外力总虚功 .....	17
2-2-2 变形体虚位移原理表述和证明 .....	19
§ 2-3 最小势能原理及里兹法 .....	22
2-3-1 最小势能原理 .....	22
2-3-2 最小势能原理与位移法 .....	23
* 2-3-3 里兹法 .....	25
* § 2-4 结论与讨论 .....	29
2-4-1 主要结论 .....	29
2-4-2 一些讨论 .....	29
习题 .....	30
<b>第 3 章 杆件体系结构单元分析</b> .....	31
§ 3-1 引言 .....	31
3-1-1 关于离散化问题 .....	31
3-1-2 杆件体系结构虚位移原理(虚功方程) .....	33
3-1-3 杆件体系结构总势能表达式 .....	37

§ 3-2 等直杆单元的单元分析	38
3-2-1 拉(压)杆单元	39
3-2-2 扭转杆单元	41
3-2-3 只计弯曲的杆单元	43
3-2-4 考虑轴向变形的弯曲单元——平面自由式单元	46
3-2-5 有约束单元	48
* 3-2-6 空间自由式单元	49
* 3-2-7 考虑剪切时的平面自由式单元	53
* 3-2-8 有刚域单元	56
3-2-9 单元分析小结	58
3-2-10 单元分析举例	59
§ 3-3 杆件体系结构单元分析的物理实质	62
3-3-1 单元刚度矩阵的性质	62
* 3-3-2 单元分析的物理实质	63
* § 3-4 杆件体系结构单元刚度矩阵和等效结点荷载子程序	64
3-4-1 一些公共的自定义数据类型部分	64
3-4-2 单元刚度矩阵子程序(局部坐标系)源程序	65
3-4-3 单元等效结点荷载子程序(局部坐标系)	71
§ 3-5 结论与讨论	78
3-5-1 主要结论	78
3-5-2 一些讨论	79
习题	79
<b>第 4 章 杆件体系结构的整体分析</b>	<b>82</b>
§ 4-1 坐标转换	83
4-1-1 坐标系单位矢量间的转换关系	83
4-1-2 各单元物理量的转换	84
4-1-3 整体单元刚度矩阵举例	87
§ 4-2 结构整体刚度方程	90
* 4-2-1 用最小势能原理进行结构整体分析	90
4-2-2 直接刚度法集装整体刚度方程的规则	93
4-2-3 直接刚度法集装整体刚度方程举例	97
§ 4-3 结构整体刚度矩阵的性质	99
4-3-1 性质	99
4-3-2 元素物理意义	100
§ 4-4 整体分析的物理实质	100
§ 4-5 边界条件处理	101

4-5-1 “划零置一”法 .....	101
4-5-2 乘大数法 .....	101
*4-5-3 斜支承处理 .....	101
§4-6 单元内力的计算 .....	104
4-6-1 单元杆端内力(轴力、剪力、弯矩等)的计算 .....	105
4-6-2 单元内任一截面的内力 .....	105
§4-7 程序调试中关键量的速算方法 .....	106
4-7-1 整体刚度矩阵元素速算方法 .....	106
4-7-2 综合等效结点荷载元素的速算方法 .....	109
4-7-3 已知结构的结点位移求指定单元杆端力的速算方法 .....	112
§4-8 杆件体系结构静力分析程序功能及力学建模的简要说明 .....	114
*4-8-1 杆件体系结构静力分析程序功能的简要说明 .....	114
4-8-2 杆件体系结构静力分析力学建模的简要说明 .....	115
§4-9 结论与讨论 .....	118
4-9-1 主要结论 .....	118
4-9-2 一些讨论 .....	119
习题 .....	119
<b>第 5 章 平面问题有限元分析 .....</b>	<b>122</b>
§5-1 引言 .....	122
5-1-1 结构离散化 .....	122
5-1-2 平面问题的总势能表达式 .....	123
§5-2 常应变三角形单元 .....	124
5-2-1 单元结点位移和结点力 .....	124
5-2-2 用面积坐标建立单元位移场 .....	125
5-2-3 基于最小势能原理的单元分析 .....	128
5-2-4 计算实例 .....	133
5-2-5 收敛准则 .....	134
§5-3 矩形双线性单元 .....	136
5-3-1 用正则坐标建立单元位移场 .....	136
5-3-2 应变矩阵和应力矩阵 .....	138
5-3-3 单元刚度矩阵和单元等效荷载矩阵 .....	138
5-3-4 计算结果整理 .....	139
5-3-5 计算实例 .....	140
§5-4 平面问题计算程序 PSTE 的简要说明 .....	141
§5-5 平面等参数单元 .....	142
5-5-1 基本概念 .....	142

5-5-2	几种常用单元描述和位移模式 .....	146
5-5-3	等参元单元特性分析 .....	150
5-5-4	数值积分 .....	155
5-5-5	作等参元分析时必须注意的事项 .....	158
5-5-6	计算实例 .....	160
5-5-7	二维和三维弹性分析计算程序简要说明 .....	160
* § 5-6	Wilson 非协调元 .....	174
5-6-1	双线性单元计算纯弯曲问题的误差 .....	174
5-6-2	Wilson 非协调元表述 .....	175
5-6-3	Wilson 非协调元的收敛性 .....	176
§ 5-7	结论与讨论 .....	176
5-7-1	主要结论 .....	176
5-7-2	一些讨论 .....	177
习题	.....	178
<b>第 6 章</b>	<b>空间问题与轴对称问题 .....</b>	<b>180</b>
§ 6-1	空间问题 .....	181
6-1-1	常应变四面体单元 .....	181
6-1-2	其他单元形式形函数 .....	190
6-1-3	三维等参元单元分析 .....	191
6-1-4	算例 .....	193
§ 6-2	轴对称问题 .....	194
6-2-1	离散化 .....	194
6-2-2	三角形环单元 .....	194
§ 6-3	结论与讨论 .....	206
6-3-1	主要结论 .....	206
6-3-2	一些讨论 .....	207
习题	.....	208
<b>第 7 章</b>	<b>弹性板壳有限元分析初步 .....</b>	<b>210</b>
§ 7-1	弹性薄板基本理论 .....	210
§ 7-2	矩形(12 自由度)薄板单元分析 .....	213
7-2-1	单元位移场建立 .....	213
7-2-2	非完全协调元的收敛性准则 .....	216
7-2-3	单元分析 .....	217
§ 7-3	柱壳分析的矩形平面壳体单元 .....	222
7-3-1	单元分析(局部坐标) .....	223

7-3-2	坐标转换问题 .....	224
7-3-3	用平面壳体单元进行壳体分析的步骤 .....	225
* § 7-4	9 自由度三角形薄板弯曲单元 .....	227
7-4-1	位移模式问题 .....	227
7-4-2	单元分析 .....	231
7-4-3	斜边界已知位移的处理 .....	235
7-4-4	算例 .....	235
7-4-5	关于曲率修匀问题 .....	237
* § 7-5	考虑横向剪切变形影响的薄板弯曲单元 .....	238
7-5-1	8 结点 Hencky 板单元的位移模式 .....	240
7-5-2	8 结点 Hencky 板单元的列式 .....	241
7-5-3	考虑剪切变形的板弯曲教学程序 TPBP .....	244
7-5-4	算例 .....	244
* § 7-6	广义协调板单元基本思想 .....	246
7-6-1	概述 .....	246
7-6-2	矩形薄板广义协调元 RGC-12 .....	247
7-6-3	广义协调元 RGC-12 举例 .....	250
* § 7-7	考虑横向剪切变形影响的曲面壳体单元 .....	251
7-7-1	单元几何形状确定 .....	251
7-7-2	位移模式 .....	252
7-7-3	应变计算 .....	254
7-7-4	弹性矩阵的变换 .....	258
7-7-5	应力计算 .....	259
7-7-6	单元刚度矩阵 .....	260
7-7-7	单元等效结点荷载矩阵 .....	260
7-7-8	几点说明 .....	261
§ 7-8	实际结构分析中的若干问题 .....	261
7-8-1	组合结构分析的位移变换问题 .....	262
* 7-8-2	子结构方法分析 .....	265
7-8-3	一般性位移约束的处理 .....	268
§ 7-9	结论与讨论 .....	270
7-9-1	主要结论 .....	270
7-9-2	一些讨论 .....	271
	习题 .....	272
	<b>主要参考文献</b> .....	<b>273</b>



# 第 1 章

## 绪 论

有限单元法最初作为结构力学位移法的拓展,它的基本思路就是将复杂的结构看成由有限个单元仅在结点处连接的整体,首先对每一个单元分析其特性,建立相关物理量之间的相互联系。然后,依据单元之间的联系,再将各单元组装成整体,从而获得整体特性方程,再应用方程相应的解法,即可完成整个问题的分析。这种先“化整为零”,然后再“集零为整”和“化未知为已知”的研究方法,是有普遍意义的。

有限单元法作为一种近似的(除杆件体系结构静力分析外)数值分析方法,它借助于矩阵等数学工具,尽管计算工作量很大,但是整个分析是一致的,有很强的规律性和统一模式,因此特别适合于编制计算机程序来处理。一般来说,一定前提条件下分析的近似性,随着离散化网格的不断细化,计算精度也随之得到改善。所以,随着计算机硬件、软件技术的飞速发展,有限单元分析技术得到了越来越多的应用,40 多年来的发展几乎涉及了各类科学、工程领域中的问题。从应用的深度和广度来看,有限单元法的研究和应用正继续不断地向前探索和推进。

学习有限单元法当然首先要掌握其基本原理,但更重要的是要学会应用。这就必须掌握以下两方面的知识:如何建模,如何判断计算结果正确与否及如何利用计算成果。此外,谈到应用自然涉及计算程序,现在各学校都已购买诸如 ANSYS、NASTRAN、SAP、ABAQUS、ADINA 等大型有限元商用软件,读者应该在学习原理的同时结合具体软件使用手册逐步学会应用。

作为绪论,初次接触有限单元法的读者对其中一些内容难以理解是正常的。因此,读者对本章内容的学习,只要了解本课程主要内容及学习中应注意的问题即可。

### § 1-1 有限单元法的分析过程

土木工程、岩土工程等学科中的弹塑性、粘弹性、粘塑性力学,水利、码头工