



世纪高等教育规划教材

# 理论力学教程

焦永树 范慕辉



机械工业出版社  
CHINA MACHINE PRESS

## 机械工业出版社现有本科力学教材(部分)

书名	主要作者	书号	备注
工程力学 (工程静力学与材料力学)(第2版)	范钦珊 蔡新	10407	面向21世纪教材 含1CD 用于工程管理类专业
工程力学	范钦珊 蔡新 陈建平	20896	工程力学少学时各专业 含1CD
工程力学基础	徐博侯 陶伟明 应祖光	24489	用于机械、土木工程专业
工程力学 教程篇(第2版)	周松鹤 徐烈煊	11314	“十一五”国家级规划教材
工程力学 导学篇(第2版)	王斌耀 顾惠琳	11441	“十一五”国家级规划教材
工程力学(第3版)	张秉荣	05175	用于一般院校
工程力学自学与解题指南	宋小壮 等	12684	与工程力学(第3版)配套
工程力学	莫胥依	30916	非机、非土类中少学时
理论力学(第2版)	贾启芬 刘习军	10505	“十一五”国家级规划教材
Maple理论力学	李银山	18404	“十一五”国家级规划教材
理论力学	朱炳麒 等	09028	用于一般院校
理论力学(第2版)	王月梅 等	29284	用于一般院校
理论力学	王志伟 马明江	19039	侧重土木工程方向
理论力学	肖明葵 等	21841	侧重土木工程方向
理论力学	唐国兴 王永廉	24176	普通高等教育规划教材
理论力学	顾晓勤 谭朝阳	30983	应用型本科
理论力学教程	焦永树 范慕辉	31226	21世纪高等教育规划教材
理论力学辅导与训练	唐晓雯	31350	学习指导与考研
新编材料力学(第2版)	张少实 等	27651	“十一五”国家级规划教材
材料力学Ⅰ、Ⅱ	杨伯源 等	09701/09999	侧重土木工程方向
材料力学	赵志岗 等	12139	侧重机械工程方向
材料力学(第2版)	聂毓琴 孟广伟	13760	侧重机械工程方向
材料力学教程	刘庆潭 等	18503	侧重土木工程方向 含1CD
材料力学Ⅰ、Ⅱ(第2版)	金忠谋 等	16268/16724	“十一五”国家级规划教材
材料力学	王永廉	24563	普通高等教育规划教材
材料力学教程	范慕辉 焦永树	29217	21世纪高等教育规划教材
工程力学实验	赵志岗 等	22070	“十一五”国家级规划教材 含1DVD
Maple材料力学	李银山 等	25467	普通高等教育规划教材
建筑力学	刘成云 等	17498	侧重建筑工程管理类专业
结构力学Ⅰ、Ⅱ	萧允徽 张来仪 等	19638/20784	“十一五”国家级规划教材
流体力学(第3版)	罗惕乾 等	06870	“十一五”国家级规划教材
结构理论(原书第2版)	S. P. 铁木辛柯	16205	中文译本
流体力学及其工程应用 (原书第10版)	E. 约翰芬纳莫尔 约瑟夫B. 弗朗兹尼	17723	中文译本
计算流体力学基础及其应用	J. D. 安德森	19393	中文译本
流体力学(原书第3版)	C. Potter D. C. Wiggert	11997	英文影印本
材料力学(原书第5版)	James M. Gere	11042	英文影印本

ISBN 978-7-111-31226-0

策划编辑：姜凤

封面设计：路恩中

ISBN 978-7-111-31226-0

地址：北京市百万庄大街22号  
电话服务  
社服务中心：(010)88361066  
销售一部：(010)68326294  
销售二部：(010)88379649  
读者服务部：(010)68993821

邮政编码：100037  
网络服务  
门户网：<http://www.cmpbook.com>  
教材网：<http://www.cmpedu.com>  
封面无防伪标识均为盗版

定价：28.00元



9 787111 312260 >

21世纪高等教育规划教材

# 理 论 力 学 教 程

主编 焦永树 范慕辉

参编 李银山 桑建兵 马玉英

李晓雷 贾海朋

|



机 械 工 业 出 版 社

本书是根据教育部高等学校力学基础课程教学指导分委员会最新颁布的《高等学校工科理论力学课程教学基本要求》(A类)编写的多学时理论力学教材。

全书除绪论外共3篇14章。第1篇静力学，包括静力学公理与物体受力分析、平面汇交力系和平面力偶系、平面任意力系、空间力系。第2篇运动学，包括点的一般运动与刚体的基本运动、点的复合运动、刚体的平面运动。第3篇动力学，包括动量定理、动量矩定理、动能定理、达朗贝尔原理、虚位移原理、机械振动基础和碰撞。每章后配有思考题和习题，书末附有习题答案。

本书配有免费电子课件，欢迎选用本书作教材的老师登录[www.cmpedu.com](http://www.cmpedu.com)注册下载或发邮件到[ajiang2001@sina.com](mailto:ajiang2001@sina.com)索取。

本书适用于省级重点和一般院校机械类、土木类工科各专业本科生使用，也可作为独立学院工本、三本工科相关专业的教学参考书。

## 图书在版编目(CIP)数据

理论力学教程/焦永树，范慕辉主编. —北京：机械工业出版社，2010.7  
21世纪高等教育规划教材  
ISBN 978 - 7 - 111 - 31226 - 0

I. ①理… II. ①焦…②范… III. ①理论力学—高等学校—教材 IV. ①031

中国版本图书馆CIP数据核字(2010)第129442号

机械工业出版社(北京市百万庄大街22号 邮政编码100037)

策划编辑：姜凤 责任编辑：任正一

版式设计：霍永明 责任校对：吴美英

封面设计：路恩中 责任印制：李妍

北京诚信伟业印刷有限公司印刷

2010年8月第1版·第1次印刷

169mm×239mm·18·75印张·374千字

标准书号：ISBN 978 - 7 - 111 - 31226 - 0

定价：28.00元

凡购本书，如有缺页、倒页、脱页，由本社发行部调换

电话服务

网络服务

社服务中心：(010)88361066

门户网：<http://www.cmpbook.com>

销售一部：(010)68326294

教材网：<http://www.cmpedu.com>

销售二部：(010)88379649

封面无防伪标均为盗版

读者服务部：(010)68993821

## 前　　言

本书是河北省精品课程“工程力学”配套教材之一，是根据教育部高等学校力学基础课程教学指导分委员会新近颁布的《高等学校工科理论力学课程教学基本要求》(A类)，针对省级重点院校和一般院校编写的多学时理论力学教材。全书以工程实际为背景，注重物理概念的建立，强化力学建模能力和解决工程实际问题能力的培养。本书适用于省级重点和一般院校机械类、土木类工科各专业本科生使用，也可作为独立学院二本、三本工科相关专业的教学参考书。

本书凝聚了编者多年从事理论力学教学的经验和体会，在内容的编排、概念的阐述、例题习题的选取和课件的制作等各方面都作了新的尝试和探索。在保证教学内容系统性、逻辑性和完整性基础上，力求做到“够用”、“实用”、“好用”。够用——满足教育部高等学校力学基础课程教学指导分委员会新近颁布的《高等学校工科理论力学课程教学基本要求》(A类)，并对部分内容略有扩展；实用——针对省级重点和一般院校的培养目标和师生情况，突出工程概念，紧密联系实际，真正学以致用；好用——结构设计、内容编排、例题习题的选取符合教学规律和要求，用起来得心应手。

在编写中，编者力求做到语言精练、结构清晰、阐述透彻、重点突出、难点分散、例题典型。为了课堂教学的需要，书中各章都精选了与教学内容相关的思考题，可作为课堂讨论和课后复习之用。各章习题均按照易、中、难三个层次编排，教学适应性好。另外，编者制作了与本书配套的电子教案，可免费提供给选用本书的教师使用。

参加本书编写工作的有：焦永树（绪论和第3、4、14章），范慕辉（第11、12章），李银山（第6、7章），马玉英（第5、10章），桑建兵（第8、9章），李晓雷（第1、2章），贾海朋（第13章）。本书的电子教案由贾海朋、李晓雷、马玉英和桑建兵共同完成。书中的插图由范慕辉绘制。全书由焦永树、范慕辉统稿。

本书承蒙天津城市建设学院王永跃教授主审，在此致以深深的谢意。

由于编者水平所限，书中难免有不妥之处，恳请使用本教材的师生和读者批评指正。

编　者  
2010年7月

# 目 录

## 前言 绪论

## 第1篇 静 力 学

### 第1章 静力学公理与物体

#### 受力分析 ..... 4

- 1.1 静力学的基本概念 ..... 4  
1.2 静力学公理 ..... 5  
1.3 约束和约束力 ..... 9  
1.4 物体的受力分析与受力图 ..... 13  
思考题 ..... 16  
习题 ..... 17

### 第2章 平面汇交力系和平

#### 面力偶系 ..... 20

- 2.1 平面汇交力系合成与平衡  
的几何法 ..... 20  
2.2 平面汇交力系合成与平衡  
的解析法 ..... 23  
2.3 力矩与力偶 ..... 26  
2.4 平面力偶系的合成与平衡 ..... 29  
思考题 ..... 32  
习题 ..... 33

### 第3章 平面任意力系 ..... 37

## 第2篇 运

### 第5章 点的一般运动与刚体的 基本运动 ..... 94

- 5.1 描述点运动的矢量法 ..... 94  
5.2 描述点运动的直角坐  
标法 ..... 95  
5.3 描述点运动的自然坐  
标法 ..... 97

#### 3.1 平面任意力系的简化 ..... 37

- 3.2 平面任意力系简化结果的  
分析 ..... 40  
3.3 平面任意力系的平衡 ..... 43  
3.4 物体系统的平衡问题 ..... 47  
3.5 平面桁架 ..... 52  
3.6 考虑摩擦时物体的平衡问题 ..... 55  
思考题 ..... 62  
习题 ..... 63

### 第4章 空间力系 ..... 69

- 4.1 空间汇交力系的合成与平衡 ..... 69  
4.2 力对点的矩与力对轴的矩 ..... 72  
4.3 空间力偶系 ..... 75  
4.4 空间任意力系的简化 ..... 77  
4.5 空间任意力系简化结果的分析 ..... 79  
4.6 空间任意力系的平衡 ..... 80  
4.7 重心和形心 ..... 83  
思考题 ..... 88  
习题 ..... 88

## 动 学

### 5.4 刚体的平行移动 ..... 102

- 5.5 刚体的定轴转动 ..... 104  
思考题 ..... 110  
习题 ..... 111

### 第6章 点的复合运动 ..... 115

- 6.1 点的复合运动中的基本  
概念 ..... 115

6.2 点的速度合成定理 .....	116	7.1 刚体平面运动的分解 .....	132
6.3 牵连运动为平行移动时的加速度合成定理 .....	120	7.2 平面运动的速度分析 .....	133
6.4 牵连运动为定轴转动时的加速度合成定理 .....	121	7.3 平面运动的加速度分析 .....	139
思考题 .....	126	7.4 运动分析方法的综合应用 .....	142
习题 .....	127	思考题 .....	145
<b>第7章 刚体的平面运动</b> .....	<b>132</b>	习题 .....	146
<b>第3篇 动力学</b>			
<b>第8章 动量定理</b> .....	<b>152</b>	<b>第11章 达朗贝尔原理</b> .....	<b>212</b>
8.1 动量与冲量 .....	152	11.1 质点的达朗贝尔原理 .....	212
8.2 动量定理 .....	154	11.2 质点系的达朗贝尔原理 .....	213
8.3 质心运动定理 .....	159	11.3 刚体惯性力系的简化 .....	216
思考题 .....	161	11.4 绕定轴转动刚体的轴承运动约束力 .....	223
习题 .....	161	思考题 .....	227
<b>第9章 动量矩定理</b> .....	<b>164</b>	习题 .....	227
9.1 动量矩 .....	164	<b>第12章 虚位移原理</b> .....	<b>233</b>
9.2 动量矩定理 .....	165	12.1 基本概念 .....	233
9.3 刚体绕定轴转动的微分方程 .....	170	12.2 虚位移 虚功 .....	236
9.4 刚体对轴的转动惯量 .....	173	12.3 虚位移原理 .....	237
9.5 质点系相对质心的动量矩定理 .....	177	12.4 虚位移原理的应用 .....	238
9.6 刚体的平面运动微分方程 .....	179	思考题 .....	245
思考题 .....	181	习题 .....	245
习题 .....	181	<b>第13章 机械振动基础</b> .....	<b>250</b>
<b>第10章 动能定理</b> .....	<b>185</b>	13.1 振动的基本概念 .....	250
10.1 力的功 .....	185	13.2 单自由度系统的无阻尼自由振动 .....	250
10.2 系统的动能 .....	191	13.3 单自由度系统的有阻尼自由振动 .....	254
10.3 动能定理 .....	193	13.4 单自由度系统的无阻尼受迫振动 .....	257
10.4 功率 功率方程 .....	199	13.5 单自由度系统的有阻尼受迫振动 .....	258
10.5 势力场 势能 机械能 守恒定律 .....	202	13.6 转轴的临界转速 .....	261
10.6 动力学普遍定理的综合应用 .....	203	13.7 减振和隔振的概念 .....	263
思考题 .....	206	思考题 .....	266
习题 .....	207		

---

习题	267	14.4 撞击中心的概念	279
<b>第14章 碰撞</b>	<b>271</b>	思考题	280
14.1 碰撞现象的特征与分类	271	习题	280
14.2 碰撞过程的适用定理	272	<b>习题答案</b>	<b>284</b>
14.3 恢复因数与动能损失	273	参考文献	293

# 绪 论

## 0.1 理论力学的研究对象

理论力学是研究物体机械运动一般规律的一门学科，也是高等院校许多工科专业都要设置的一门重要的技术基础理论课程。

机械运动是指物体在空间的位置随时间发生变化的现象，它是自然界各种运动形态中最常见、最简单的运动形式。天体的运行、交通工具的行驶、机器的运转等都属于机械运动。物体平衡是机械运动的一种特殊形态。

理论力学以牛顿定律为基础，属于古典力学的范畴。它的科学体系形成于 15~17 世纪，并在 18~19 世纪得到不断完善而趋于成熟。在 20 世纪初，近代物理学的研究发现，古典力学理论仅适用于研究宏观物体的低速运动。当分析接近光速的物体运动时，只有用相对论力学才能正确地揭示质量与时间、空间以及能量之间的关系；当描述微观粒子的运动时，古典力学已被量子力学所取代。尽管古典力学有一定的局限性，但在一般的工程技术问题中，甚至包括一些尖端科学（如宇宙航行）在内的许多工程领域内，古典力学仍起着不可替代的作用。

理论力学课程的基本内容包括以下三个部分：

静力学——研究物体的平衡规律及力系的简化方法。

运动学——从几何角度（运动规律、轨迹、速度和加速度等）研究物体运动的性质，而不考虑物体运动的原因。

动力学——研究物体运动状态的变化与作用力的关系。

## 0.2 理论力学的研究方法

在理论力学的理论体系形成过程中，抽象化和数学演绎这两种方法起着至关重要的作用。所谓抽象化，就是根据所研究问题的性质，抓住起决定作用的主要因素，撇开次要的、偶然的因素，提出一些最基本的概念和公理，从而更准确地把握事物的本质，揭示事物的内部联系。例如，在研究人造卫星绕地球运行的轨道、周期等问题时，可以不考虑卫星的大小和形状，而将其抽象为一个质点；在分析车辆在路面上的行驶规律时，往往忽略车辆的变形，而将其简化为刚体……。正确的抽象不是脱离实际，而是更深刻地接近实际。所谓数学演绎，就是基于抽象化的概念

和公理，结合研究对象的具体条件，经过数学演绎和推理，得出各种形式的定理和结论，从而形成系统的理论体系。理论力学中的许多定理，都是在牛顿定律的基础上，经过严密的数学推理得到的。

## 0.3 理论力学的现代发展

理论力学不仅在历史上对许多传统工业，如机械制造、房屋建筑、交通运输、采矿、冶金、水利工程等发挥了重要的指导作用，而且在近几十年来，由于现代机械向高速、高效和精密方向发展，对旋转机械的质量平衡、结构振动乃至运动稳定性的要求也越来越高，这些都推动着理论力学近代理论的发展。于是，诸如非线性振动、非线性动力学、陀螺理论以及宇航力学等新兴学科都取得了迅速发展。除此以外，近年来还出现一些与力学相关的交叉学科，如力学与生物学相结合的生物力学，力学与声学相结合的噪声理论，力学与电磁学相结合的电磁流体力学等等。由此可见，虽然理论力学是一门发展较早的学科，但随着科学技术的不断进步，理论力学也必然会取得新的发展，在我国社会主义现代化建设中发挥越来越重要的作用。

## 0.4 学习理论力学的目的

理论力学是许多工程技术的重要理论基础。学习本课程的主要目的，一是运用力学的基本原理直接解决工程实际问题；二是为后继课程，如材料力学、结构力学、弹性力学、机械原理、机械零件等提供必要的理论基础；三是通过本课程的学习，培养科学的思维方法，以提高发现问题、分析问题和解决问题的能力。

# 第1篇 静 力 学

静力学是研究刚体在外力作用下平衡规律的一门学科。静力学理论是对机械零件和结构构件进行受力分析和计算的基础，在工程技术中有着广泛的应用。

所谓刚体，是指在力的作用下不变形的物体。实际上，任何物体受力后或多或少都会发生变形，但是许多物体的变形与其原始尺寸相比十分微小，对静力学所研究的问题而言，略去变形不会对研究结果产生显著的影响，并能大大减小问题的复杂程度。因此，把所研究的物体抽象为刚体不仅是合理的，而且也是必要的。

所谓平衡，是物体机械运动的一种特殊状态。当物体相对于惯性参考系静止或作匀速直线运动时，则称物体处于平衡状态。要使物体保持平衡状态，作用于物体上的力就要满足一定的条件。静力学研究物体在各种力系作用下的平衡条件，并应用这些条件解决工程技术问题。有时，为了便于分析各种力系对于物体的作用效应，常常需要将力系进行简化，使其变为另一个与其作用效应相同的等效力系，这也是静力学的研究内容之一。

静力学理论是建立在静力学公理基础之上的。静力学公理是人们关于力的基本性质的概括和总结，是经过长期实践并经反复验证的普遍规律，它不能为更简单的原理所取代，也无需证明而为大家所公认。

# 第1章 静力学公理与物体受力分析

## 1.1 静力学的基本概念

静力学是研究物体在力系作用下平衡规律的学科。

力，是物体间相互的机械作用。例如，用手推车，手臂肌肉会感觉到力，小车受力后会由静止开始运动；汽锤锻打工件，工件在锻锤的打击力作用下会发生变形……。物体之间因相互的机械作用而产生了力。物体受到力的作用后，一方面可改变运动状态，另一方面也可改变物体的形状。前者称为力的外效应或运动效应，后者称为力的内效应或变形效应。

力的大小、方向和作用点称为力的三要素。力是定位矢量，可用有向线段表示（图 1-1）。线段的长度按一定比例尺表示力的大小；线段的方位和箭头的指向表示力的方向；线段的起点（或终点）表示力的作用点，与线段重合的直线表示力的作用线。在静力学部分，力矢量用黑体字母（如  $F$ ）表示，而力的大小用普通字母（如  $F$ ）表示。在国际单位制（SI）中，力的单位是牛顿（N），或千牛顿（kN）。

作用于物体上的一组力称为力系。

刚体，是指在力的作用下，大小和形状都保持不变的物体。其特征是物体内部任意两点之间的距离始终保持不变。刚体是一个理想化的力学模型。虽然现实世界中并无刚体存在，但工程实际中的一般构件，在力的作用下变形极其微小，在一定条件下，可以忽略不计，认为物体是不变形的。

静力学中所研究的对象主要是刚体，因此，静力学也称为刚体静力学。

平衡，是指物体相对于惯性参考系（如地面）保持静止或作匀速直线运动的状态。平衡是机械运动的特殊情况。当物体处于平衡状态时，作用于物体上的各种力系所应满足的条件，称为平衡条件。

静力学主要研究以下三方面的内容：

### 1. 物体的受力分析

分析所研究物体的受力情况，包括各力的大小、方向及其作用位置。

### 2. 力系的简化

将作用在物体上的一个复杂力系用另一个与它等效的简单力系来代替，称为力

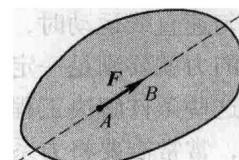


图 1-1

系的简化。如果一个力与一个力系等效，则此力称为该力系的合力。该力系中的各力称为合力的分力。

### 3. 力系平衡条件的建立及其应用

研究作用在物体上的各种力系平衡所需满足的条件。

力系按其作用线分布情况的不同可分为下列几种：所有力的作用线都在同一平面内分布时称为平面力系，在空间分布时称为空间力系；力的作用线汇交于同一点时称为汇交力系，而互相平行时称为平行力系。满足平衡条件的力系称为平衡力系。力系的平衡条件在工程中有着十分重要的意义，是设计结构、构件和机械零件时静力计算的基础。因此，静力学在工程中有着广泛的应用。

## 1.2 静力学公理

静力学公理是关于力的基本性质的概括和总结，是研究力系简化和力系平衡的理论基础。刚体静力学理论是建立在静力学公理基础之上的。

### 公理1 二力平衡公理

作用于刚体上的两个力，使刚体保持平衡的必要与充分条件是：这两个力大小相等、方向相反，且作用在同一直线上。

这个公理揭示了作用于物体上的最简单力系在平衡时所必须满足的条件，它是静力学中最基本的平衡条件。对于刚体在图1-2a、b所示两种受力情况下，二力平衡条件是必要与充分条件。而对于变形体，该条件只是必要条件，而非充分条件，例如绳索在其两端受两个等值反向共线的拉力作用时可以保持平衡（图1-2c），而受压时则不能平衡（图1-2d）。

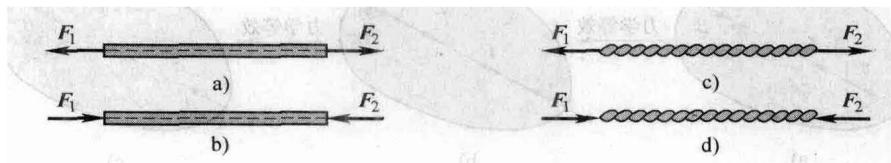


图 1-2

工程实际中经常遇到只受两个力作用而平衡的构件，称为二力构件，又称为二力杆或二力体。二力构件不一定都是直杆，也可能是弯杆或其他形状的物体，图1-3给出了几种常见的二力构件的形式。由公理1可知，它们的受力特点是：两个力的作用线与这两个力作用点的连线重合。

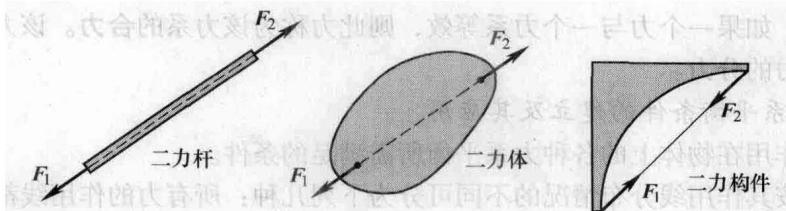


图 1-3

## 公理 2 加减平衡力系公理

在作用于刚体的已知力系上添加或减去任意的平衡力系，并不改变原力系对刚体的作用效应。

如果两个力系只相差一个或几个平衡力系，则它们对刚体的效应是相同的。这个公理是研究力系简化的重要理论依据。根据这一公理可以得出如下推论。

### 推论 1 力的可传性原理

作用于刚体上某点的力，可以沿其作用线滑移到刚体内任意一点，而不改变该力对刚体的作用。

**证明** 设在刚体上的  $A$  点处作用一力  $F$ ，如图 1-4a 所示。根据加减平衡力系公理，可在力的作用线上任一点  $B$  加上一对相互平衡的力  $F_1$  和  $F_2$ ，且使  $F_2 = -F_1 = F$ （图 1-4b）。由于力  $F$  和  $F_1$  也是一个平衡力系，故可去掉。这样作用在刚体上的力只剩下  $F_2$ （图 1-4c），于是原来的力  $F$  沿其作用线移到了  $B$  点。显然它与原来作用于  $A$  点的力  $F$  等效。

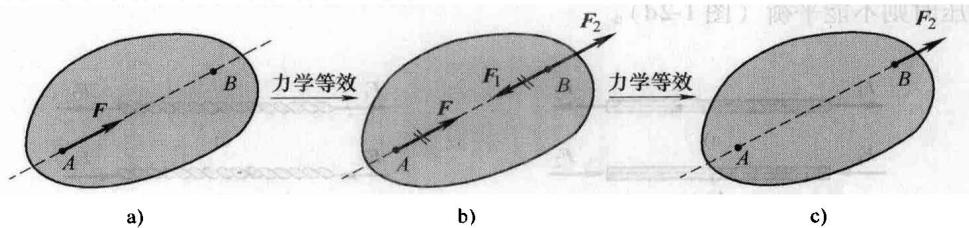


图 1-4

因此，对于刚体来说，力可以沿其作用线移动，这种矢量称为滑动矢量，作用于刚体上力的三要素变成大小、方向和作用线。

应该指出，加减平衡力系公理以及力的可传性原理只适用于对刚体的受力分析，而对于变形体，尽管加减平衡力系或将力沿作用线移动并不改变其对物体的外效应，但会改变物体的内效应，即会改变物体的变形或物体内部的受力情况。

### 公理3 力的平行四边形法则

作用在刚体上同一点的两个力，可以合成为一个合力。合力的作用点仍在该点，合力的大小和方向则由以这两个力为邻边构成的平行四边形的对角线来确定（图1-5a）。

设在物体上A点处有 $F_1$ 与 $F_2$ 作用，以 $F_R$ 表示其合力，其矢量式为

$$\mathbf{F}_R = \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2$$

即合力 $F_R$ 等于这两个力矢量 $F_1$ 和 $F_2$ 的矢量和。这个公理是复杂力系简化的基础。

从图1-5a可以看到，欲求合力 $F_R$ ，无需作出整个平行四边形，可通过力三角形求两汇交力的合力，如图1-5b、c所示。这种求合力矢量的方法称为力的三角形法则。作力三角形时，应当遵循：

1) 分力矢量首尾相接，因为合力矢与两分力矢的作图先后次序无关，所以次序可以改变；

2) 合力矢量是从第一个分力矢量的起点指向最后一个分力矢量的终点。

应当指出，力三角形只表明各力的矢，并不表示其作用点的位置。

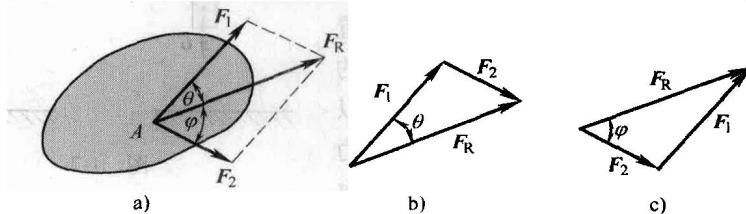


图 1-5

根据这个公理也可以将一个力矢分解为作用于同一点的两个分力。这样的分解可以有无穷多个结果，通常要根据实际需要分解为方向已知的两个分力，特别是分解为方向相互垂直的两个力，这种分解称为正交分解。

### 推论2 三力平衡汇交定理

当刚体受到三个力的作用而保持平衡时，若其中任两个力的作用线汇交于一点，则第三个力的作用线亦必通过该交点，且此三个力的作用线必在同一平面内。该定理给出了不平行的三个力平衡的必要条件。

证明 如图1-6所示刚体，在A、B、C点处分别作用着力 $F_1$ 、 $F_2$ 和 $F_3$ ，该三个力组成平衡力系。设力 $F_1$ 和 $F_2$ 的作用线相交于点O。根据力的可传性原

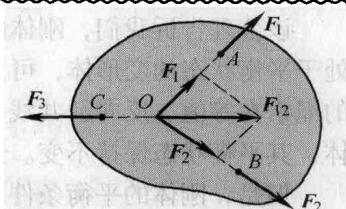


图 1-6

理，将力  $F_1$  和  $F_2$  移到汇交  $O$  点。再根据力的平行四边形法则，求得其合力  $F_{12}$ ，则力  $F_3$  应与  $F_{12}$  平衡。由于二力平衡必共线，所以，力  $F_3$  必定通过力  $F_1$  和  $F_2$  的交点  $O$ ，且与力  $F_1$  和  $F_2$  共面。

#### 公理 4 作用与反作用定律

两物体间的作用力与反作用力总是同时存在，两力的大小相等，方向相反，沿同一直线，分别作用在两个相互作用的物体上。若用  $F$  表示作用力， $F'$  表示反作用力，则

$$F = -F'$$

这个公理概括了自然界中物体间相互作用力的关系，表明一切力总是成对出现的，有作用力必有反作用力，它们总是同时产生、同时消失。作用与反作用定律是分析物体受力时必须遵循的原则，为研究从一个物体过渡到多个物体的物体系统问题提供了基础。

应当注意，虽然作用力与反作用力大小相等、方向相反且沿同一直线，但与二力平衡条件不同，作用力与反作用力分别作用在两个不同的物体上。例如，在图 1-7 所示的提升装置中， $G$  是重物所受的重力， $F$  是绳索给重物的作用力，因为这两个力都作用在重物上，所以它们不是作用力和反作用力的关系，而是二力平衡关系。由于一切力都是成对出现的， $F$  也必然有反作用力与之同时存在， $F$  为绳索给重物的力，那么它的反作用力必然是重物对绳索的力  $F'$ ，它与  $F$  大小相等、方向相反、沿同一直线，但作用在绳索上。而  $G$  的反作用力为重物对地球的吸引力  $G'$ ，该力作用在地球上，与  $G$  大小相等、方向相反、共线。

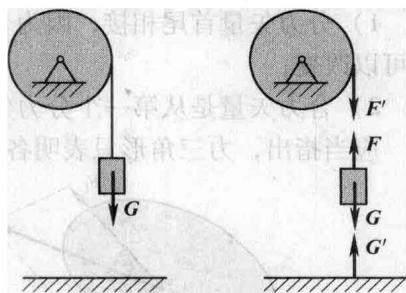


图 1-7

#### 公理 5 刚化公理

如果变形体在某已知力系作用下处于平衡状态，则将此变形体刚化为刚体，该物体仍保持平衡。

该公理告诉我们，刚体的平衡条件对于变形体来说，也是必要条件。因此，对处于平衡状态的变形体，可用刚体静力学的平衡理论进行研究。例如，图 1-2c 中的绳索在等值、反向、共线的两个拉力作用下处于平衡状态，如将绳索刚化为刚体，其平衡状态保持不变。这个公理建立了刚体力学与变形体力学之间的联系。

但是，刚体的平衡条件对于变形体来说不是充分条件。如刚体在两个等值反向的压力作用下平衡，将它换成绳索后（图 1-2d）就不能平衡了。这说明对于变形

体的平衡来说，除了要满足刚体静力学的平衡条件外，还应当满足与变形有关的某些附加条件。

## 1.3 约束和约束力

### 1.3.1 基本概念

(1) 自由体 凡在空间可以作任意运动，位移不受限制的物体称为**自由体**。例如，飞行中的飞机、火箭和出膛的子弹等，它们在空间的位移不受任何限制，都可以视为自由体。

(2) 非自由体 工程实际中受到周围物体的阻碍，位移受到限制的物体称为**非自由体**。例如，行驶的机车受到铁轨的限制，旋转的电动机受到轴承的限制，起吊的重物受到钢索的限制等，它们都是非自由体。

(3) 约束 对于非自由体的运动（位移和速度）所施加的限制条件称为**约束**。为满足工程的需要，对于实际应用的工程构件，都要施加适当的约束，以使工程机构或结构能按照所设计的方式运行或承受载荷。约束的限制条件总是由被约束物体周围的其他物体构成，因此，也将构成约束的周围物体称为**约束体**。

凡只能阻止物体沿某一方向运动而不能阻止其沿相反方向运动的约束称为**单面约束**，否则为**双面约束**。

(4) 约束力 约束对物体运动的限制作用，是通过相互接触的方式并施加力的作用来实现的。这种作用力称为**约束力**。不同于使物体运动或产生运动趋势的主动力，约束力是一种被动力，其大小通常未知，取决于约束本身的性质、作用于物体上的主动力以及物体的运动状态等，可由平衡条件求得。由于约束是通过约束体与物体间相互接触来实现的，约束力的作用点在物体与约束体接触处，其方向总是与约束所能阻止的物体运动方向相反。单面约束的约束力指向是确定的，而双面约束的约束力指向还取决于物体的运动趋势。

在工程实际中，约束的种类是多种多样的，下面介绍几种常见的约束类型及相应的约束力。

### 1.3.2 几种常见的约束类型

#### 1. 柔性体约束（柔索）

柔软的、不可伸长的绳索对于物体的约束称为**柔性体约束**。图 1-8a 中所示的绳索和图 1-8b 中所示的皮带以及钢丝绳和链条等，在忽略其弯曲刚度和重量的情况下，就可视为柔性体约束。这种约束的特点是只能承受拉力，限制物体沿着柔性体伸长的方向运动，而不能抵抗弯曲，也不能承受压力。柔性体约束力的作用点在