

# 機械設計

(下冊)

Mechanical Engineering  
Design

Third Edition

原著者：J D Shigley

譯述者：劉昌明 徐仁勳

薛雅全 楊春欽

科技圖書股份有限公司

# 機械設計

## 目 錄

### 第十章 潤滑與頸軸承

10.1	潤滑的型式.....	348
10.2	黏 性.....	349
10.3	彼得洛夫定律.....	352
10.4	穩定潤滑.....	353
10.5	厚膜潤滑.....	354
10.6	動液原理.....	356
10.7	設計用因數.....	361
10.8	各變數間的關係.....	362
10.9	溫度與黏度的考慮.....	376
10.10	最適化設計法.....	377
10.11	強制潤滑式軸承.....	379
10.12	熱平衡.....	384
10.13	軸承的設計.....	386
10.14	軸承型式.....	389
10.15	止推軸承.....	390
10.16	邊界潤滑.....	392
10.17	軸承材料.....	392
10.18	邊界潤滑的軸承設計.....	393
	習 題.....	395

## 第十一章 正齒輪

11.1	齒輪用術語	399
11.2	共軛作用	401
11.3	漸開線的性質	402
11.4	基本知識	403
11.5	接觸比	410
11.6	干擾	411
11.7	齒輪的成形	413
11.8	齒制	416
11.9	齒輪系	418
11.10	力的分析	421
11.11	輪齒應力	424
11.12	齒輪尺寸的估計	428
11.13	齒輪的破壞應力	430
11.14	輪齒的抗彎強度	435
11.15	安全因數	437
11.16	表面耐久性	439
11.17	表面疲勞強度	442
11.18	熱的散失	443
11.19	齒輪材料	443
11.20	齒輪胚的設計	444
11.21	漸開線栓槽齒	447
	習題	449

## 第十二章 螺旋齒輪、蝸齒輪與斜齒輪

12.1	平行螺栓齒輪 - 動力學分析	456
12.2	螺旋齒輪 - 輪齒的尺寸比例	460
12.3	螺旋齒輪 - 力分析	460
12.4	螺旋齒輪 - 強度分析	463
12.5	橫交螺旋齒輪	467
12.6	蝸齒輪 - 運動學	468

12.7	蝸齒輪組 - 力分析	471
12.8	蝸齒輪組的額定功率	479
12.9	直接齒輪 - 運動學	481
12.10	斜齒輪 - 力分析	483
12.11	斜齒輪 - 彎曲應力與強度	487
12.12	斜齒輪組 - 表面耐久性	488
12.13	蝸線斜齒輪	489
	習題	495

## 第十三章 軸

13.1	導論	504
13.2	靜力設計	505
13.3	反覆彎曲與穩定扭轉	506
13.4	Soderberg解析方法	507
13.5	一般雙向應力問題	511
13.6	Sines 氏解析法	513
13.7	Kececioglu 接近法	515
13.8	應力集中因數公式	517
	習題	517

## 第十四章 離合離、制動器與聯軸器

14.1	靜力學	525
14.2	內張式鞆靴離合器與制動器	527
14.3	外縮式鞆靴離合器與制動器	535
14.4	帶型離合器與制動器	538
14.5	摩擦接觸式軸向離合器	540
14.6	錐形離合器與制動器	542
14.7	特殊離合器與聯軸器	544
14.8	摩擦材料	546
14.9	能量的考慮	546
14.10	散熱	548
	習題	549

## 第十五章 柔性機械元件

15.1	皮 帶.....	555
15.2	平皮帶驅動機構.....	558
15.3	V型皮帶.....	560
15.4	滾子鏈條.....	564
15.5	繩索驅動裝置.....	570
15.6	鋼絲索.....	570
15.7	撓性軸.....	574
	習 题.....	575

## 第十六章 系統逼近法

16.1	數學模式.....	579
16.2	質量成因系統.....	580
16.3	分佈系統的動效應.....	580
16.4	成團系統的動力效應.....	585
16.5	彈性模式的建立.....	589
16.6	質量與慣性模式的建立.....	594
16.7	摩擦與阻尼模式的建立.....	598
16.8	陡震分析的數學模式.....	600
16.9	衝擊所產生的應力與撓曲.....	602
16.10	凸輪系統.....	607
16.11	用程式電算器作設計.....	613
	習 题.....	621

## 附 錄

附錄 1	習題答案.....	627
附錄 2	表.....	635

## LUBRICATION AND JOURNAL BEARINGS

### 第十章

#### 潤滑與頸軸承

潤滑 ( lubrication ) 的功用，主要是減少作相對運動機件間的摩擦、磨損、與發熱。潤滑劑 ( lubricant ) 是指具有此等功能添加在運動表面的任何物質。此運動表面若為一襯套軸承 ( sleeve bearing ) 時，軸或軸頭 ( journal ) 在襯套或軸承中迴轉或擺動，而其相對運動為滑動 ( sliding )。若為抗磨軸承則主要相對運動為滾動 ( rolling )。其它凸輪的從動件在凸輪上為滑動或滾動。齒輪的輪齒為滾動及滑動的合成。活塞在汽缸內為滑動。上述的各種運動中均須減少其摩擦、磨損與發熱。

頸軸承 ( journal bearing ) 的應用範圍甚廣，例如汽車引擎內的曲軸 ( crankshaft ) 及連桿軸承 ( connecting-rod bearing ) 必須在極高的溫度與各種不同負荷情況下運轉數千英哩。發電廠的蒸汽渦輪機 ( turbine )，所使用的頸軸承，其可靠度幾達 100 %。此外尚有數千種負荷較輕運轉較不重要的應用。在一需用簡單而容易安裝的軸承，以及使用少量或不用潤滑劑的情況時，抗磨軸承因成本高，密封嚴密，公差緊密，徑向空間需大，速率高，或增加慣性作用等原因，將非為一適當的選擇。此時用不需潤滑的尼龍軸承，具有潤滑作用的粉末金屬，或用油環、油繩、固體潤滑膜、滑脂潤滑的青銅軸承，可得較滿意的結果。最近因金屬學發展，以

及對潤滑過程的知識增加，已能使設計的頸軸承在良好的可靠度下獲得滿意的壽命。

在學習本書之前已學過甚多課程。因此本書內容均建立在基礎課程上，如靜力學、動力學、固體機動學、金屬製造程序、數學、金屬學等。在學習本章潤滑及頸軸承之前，尚需加習一些附加課程，如化學、流體力學、熱力學、及熱傳導等課程。雖然這些並不全部被引用到，但可開始明瞭，何以學習機械工程設計是你大多數以前所學各種課程的綜合，並將這些課程的全部基礎導引各個單獨問題的判斷與解析。

## 10-1 潤滑的型式

潤滑的型式，可分為五種：

1. 動力液壓式 ( hydrodynamic ) 簡稱動液式。
2. 靜力液壓式 ( hydrostatic ) 簡稱靜液式。
3. 彈性動力液壓式 ( elastohydrodynamic ) 簡稱彈動液式。
4. 邊界 ( boundary ) 。
5. 固態膜 ( solid-film ) 。

動液潤滑 ( hydrodynamic lubrication ) 係指軸承負荷承受面係由相當厚度的潤滑劑油膜所隔離，以避免金屬與金屬間的接觸，然後由流體力學定律得知，如此即可獲得穩定狀態。動液潤滑，並非靠潤滑劑在壓力下導入；但需保持經常的適當供應。油膜的壓力，係由移動表面在足夠的高速時將油拉入楔形區 ( wedge-shaped zone ) 而建立。由此壓力將負荷的表面與軸承隔離。動液潤滑亦稱為全膜式 ( full-film ) 或流體式 ( fluid ) 潤滑。

靜液潤滑 ( hydrostatic lubrication ) 係由具足夠高壓的導入潤滑劑，此種潤滑劑有時用水或空氣，使負荷軸承面，由相當厚的油膜所隔離。因此，此種潤滑方式與動液方式不同，亦即承襯面並不需具有相對的運動。本書對靜液潤滑不操作詳細討論<sup>\*</sup>。而將討論速度甚低或為零，以及摩擦阻力極小的軸承設計。

<sup>\*</sup> 見 Oscar Pinkus and Beno Sternlicht, "Theory of Hydrodynamic Lubrication," chap. 6, McGraw-Hill Book Company, New York, 1961. See also Dudley D. Fuller, "Theory and Practice of Lubrication for Engineers," chaps. 3 and 4, John Wiley & Sons, Inc., New York, 1956.

彈動液潤滑 (elastohydrodynamic lubrication) 係指潤滑劑導入滾動的接觸面，如啮合的輪齒或滾動軸承間所產生的一種現象。其數學的解釋可參閱接觸應力的赫芝 (Hertzian) 原理與流體力學。

表面面積不足，運動表面的速度降低，導入軸承的潤滑劑量不足，軸承負荷增加，或因潤滑劑溫度增高而使黏度減低，這些情況中任何一項均將使所建立的油膜厚度減少，而不足以形成全油膜的潤滑。當此種情形發生時，表面粗糙的高點，將被僅有數個分子 (molecular) 厚度的油膜所隔離，此種情形稱為邊界潤滑 (boundary lubrication)。由動液潤滑改變至邊界潤滑，並非突然發生，可能的情形是，首先動液潤滑與邊界潤滑同時發生，當表面逐漸密接時，遂形成以邊界潤滑為主的潤滑。因此，達邊界潤滑時，潤滑劑的黏度並不如其化學成份的重要性為大。

當軸承必須在極端的溫度下操作，則須使用石墨或二硫化鉬的固態膜潤滑劑。因此時礦物油已無法滿足要求之故。

近時均致力於新合成軸承材料的研究，以期發展低摩耗率及低摩擦係數的材料。

## 10-2 黏 性<sup>†</sup>

圖 10-1 中，設板 A 在厚度為  $h$  的潤滑膜上，以  $U$  速度移動。將此潤滑膜想像成由一疊水平層次所組成。由  $F$  力造成層次間的變形或滑動，有如一疊卡片類似。這些層次中與移動板接觸的層次，設其速度為  $U$ ，與固定面接觸的層次設其速度為零，則其餘中間層次的速度將與固定面的距離  $y$  而定。黏性流的牛頓定律，謂流體中的剪應力與速度對  $y$  的變率成正比，即：

$$\tau = \frac{F}{A} = \mu \frac{du}{dy} \quad (10-1)$$

式中  $\mu$  為比例常數，稱為絕對黏度 (absolute viscosity)，導數  $du/dy$  為速度對距離的變率，稱為剪切率 (rate of shear)，或稱為速度梯度 (velocity gradient)。

\* 見 A. Cameron, "Principles of Lubrication," chaps. 7-9, John Wiley & Sons, Inc., New York, 1966.

† 詳細討論另見流體力學書。例如 W. M. Swanson, "Fluid Mechanics," pp. 17-30 and 740, Holt, Rinehart and Winston, Inc., New York, 1970.

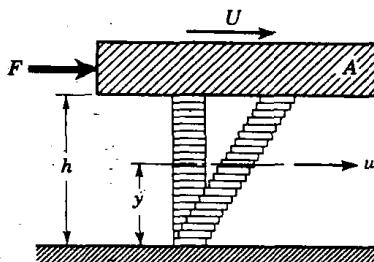


圖 10-1

因此，黏性  $\mu$  即為流體內摩擦阻力。若設剪切率為常數，則  $du/dy = U/h$ ，由 (10.1) 式得

$$\tau = \frac{F}{A} = \mu \frac{U}{h} \quad (10-2)$$

在 IPS 單位制中，黏度的單位為磅力·秒/吋<sup>2</sup>。此為應力或壓力單位乘以時間單位。此黏度單位又稱為 *reyn*，特別用來紀念 Osborne Reynolds 的供獻。

絕對黏度，又稱動黏度 (dynamic viscosity)，在國際單位制中其單位為巴斯卡·秒 (Pa·s)，亦即 (N·s/m<sup>2</sup>)。黏度由 IPS 單位換算至 SI 單位時，與應力單位的換算相同。例如，將絕對黏度 reyn 數，乘以 6890 即得以 Pa·s 為單位的黏度數值。

美國機械工程師學會 (ASME) 曾表列一份在學會文獻內不再使用的 cgs 單位<sup>\*</sup>，係採納國際度量衡協會 (International Committee of Weights and Measures, CIPM) 的建議，儘量不採用有特殊名稱的 cgs 單位。在這份表上列有力的單位—達因 (dyne, dyn) 動黏度單位—泊 (poise, P)，與運動黏度單位—史 (stoke, St)。但這些單位在潤滑學書籍內仍舊繼續為人所採用。

泊 (poise)，為動黏度或絕對黏度的 cgs 單位，即達因·秒/平方公分 (dyn·s/cm<sup>2</sup>)。通常使用更為方便的百分泊 (centipoise, CP)，作黏度以百分泊為單位時，常以 Z 來表示。黏度單位由 cgs 單位換算成 SI 單位與 IPS 單位時，可按下列兩式來計算

$$\mu(\text{Pa}\cdot\text{s}) = (10)^{-3}Z(\text{cP})$$

$$\mu(\text{reyn}) = \frac{Z(\text{cP})}{6.89(10)^6}$$

決定黏度的 ASTM 標準方法，使用一種稱為賽博式通用黏度計 (Saybolt Universal Viscosimeter) 來測定。其測定方法是將 60ml 潤

\* 見 ASME Orientation and Guide for Use of Metric Units, 2d ed., p. 13, American Society of Mechanical Engineers, 1972.

滑劑，維持一定溫度，使之通過直徑為 17.6 mm，長度為 12.25 mm 的管子，讀出滴漏完畢所需時間的秒數，即得運動黏度。在過去，運動黏度的單位採用  $\text{cm}^2/\text{sec}$ ，並定  $1 \text{ cm}^2/\text{sec}$  為 1 史 (stoke)。在應用 Hagen-Poiseuille 定理<sup>\*</sup>，運動黏度若用賽博秒 (seconds Saybolt) 或賽博通用黏度秒 (Saybolt Universal Viscosity, SUV) 數為單位時，可用下式來表示：

$$Z_k = \left( 0.22t - \frac{180}{t} \right) \quad (10-3)$$

式中  $Z_k$  的單位為百分史 (cSt)， $t$  為賽博秒。

在 SI 單位制中，運動黏度  $\nu$  的單位為每秒平方公尺 ( $\text{m}^2/\text{s}$ )，即其換算公式為

$$\nu(\text{m}^2/\text{s}) = 10^{-6} Z_k (\text{cSt})$$

故 (10-3) 式可寫成為

$$\nu = \left( 0.22t - \frac{180}{t} \right) (10^{-6}) \quad (10-4)$$

\* 參閱任何流體力學教科書。例如 Chia-Shun Yih, "Fluid Mechanics," p. 314, McGraw-Hill Book Company, New York, 1969.

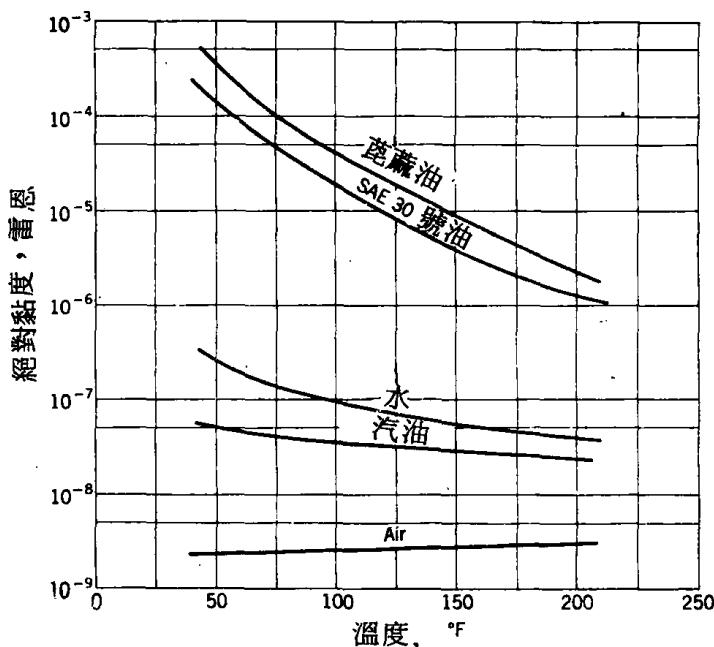


圖 10-2  
各種常用流體之黏度比較

將上式的  $v$  值乘以密度的 SI 單位數值，即可換算得動力黏度。因密度  $\rho$  的 SI 單位為  $\text{kg}/\text{m}^3$ ，故得

$$\mu = \rho \left( 0.22t - \frac{180}{t} \right) (10^{-6}) \quad (10-5)$$

式中  $\mu$  的單位為  $\text{Pa}\cdot\text{s}$ 。

圖 10-2 為數種常用於潤滑流體的絕對黏度。參閱時需特別注意溫度對黏度的影響。

### 10-3 彼得洛夫定律

軸承的摩擦現象係由彼得洛夫 (Petroff) 氏首先假設與軸為同心。雖然我們極少利用彼得洛夫氏的方法來分析，但因其可定出一組無次元變數，且可利用此定律預知摩擦係數，故仍為重要。

我們現在先考慮一在軸承中迴轉的垂直軸。假設此軸承所承受的負荷極小，間隙  $c$  已完全充滿油，並將其洩漏忽略 (圖 10-3)。軸的半徑為  $r$ ，徑向間隙  $c$ ，軸承長度為  $l$ ，尺寸單位為吋。若轉速為  $N \text{ rps}$ ，則其表面速度  $U = 2\pi rN \text{ in/s}$ 。又因潤滑劑內的應力相當於速度梯度乘以黏度，由式 10-2 得

$$\tau = \mu \frac{U}{h} = \frac{2\pi r \mu N}{c} \quad (a)$$

式中徑向間隙  $c$  已帶入距離  $h$  中。用於剪切潤滑膜所需的力，相當於應力乘以面積，而扭矩則相當於力乘以桿臂，故得

$$T = (\tau A)(r) = \left( \frac{2\pi r \mu N}{c} \right) (2\pi r l)(r) = \frac{4\pi^2 r^3 l \mu N}{c} \quad (b)$$

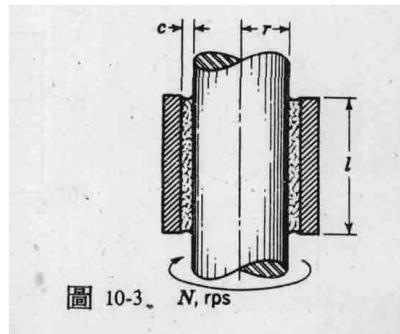


圖 10-3.  $N, \text{rps}$

此時設有一甚小的力  $Wl b$  作用於軸承，則其投影面積上作用的壓力  $P = W / 2rl$ ，摩擦力為  $fW$ ，此處  $f$  為摩擦係數。由摩擦所產生的扭矩為：

$$T = fWr = (f)(2rlP)(r) = 2r^2fP \quad (c)$$

將(c)式中的扭矩值代入(b)式，解得摩擦係數為：

$$f = 2\pi^2 \frac{\mu N r}{P c} \quad (10-6)$$

式(10-6)，稱為彼得洛夫定律 (Petroff's law)。首先發表於1883年。其中  $\mu N / P$  與  $r / c$  為潤滑中兩項極重要的變數。將此變數中的各項代入適當的單位，可發現此二變數均為無次元。

#### 10-4 穩定潤滑

邊界潤滑與動液潤滑的區別可用圖 10-4 中加以解釋。此圖的摩擦係數對軸承特性  $\mu N / P$  的變化曲線，係由麥紀 (McKee) 兄弟用實際的試驗求得\*。此曲線的重要性是因其定出潤滑的平穩狀態位置，並幫助我們瞭解動液與邊界或厚膜潤滑的情況。

假設我們係在座標線 BA 的右側操作，並在偶爾的情況下潤滑劑的溫度增高，如此便造成黏度的降低，而使  $\mu N / P$  值較少。但摩擦係數的減低，並不如潤滑劑被剪切時所發的熱量多。最後造成溫度的降低。因此，BA 右側區域為穩定潤滑 (stable lubrication) 區域，因其各種變化均

\* 見 S. A. McKee and T. R. McKee, Journal Bearing Friction in the Region of Thin Film Lubrication, SAE Journal, vol. 31, pp. (T) 371-377, 1932.

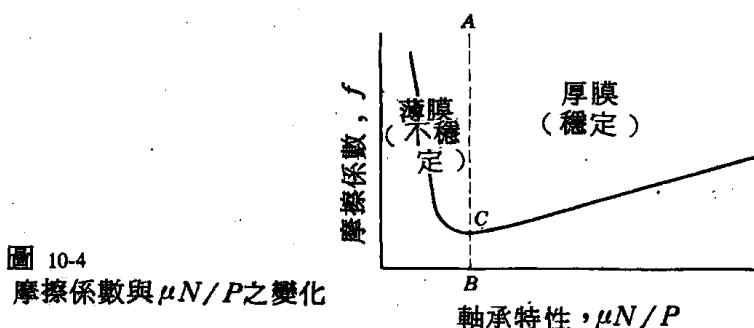


圖 10-4  
摩擦係數與  $\mu N / P$  之變化

能自行調節之故。

$BA$  的左側，當黏度減低時，將使摩擦增加，繼則使溫度增加，使黏度更加減低。此種情況係循環產生，因此  $BA$  的左側為不穩定潤滑 (unstable lubrication) 區域。

此外，由上圖中亦可看出當黏度較小時， $\mu N/P$  值亦較小，亦即說，潤滑膜為極薄時，對發生金屬與金屬摩擦的可能性將較大。因此，其摩擦亦較多。故  $C$  點表示當  $\mu N/P$  變小時，可能發生金屬與金屬接觸的情形。

### 10-5 厚膜潤滑

現再討論在頸軸承中潤滑膜形成的情形。圖 10.5 (a) 表示一軸頸在剛開始向順時針走向迴轉時的狀況。在剛啟動時軸承為乾燥狀態，至少是部份乾燥。因此，此時軸頸將滾向軸承的右側，如圖 10.5 (a) 所示。在此種軸承乾燥狀況下，當摩擦力與軸承負荷的切線分量平衡時，將呈現平衡狀態。

假設潤滑劑被引入軸承的頂側，如圖 10.5 (b) 所示。此時由於軸頸迴轉的作用，將使潤滑劑沿順時針走向被泵壓進入楔形空間時，將使軸頸被推至另一側。此時形成所謂最小油膜厚度 (minimum film thickness)  $h_o$ ，但並非形成於軸頸的底側，而係在離開底部的位置，如圖 10.5 (b) 所示。此種情形可由油膜的最高壓力發生在軸承中心左側的事實來證明。

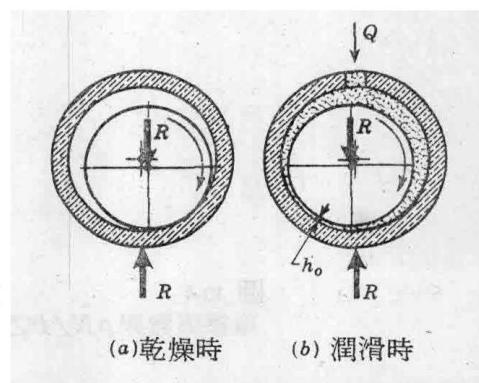


圖 10-5  
油膜之形成

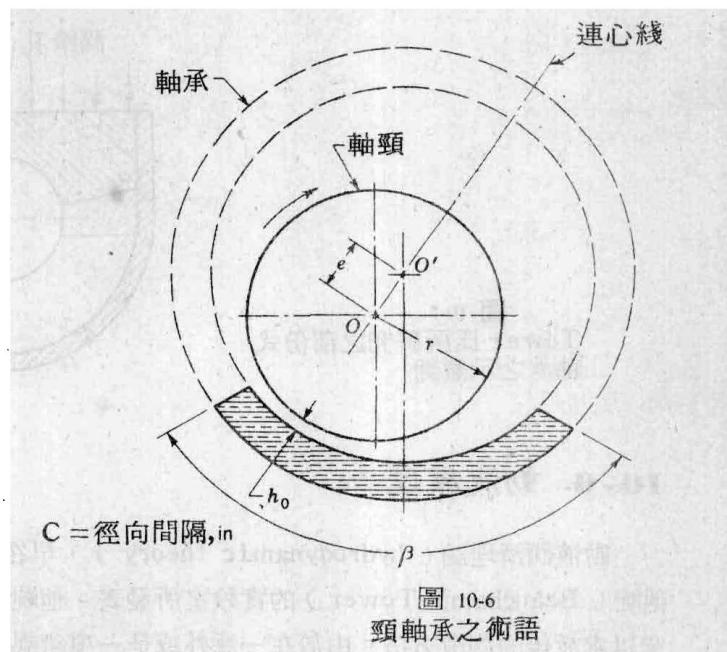


圖 10-6  
頸軸承之術語

圖 10-5 表示，在液潤滑的狀況下，如何決定軸徑是偏向軸承的左側還是偏向右側的方法。亦即我們想像軸頸開始迴轉，求出軸頸在軸承的何側趨向於滾動。若此時為動液潤滑，則將軸頸位置置在另一側即可。

圖 10-6 所示為頸軸承的術語，尺寸  $c$  為徑向間隙 (radial clearance)，相當於軸承與軸頸的半徑差。在圖 10-6 中，軸頸的中心係在  $O$ ，軸承的中心則在  $O'$ 。此兩個中心的距離  $e$ ，稱為偏心度 (eccentricity)。最小油膜厚度符號為  $h_0$ ，係發生在連心線上，在其它任何點油膜厚度的符號則定為  $h$ 。此外偏心比 (eccentricity ratio)  $\epsilon$  的定義為

$$\epsilon = \frac{e}{c}$$

此圖中所示的軸承，稱為部份軸承 (partial bearing)。若軸承的半徑與軸頸的半徑相同時，稱為配合軸承 (fitted bearing)，若軸承完全將軸頸包圍，如圖中的點線所示，則稱為全軸承 (full bearing)。此外  $\beta$  角則係表示部份軸承的角長度 (angular length)，例如  $120^\circ$  角的部份軸承，其  $\beta$  角為  $120^\circ$ 。

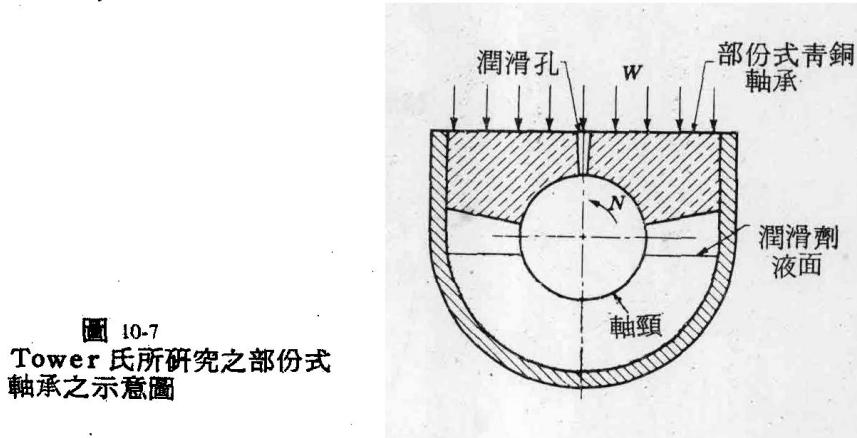


圖 10-7  
Tower 氏所研究之部份式  
軸承之示意圖

### 10-6 動液原理

動液潤滑理論 ( hydrodynamic theory )，早在 1880 年，英國葡萄他曉 ( Beauchamp Tower ) 的實驗室所發表。他曉受雇於鐵路頸軸承研究以求最佳的潤滑方法。由於在一意外或是一項錯誤的情況中，使他曉注意到問題的細節，而導致此理論日後的發展。

圖 10-7 係他曉所研究的頸軸承示意圖。此軸承是一部份軸其直徑為 4 吋，長為 6 吋。軸承角度為  $157^\circ$ ，用油浴式潤滑，如圖所示。他曉研究該軸承所得的摩擦係數甚小，此點並不值得驚奇。當試驗該軸承後，他曉隨後在通過軸承頂點位置鑽一直徑  $1/2$  in 的潤滑孔，但當潤滑劑裝在孔中後油却從該孔流出，雖經加用一軟木塞，但仍使軟木塞噴出，而必須使用硬木塞。當此硬木塞仍被推出之後，他曉終於明白，無疑地他已接近一個新發現的邊緣。利用一壓力表接到此孔，顯示出其壓力超過單位軸承負荷的兩倍，最後他詳細地研究各點的油膜壓力後，提出類似圖 10-8 所示的壓力分佈圖的報告\*。

由他曉所得的結果因具有相當的規則性，故亞勃倫·蘭諾 ( Osborne Reynolds ) 推論在摩擦、壓力、及速度間，必定有特定的關係定律存在。現在有關潤滑的數學理論即基於蘭諾的推論而發展者†。蘭諾最初所導

\* Beauchamp Tower, First Report on Friction Experiments, *Proc. Inst. Mech. Eng.*, November 1883, pp. 632-666; Second Report, *ibid.*, 1885, pp. 58-70; Third Report, *ibid.*, 1888, pp. 173-205; Fourth Report, *ibid.*, 1891, pp. 111-140.

† Osborne Reynolds, Theory of Lubrication, Part I, *Phil. Trans. Roy. Soc. London*, 1886.

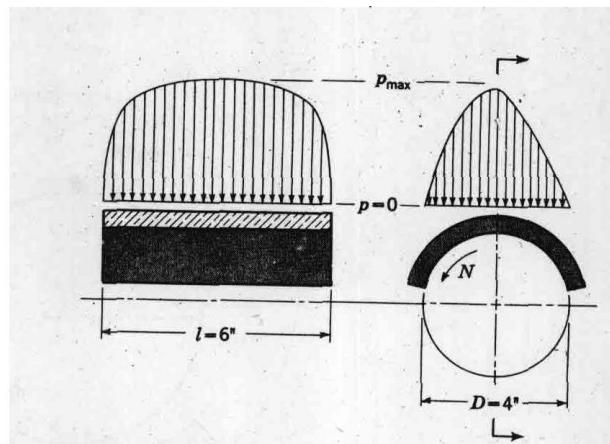


圖 10-8  
Tower 氏所求得概略之壓力分佈曲線

出的微分方程式，即使到了今天，仍為研究潤滑的初步。

蘭諾認為潤滑劑係分別黏着在軸及軸承表面上，此潤滑劑由迴轉的表面拉入狹窄的楔形空間中，而形成一足以支持軸承負荷的流體或油膜壓力。蘭諾的推論中有一極重要的簡化假設，就是流體膜與軸承相比可說是極薄的。故其曲率可加忽視。基於此種假設，他將圓弧形的部份軸承代以平面軸承，稱為平面滑件軸承 (plane slider bearing)。此外，其它的假設尚有：

1. 潤滑劑遵守黏性流的牛頓定律。
2. 由潤滑劑慣性所產生的慣性力忽略不計。
3. 潤滑劑假設為非壓縮性的。
4. 全部油膜的黏度假設均為一定。
5. 壓力在軸向是不改變的。

圖 10-9(a) 所示，即為一軸頸在固定部份軸承上，由不同厚度的油膜支持，而向順時針走向迴轉的情形。假設軸頸以一特定的速度  $U$  回轉，則由蘭諾的假設，其曲率可予忽略。再於固定的軸承上的右側設一  $xyz$  的參考座標，並再作下列的假設：

6. 軸頸與軸承假設向  $z$  方向無限延伸，亦即此時  $z$  方向無潤滑劑流動。
7. 油膜在  $y$  方向的壓力保持一定，因此壓力的變化僅視  $x$  座標而定。

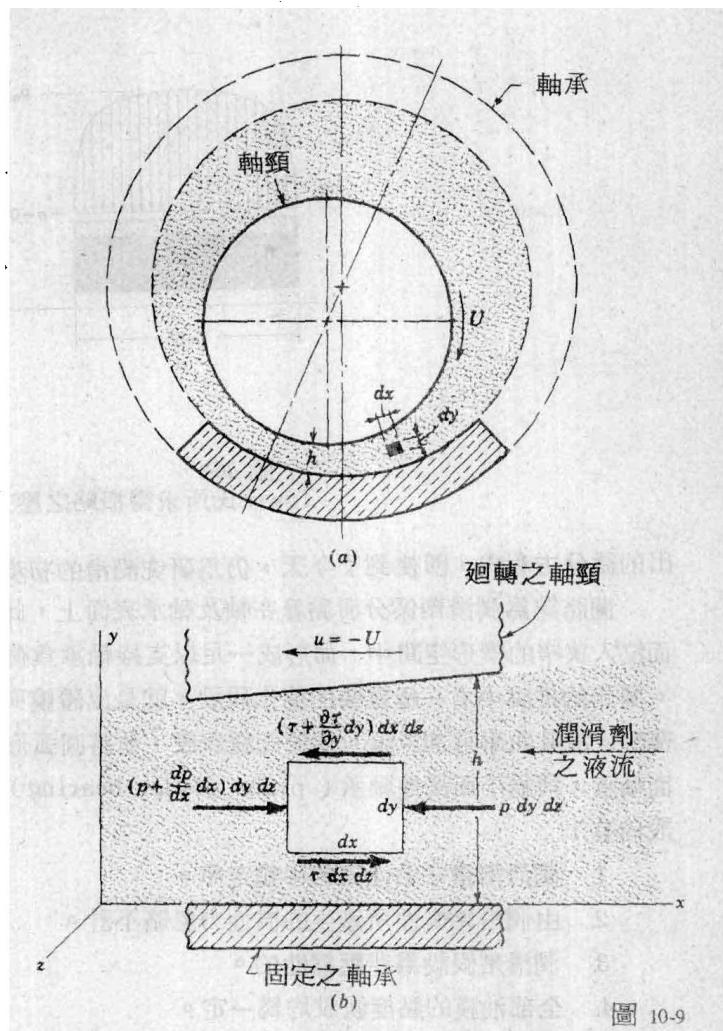


圖 10-9

8. 油膜中潤滑劑的任何粒子速度，僅依  $x$  與  $y$  座標而定。

現選一小單元的油膜（圖 10-9 (a)），其尺寸為  $dx$ ,  $dy$  及  $dz$ ，並計算作用在此單元側面的力，如圖 10-9 (b) 所示。此時由壓力產生的正壓力係作用在此單元的左側與右側，而由黏度及速度所產生的剪力，則作用於頂側及底側上。將上述各力相加得：

$$\sum F = \left( p + \frac{dp}{dx} dx \right) dy dz + \tau dx dz - \left( \tau + \frac{\partial \tau}{\partial y} dy \right) dx dz - p dy dz = 0 \quad (a)$$