

土木工程 专业专升本系列教材

TUMUGONGCHENGZHUANYE
ZHUANSHENGBENXILIEJIAOCAI

结构力学

本系列教材编委会

组织编写

张来仪 主编

JIEGOU LIXUE

中国建筑工程出版社

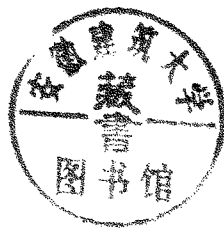
134

土木工程专业专升本系列教材

结 构 力 学

本系列教材编委会组织编写

张来仪 主编



中国建筑工业出版社

图书在版编目 (CIP) 数据

结构力学/张来仪主编. —北京: 中国建筑工业出版社, 2003

(土木工程专业专升本系列教材)

ISBN 7-112-05441-9

I. 结... II. 张... III. 土木结构-结构力学-高等学校-教材 IV. TU311

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2003) 第 011911 号

土木工程专业专升本系列教材

结 构 力 学

本系列教材编委会组织编写

张来仪 主编

*

中国建筑工业出版社出版 (北京西郊百万庄)

新华书店总店科技发行所发行

北京市兴顺印刷厂印刷

*

开本: 787 × 960 毫米 1/16 印张: 16½ 字数: 330 千字

2003 年 6 月第一版 2005 年 12 月第四次印刷

印数: 7,501—9,500 册 定价: 23.00 元

ISBN 7-112-05441-9

TU · 4765 (11055)

版权所有 翻印必究

如有印装质量问题, 可寄本社退换

(邮政编码 100037)

本社网址: <http://www.china-abp.com.cn>

网上书店: <http://www.china-building.com.cn>

本教材是根据土木工程专业（专升本）结构力学课程教学基本要求所规定的内容编写的。内容包括：结构静力分析总论、矩阵位移法、结构动力计算、结构弹性稳定计算、结构塑性分析与极限荷载。各章均有学习要点、思考题和习题，书末附有平面杆系结构静力分析程序和习题答案。

本书可作为土木工程专业专升本的教材，也可供其他各相关专业及有关工程技术人员参考使用。

* * *

责任编辑 王 跃

土木工程专业专升本系列教材编委会

- 主 任：**邹定琪（重庆大学教授）
- 副主任：**高延伟（建设部人事教育司）
张丽霞（哈尔滨工业大学成人教育学院副院长）
刘凤菊（山东建工学院成人教育学院院长、研究员）
- 秘书长：**王新平（山东建筑工程学院成人教育学院副院长、副教授）
- 成 员：**周亚范（吉林建筑工程学院成人教育学院院长、副教授）
殷鸣镛（沈阳建筑工程学院书记兼副院长）
牛惠兰（北京建筑工程学院继续教育学院常务副院长、副研究员）
乔锐军（河北建筑工程学院成人教育学院院长、高级讲师）
韩连生（南京工业大学成人教育学院常务副院长、副研究员）
陈建中（苏州科技学院成人教育学院院长、副研究员）
于贵林（华中科技大学成人教育学院副院长、副教授）
梁业超（广东工业大学继续教育学院副院长）
王中德（广州大学继续教育学院院长）
孔 黎（长安大学继续教育学院副院长、副教授）
李惠民（西安建筑科技大学成人教育学院院长、教授）
朱首明（中国建筑工业出版社编审）
王毅红（长安大学教授）
苏明周（西安建筑科技大学教授）
刘 燕（北京建筑工程学院副教授）
张来仪（重庆大学教授）
李建峰（长安大学副教授）
刘 明（沈阳建筑工程学院教授）
王 杰（沈阳建筑工程学院教授）
王福川（西安建筑科技大学教授）
周孝清（广州大学副教授）

前 言

本教材是根据土木工程专业（专升本）结构力学课程教学基本要求所规定的内容，由重庆大学、沈阳建筑工程学院和吉林建筑工程学院共同编写的。适用于已取得土木工程专业或相近专业大学专科学历的人员继续修读土木工程本科课程，也可供其他各相关专业及有关工程技术人员参考使用。

本书内容包括结构静力分析总论、矩阵位移法、结构动力计算、结构弹性稳定计算、结构塑性分析与极限荷载。每章开始有学习要点，对本章的重点和要掌握的知识点进行了概括。每章后面有适量的思考题与习题，以活跃思维、启发思考，加深对基本概念的认识，加强综合应用能力的培养。

本书反映了参编三院校多年来积累的教学经验，并注意吸取其他各兄弟院校教材的优点，力图保持结构力学基本理论的系统性，并结合“成人教育”和“专升本”两大特点，以培养高等技术应用型人才为根本任务，以适应社会需求为目标，知识以够用为度，以掌握原理、方法和技能为原则，着重培养学生综合应用理论知识分析和解决实际问题的能力。同时，考虑到现代科学技术的发展，适当介绍了一部分新内容。当前，结构力学教学内容更新的重点是电子计算机在结构力学中的应用。为此，减少了一些适用于手算的技巧方法，而提高了对电算的要求。为了培养学生初步具有使用结构计算程序的能力，与矩阵位移法紧密结合，编写了适合教学、功能较强的“平面杆系结构静力分析程序”，并介绍了程序框图及其使用方法。

本书由重庆大学张来仪主编。参加编写的有：重庆大学张来仪（第三章及附录Ⅰ的部分内容）、沈阳建筑工程学院杨刚（第二章、第四章及附录Ⅰ的部分内容）、吉林建筑工程学院张智茹（第一章和第五章）。

本书由重庆大学肖允徽教授主审，并提出了许多宝贵的意见，编者曾据此加以修改，对此，我们表示衷心的感谢。

由于编者水平有限，书中难免有不妥之处，恳请读者批评指正。

目 录

第一章 结构静力分析总论	1
第一节 静定结构的受力分析	1
第二节 结构的位移计算	14
第三节 超静定结构的计算	23
思考题	45
习 题	46
第二章 矩阵位移法	50
第一节 概述	50
第二节 局部坐标系下的单元刚度矩阵	51
第三节 整体坐标系下的单元刚度矩阵	57
第四节 结构刚度矩阵的形成	60
第五节 结构的综合结点荷载	67
第六节 结构内力和支座反力的求解	69
第七节 先处理法的计算步骤和算例	70
思考题	78
习 题	78
第三章 结构动力计算	81
第一节 概述	81
第二节 单自由度体系的运动方程	87
第三节 单自由度体系的自由振动	90
第四节 单自由度体系的强迫振动	96
第五节 阻尼对振动的影响	108
第六节 多自由度体系的自由振动	116
第七节 主振型的正交性	135
第八节 多自由度体系在简谐荷载作用下的强迫振动	137
第九节 振型叠加法计算多自由度体系在一般荷载作用下的强迫振动	148
第十节 近似法计算自振频率	153
思考题	160

习 题	161
第四章 结构弹性稳定计算	172
第一节 概述	172
第二节 计算临界荷载的静力法	175
第三节 计算临界荷载的能量法	180
第四节 直杆的稳定	187
思考题	195
习 题	195
第五章 结构塑性分析与极限荷载	198
第一节 塑性分析的意义	198
第二节 极限弯矩、塑性铰和静定结构的极限荷载	199
第三节 用静力法计算超静定梁的极限荷载	203
第四节 用机动法计算超静定梁的极限荷载	206
第五节 比例加载时判定极限荷载的一般定理	209
第六节 简单刚架的极限荷载	211
思考题	215
习 题	215
附录 I 平面杆系结构静力分析程序 (PMGX 程序)	218
附录 II 部分习题答案	249
参考文献	255

第一章 结构静力分析总论

学 习 要 点

熟练地掌握用截面法求指定截面内力；能运用荷载与内力之间的微分关系绘内力图；掌握区段叠加法绘制直杆弯矩图。能正确、迅速地绘制静定梁和静定平面刚架的内力图；熟练运用结点法、截面法计算桁架及组合结构的内力。掌握变形体虚功原理的内容及其应用条件；掌握单位荷载法及结构位移计算公式。掌握图乘法的概念及其应用条件；熟练地运用图乘法计算梁和刚架的位移。掌握静定结构在支座移动、温度改变等外因作用下引起的位移及具有弹性支座的结构的位移计算。掌握力法、位移法的基本原理；基本体系的确定；典型方程的建立及其物理意义；理解方程中各项系数和自由项的物理意义。熟练掌握外因作用下，用力法、位移法计算各种超静定结构的方法和步骤。掌握利用对称性简化计算的方法。掌握超静定结构的位移计算。熟练掌握用力矩分配法计算连续梁和无侧移刚架。

第一节 静定结构的受力分析

静定结构的受力分析，主要是确定各类静定结构由荷载所引起的内力和相应的内力图。静力分析的基本方法是应用截面法选取隔离体，建立平衡方程。静定结构的受力分析是静定结构位移计算和超静定结构计算的基础。

一、用截面法计算指定截面内力

平面结构在荷载作用下，其杆件任一截面上一般有三个内力分量：轴力 N 、剪力 V 和弯矩 M 。计算杆件内力的基本方法是截面法，即将杆件在指定截面切开，取截面任一侧部分为隔离体，利用隔离体静力平衡条件，确定此截面的内力。由截面法也可以直接计算截面的内力：

任意截面轴力等于该截面一侧所有外力沿杆轴切线方向的投影代数和。

任意截面剪力等于该截面一侧所有外力沿杆轴法线方向的投影代数和。

任意截面弯矩等于该截面一侧所有外力对截面形心的力矩代数和。

以图 1-1 (a) 所示简支梁为例，讨论 K 截面的内力计算。

先利用整体平衡条件求得支座反力：

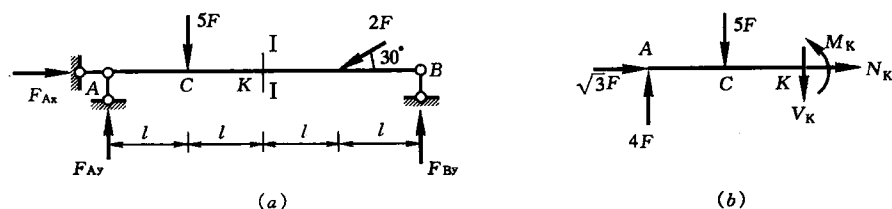


图 1-1 截面法求指定截面内力

$$F_{Ax} = \sqrt{3}F \text{ (} \rightarrow \text{)}, \quad F_{Ay} = 4F \text{ (} \uparrow \text{)}, \quad F_{By} = 2F \text{ (} \uparrow \text{)}$$

用一假想的截面 I-I 在 K 处将梁切开，取 K 截面左侧部分为隔离体（图 1-1b），在隔离体上保留已知外力（支座反力、荷载）并在切割面上添加所求内力 M_K 、 V_K 、 N_K 。已知外力按实际方向绘出，所求内力按规定的正向添加（轴力以拉力为正；剪力以绕隔离体顺时针方向转动者为正；弯矩以使梁的下侧纤维受拉者为正）。再利用隔离体的平衡条件直接求得：

$$N_K = -\sqrt{3}F \text{ (压力)}$$

$$V_K = 4F - 5F = -F$$

$$M_K = 4F \times 2l - 5F \times l = 3Fl$$

二、内力图及其特征

内力图是表示结构上各截面内力变化规律的图形。通常是以杆轴为基线，表示截面的位置，在垂直于杆轴的方向量取竖标，表示内力的数值而绘出的。在土建工程中，弯矩图习惯绘在杆件受拉的一侧，图上不注明正负号；剪力图和轴力图可绘在杆件的任一侧，但需注明正负号。绘制内力图的简便方法是利用微分关系绘内力图。

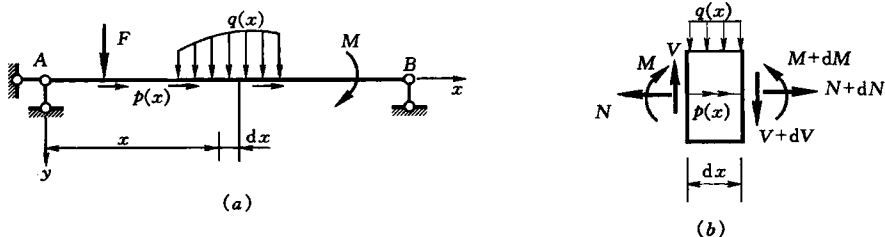


图 1-2 梁的受力示意

从图 1-2 (a) 所示直梁上任取一微段（图 1-2b），由微段的平衡条件可得出荷载集度与内力之间的微分关系：

$$\left. \begin{aligned} \frac{dV}{dx} &= -q(x) \\ \frac{dM}{dx} &= V \\ \frac{dN}{dx} &= -p(x) \\ \frac{d^2V}{dx^2} &= -q(x) \end{aligned} \right\} \quad (1-1)$$

根据式 (1-1) 的几何意义, 可推出荷载与内力图形状之间的对应关系。

(1) 无荷载区段, V 图为一水平直线, M 图为一斜直线。

(2) 均布荷载区段, V 图为一斜直线, M 图为二次抛物线, 且抛物线凸的方向同均布荷载指向。

(3) 集中力作用处, V 图有突变, 突变值等于该集中力值, M 图有尖角, 尖角指向同集中力指向。

(4) 集中力偶作用处, V 图无变化, M 图有突变, 突变值等于该集中力偶值。

内力图形状上的这些特征, 有助于正确和迅速地绘制内力图。

三、区段叠加法作直杆弯矩图

小变形情况下, 复杂荷载引起的弯矩图, 可用简单荷载引起的弯矩图叠加的方法绘制。下面先介绍简支梁弯矩图的叠加方法。

图 1-3 (a) 所示简支梁上作用的荷载分两部分: 跨间均布荷载 q 和端部集中力偶 M_A 、 M_B 。先将两端弯矩 M_A 、 M_B 绘出并连以直线, 即是两集中力偶 M_A 、 M_B 单独作用产生的弯矩图。再以此虚线 $A'B'$ 为基线, 叠加简支梁在均布荷载作用下的弯矩图, 则最后所得的图线与最初的水平基线之间所包含的图形, 就是实际弯矩图 (图 1-3b 中阴影线所示图形)。

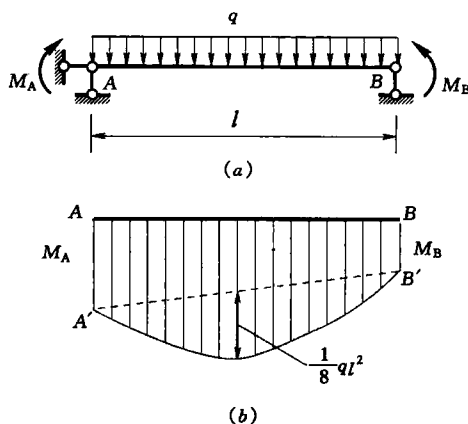


图 1-3 叠加法作弯矩图

应当注意, 这里所说的弯矩图叠加, 是将各简单荷载作用下的弯矩图在对应点处垂直杆轴的纵标相叠加。

下面讨论图 1-4 (a) 所示结构中任意直杆段 CD 的弯矩图。取隔离体如图

1-4 (b) 所示, 其上作用力除荷载 q 外, 在杆端还有弯矩 M_{CD} 、 M_{DC} 和剪力 V_{CD} 、 V_{DC} 。为了说明杆段 CD 弯矩图特征, 将它与图 1-4 (c) 所示的简支梁相比, 该简支梁的跨度与杆段 CD 的长度相同, 并承受相同的荷载 q 和相同的杆端力偶 M_{CD} 、 M_{DC} 。设简支梁的支座反力为 F_{Cy} 、 F_{Dy} , 则由平衡条件可知: $F_{Cy} = V_{CD}$, $F_{Dy} = V_{DC}$ 。因此, 二者的弯矩图相同, 故可以利用作简支梁弯矩图的方法来绘制区段 CD 的弯矩图 (见图 1-4d)。这种利用相应简支梁弯矩图的叠加法来作直杆某一区段弯矩图的方法, 称区段叠加法。在内力计算时, 我们可以把直杆中任意一段看成是简支梁来计算。

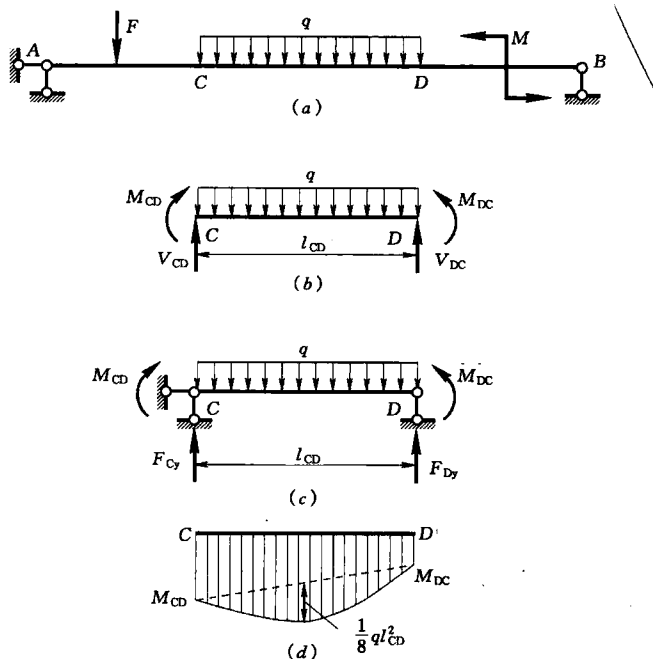


图 1-4 任意直杆段叠加法作弯矩图

利用上述关于内力图的特征和弯矩图的区段叠加法, 可将直杆弯矩图的一般作法归纳如下:

(1) 选定两杆端以及外力的不连续点 (集中力作用点、集中力偶作用点、分布荷载的起点和终点) 为控制截面, 用截面法求出控制截面的弯矩值。

(2) 分段画弯矩图。当控制截面间无荷载作用时, 根据控制截面的弯矩值即可作出直线弯矩图。当控制截面间有荷载作用时, 根据控制截面的弯矩值作出直线弯矩图后, 还应叠加这一段按简支梁求得的弯矩图。

四、支座反力计算

在静定结构的受力分析中，通常是先求出支座反力，然后再进行内力计算。求支座反力时，首先应根据支座的性质定出支座反力（包括个数和方位），然后假定支座反力的方向，再由整体或局部的平衡条件确定其数值和实际指向。

以图 1-5 (a) 所示多跨刚架为例，讨论支座反力计算。

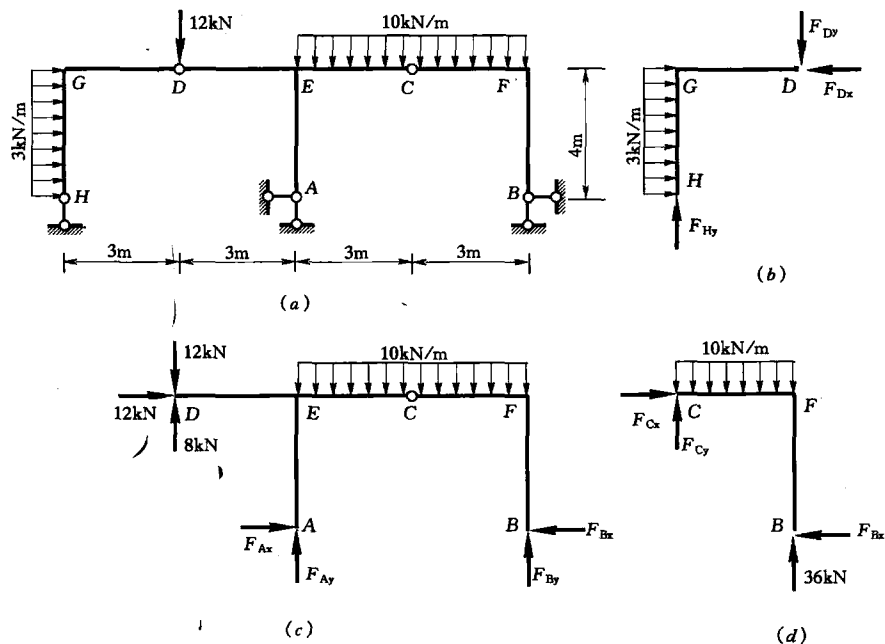


图 1-5 求多跨刚架的支座反力

此刚架有五个支座反力 F_{Hy} 、 F_{Ax} 、 F_{Ay} 、 F_{Bx} 、 F_{By} 。由整体的三个平衡方程，加上铰 D 和铰 C 处弯矩分别为零的平衡条件，即可求出这五个支座反力。从几何组成的角度看，D 以右部分为三铰刚架是基本部分；D 以左部分则是支承在地基和三铰刚架上的附属部分。首先，取附属部分为隔离体（图 1-5b），由平衡方程求 F_{Hy} 、 F_{Dx} 、 F_{Dy} 。

$$\sum M_D = 0, \quad F_{Hy} = \frac{3 \times 4 \times 2}{3} = 8 \text{ kN} (\uparrow)$$

$$\sum X = 0, \quad F_{Dx} = 3 \times 4 = 12 \text{ kN} (\leftarrow)$$

$$\sum Y = 0, \quad F_{Dy} = 8 \text{ kN} (\downarrow)$$

然后，将 D 铰处的约束反力反向加在基本部分上，取 D 以右三铰刚架为隔离体（图 1-5c），利用平衡方程求 F_{Ay} 和 F_{By} 。

$$\Sigma M_B = 0, \quad F_{Ay} = \frac{10 \times 6 \times 3 + 4 \times 9 - 12 \times 4}{6} = 28 \text{ kN} (\uparrow)$$

$$\Sigma M_A = 0, \quad F_{By} = \frac{12 \times 4 + 10 \times 6 \times 3 - 4 \times 3}{6} = 36 \text{ kN} (\uparrow)$$

再取 C 以右半刚架为隔离体 (图 1-5d), 由铰 C 处弯矩为零的平衡方程求 F_{Bx} 。

$$\Sigma M_C = 0, \quad F_{Bx} = \frac{36 \times 3 - 10 \times 3 \times 1.5}{4} = 15.75 \text{ kN} (\leftarrow)$$

最后, 由三铰刚架 ABC 第三个整体平衡方程求 F_{Ax} 。

$$\Sigma X = 0, \quad F_{Ax} = F_{Bx} - 12 = 3.75 \text{ kN} (\rightarrow)$$

五、各类静定结构受力分析示例

【例 1-1】 试作图 1-6 (a) 所示外伸梁的内力图。

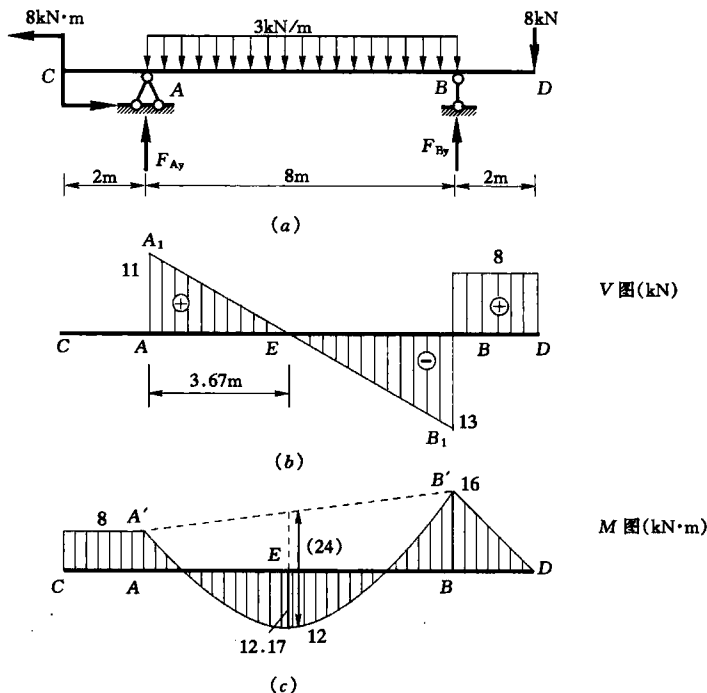


图 1-6

【解】 (1) 求支座反力

由梁的整体平衡条件求出支座反力。

$$\Sigma M_A = 0, \quad F_{By} = \frac{3 \times 8 \times 4 + 8 \times 10 - 8}{8} = 21 \text{ kN} (\uparrow)$$

$$\Sigma Y = 0, \quad F_{Ay} = 3 \times 8 + 8 - 21 = 11 \text{ kN} (\uparrow)$$

(2) 作剪力图

CA、BD 段无荷载作用，V 图为水平线。AB 段有均布荷载，V 图是斜直线。用截面法计算出下列各控制截面的剪力值：

$$V_C = V_A^{\text{左}} = 0$$

$$V_A^{\text{右}} = F_{Ay} = 11 \text{ kN}$$

$$V_B^{\text{左}} = 8 - 21 = -13 \text{ kN}$$

$$V_B^{\text{右}} = V_D = 8 \text{ kN}$$

然后即可绘出剪力图，如图 1-6 (b) 所示。

(3) 作弯矩图

选 A、B、C、D 作控制截面。用截面法求出其弯矩值如下：

$$M_C = M_A = -8 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$M_B = -8 \times 2 = -16 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$M_D = 0$$

在基线上依次定出以上各点竖标，在 AC、BD 段无荷载作用，用直线把相邻竖标相连即可。在 AB 段有均布荷载，先用虚直线连接 A、B 两点竖标，在虚直线 A'B' 的基础上叠加上相应简支梁在均布荷载 q 作用下的 M 图。从而绘出整个梁的 M 图 (图 1-6c)。

$$M_{AB\text{中}} = \frac{1}{8} \times 3 \times 8^2 - \frac{1}{2} (8 + 16) = 12 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

注意，区段承受均布荷载时，最大弯矩不一定在区段的中点处。一般只需标出中点弯矩。若要想求最大弯矩值，则应先确定产生最大弯矩的截面位置。由微分关系 $\frac{dM}{dx} = V$ 得知，如果 $V = 0$ ，则 $\frac{dM}{dx} = 0$ 。因此，V 图的零点相应于 M 图的极值点。在图 1-6 (b) 中，V 图的零点 E 的位置可确定如下：在 AE 段中，剪力图的斜率为 $\frac{dV}{dx} = \frac{\overline{AA_1}}{\overline{AE}}$ ，利用微分关系 $\frac{dV}{dx} = -q$ ，由此求出 $\overline{AE} = \frac{11}{3} = 3.67 \text{ m}$ 。故

$$M_{\max} = 11 \times 3.67 - 8 - \frac{1}{2} \times 3 \times 3.67^2 = 12.17 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

【例 1-2】 试作图 1-7 (a) 所示多跨静定梁的内力图。

【解】 (1) 先作层叠图如图 1-7 (b) 所示

梁 AB 固定在基础上，是基本部分。梁 EF 有两根竖向支杆与基础相连，在竖向荷载作用下，它能独立承受荷载维持平衡，亦是一基本部分。分析时应从附属部分 DE 开始，然后再分析 BD 梁和 EF 梁，最后再分析 AB 梁。

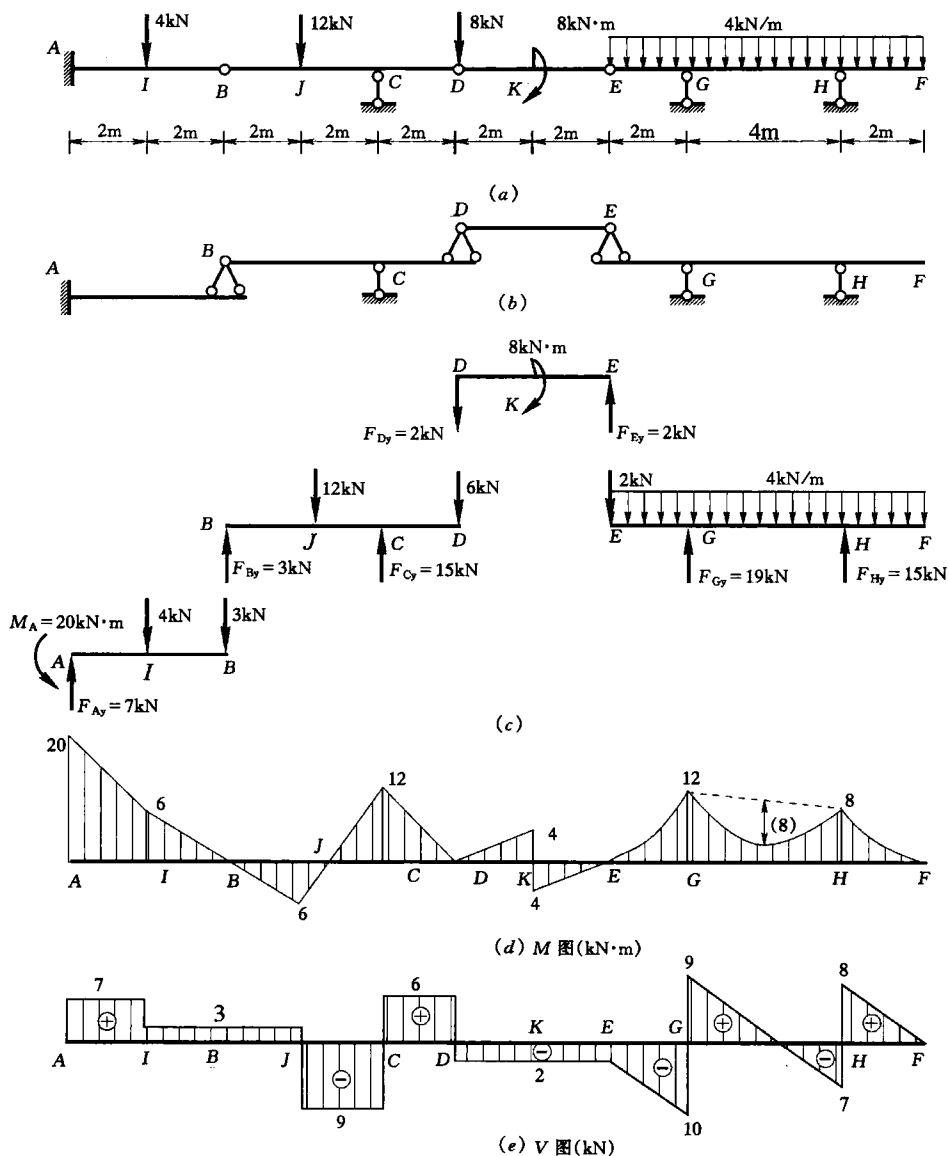


图 1-7

(2) 计算支座反力

因全梁只受竖向荷载作用, 由梁的整体平衡条件 $\Sigma X = 0$ 知, A 端水平支座反力为零, 各铰处的水平约束力也为零, 故全梁均不产生轴力。各段梁的隔离体图如图 1-7 (c) 所示。这样多跨静定梁就被拆成若干个单跨静定梁。依次计算各梁的反力和约束力。

这里应注意, 附属部分的约束力求出后, 应反向加在基本部分上, 即为作用在基本部分上的荷载。如作用于 BD 梁 D 点的外力就应为向下 6kN 。

(3) 作内力图

分别作各单跨梁的 M 图和 V 图, 合在一起即得到多跨静定梁的内力图, 如图 1-7 (d)、(e) 所示。

【例 1-3】 试作图 1-8 (a) 所示简支刚架的内力图。

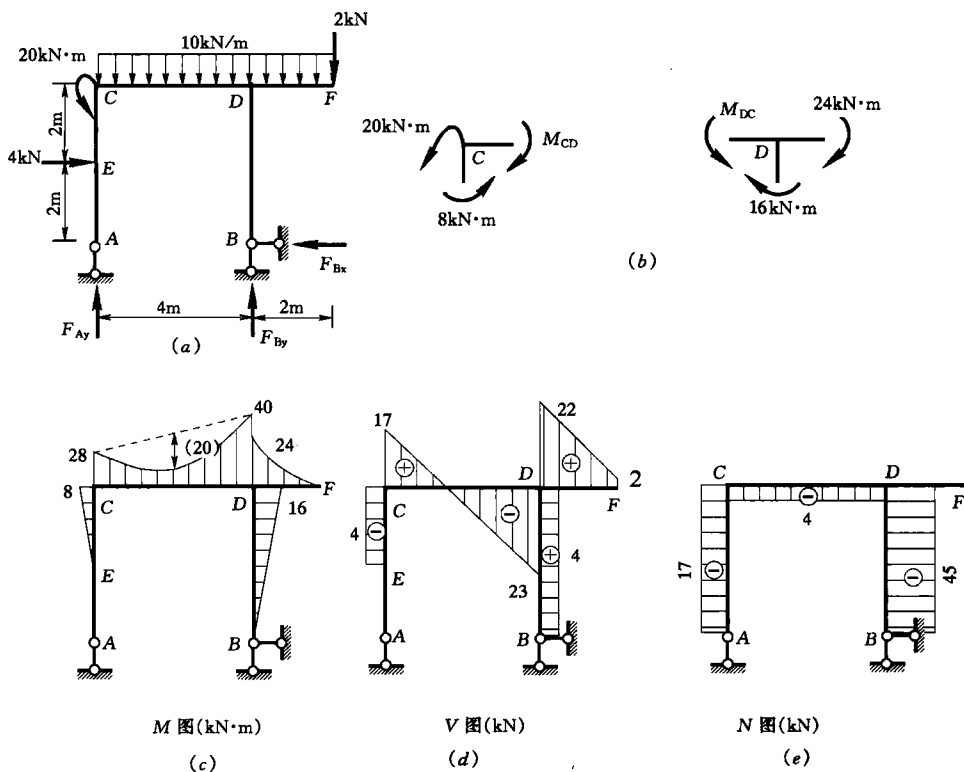


图 1-8

【解】 (1) 求支座反力

由刚架整体平衡条件得

$$\sum X = 0, \quad F_{Bx} = 4\text{kN} (\leftarrow)$$

$$\sum M_B = 0, \quad F_{Ay} = 17\text{kN} (\uparrow)$$

$$\sum Y = 0, \quad F_{By} = 45\text{kN} (\uparrow)$$

(2) 作 M 图

作弯矩图应逐杆考虑。用截面法求得各杆杆端弯矩如下:

AC 杆: $M_{AE} = M_{EA} = M_{EC} = 0$, $M_{CE} = 4 \times 2 = 8\text{kN}\cdot\text{m}$ (左侧受拉)