

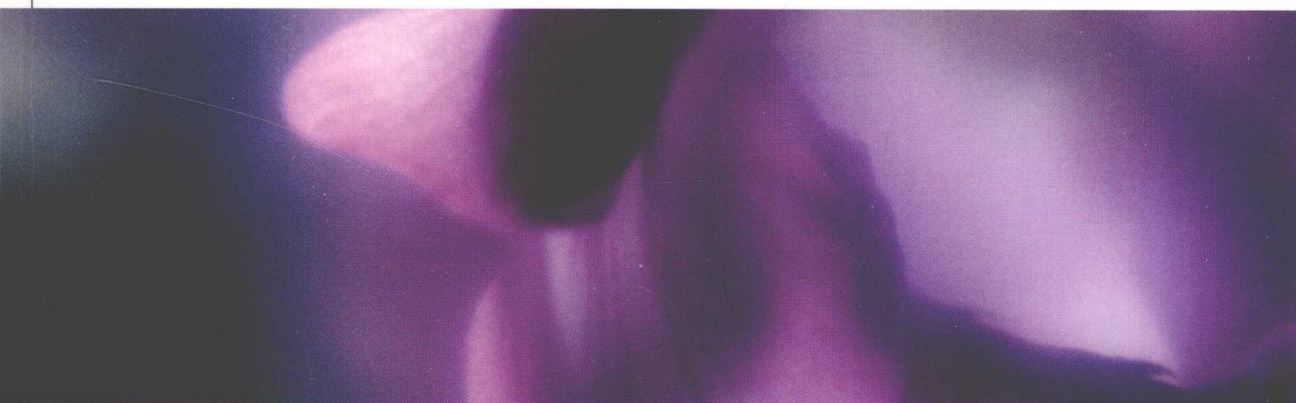


普通高等教育“十一五”
规划教材

21世纪高等学校规划教材

大学物理 实验

许敏 张晓春 主编



21st Century University
Planned Textbooks



人民邮电出版社
POSTS & TELECOM PRESS



普通高等教育“十一五”
规划教材

21世纪高等学校规划教材

大学物理 实验

许敏 张晓春 主编

本书是根据教育部《大学物理实验课程教学基本要求》编写而成的。全书共分两篇。第一篇为基本实验，第二篇为综合实验。本书可作为高等院校物理专业及相关专业的教材，也可供从事物理实验工作的工程技术人员参考。

许敏 张晓春 主编

21st Century University
Planned Textbooks

人民邮电出版社

北京

图书在版编目(CIP)数据

大学物理实验 / 许敏, 张晓春主编. — 北京: 人民邮电出版社, 2010. 9
21世纪高等学校规划教材
ISBN 978-7-115-23550-3

I. ①大… II. ①许… ②张… III. ①物理学—实验—高等学校—教材 IV. ①04-33

中国版本图书馆CIP数据核字(2010)第145827号

内 容 提 要

本书是根据教育部高等学校物理学与天文学教学指导委员会物理基础课程教学指导分委员会 2008 年编写制定的《理工科大学物理实验课程教学基本要求》编写的。全书包括绪论、误差理论及实验数据处理方法、实验的基本测量方法和测量技术、实验中常用的测量仪器、基础性实验、综合性实验和设计性实验。在实验选题上力求题目典型、内容丰富,以便使学生较快地获得基本的实验知识,掌握一定的实验方法和技能,提高科学实验能力和科学实验素质,同时注意培养学生创新能力。

本书可作为理工科院校各专业物理实验课程教学用书。

普通高等教育“十一五”规划教材

21 世纪高等学校规划教材

大学物理实验

-
- ◆ 主 编 许 敏 张晓春
责任编辑 滑 玉
执行编辑 董 楠
 - ◆ 人民邮电出版社出版发行 北京市崇文区夕照寺街 14 号
邮编 100061 电子函件 315@ptpress.com.cn
网址 <http://www.ptpress.com.cn>
北京鑫正大印刷有限公司印刷
 - ◆ 开本: 787×1092 1/16
印张: 11
字数: 289 千字

2010 年 9 月第 1 版

2010 年 9 月北京第 1 次印刷

ISBN 978-7-115-23550-3

定价: 25.00 元

读者服务热线: (010)67170985 印装质量热线: (010)67129223

反盗版热线: (010)67171154

前言

物理实验是大学理工科学生必修的一门重要基础实验课程。本书根据教育部高等学校物理学与天文学教学指导委员会物理基础课程教学指导分委员会制定的《理工科类大学物理实验课程教学基本要求》编写，在编写过程中参阅了兄弟院校的有关实验教材，结合实验教学改革的实际情况引进了一些新实验。

物理学的形成与发展是以实验为基础的，物理实验的重要性不仅表现在通过实验发现物理规律，而且物理学中每一项重要突破都与实验密切相关。物理学发展史表明，经典物理学的形成是通过观察自然现象，反复实验，运用抽象思维的方法总结出来的。在近代物理发展中，通常以假说的形式提出理论，虽然假说的提出是以某些实验为基础的，但还不够。只有再经过大量实验的证实，假设才能成为科学理论。

物理实验作为科学实验的基础，其研究方法、观察和分析手段、各种仪器设备已被广泛地应用在自然科学和工程技术的各个领域。因此，物理实验作为基础实验课，它既能让学生通过实验学习到科学实验的基础知识，又能使学生在实验方法的考虑、测量仪器的选择、实验误差的分析中受到训练，并为学生进行后续实验打下基础。

全书共分 6 章，第 1 章介绍了物理学的重要性，物理实验课的任务，物理实验课的学习方法。第 2 章比较系统地介绍了误差理论和不确定度的概念及其计算方法，同时介绍了有效数字取舍规则及实验数据处理方法，本章内容在物理实验课中占有重要地位，它是学生进行实验和处理数据的基础。第 3 章介绍了物理实验的基本测量方法和测量技术。第 4 章介绍了物理实验中基本物理量的测量仪器。第 5 章、第 6 章分别是基础性、综合设计性实验，涉及力学、热学、电磁学、光学、近代物理等方面的内容。在实验选题上力求题目典型、内容丰富，以便学生在有限的学时内，较快地提高科学实验能力和科学实验素质。同时，在实验项目选取中注重培养学生动手能力、思维能力和创新能力。

物理实验课程是一门独立的课程，为了便于教师课堂讲课和学生自学，在编写时努力做到：实验目的明确，实验原理叙述清楚，实验内容安排得当，实验步骤简洁明了。在各实验中对数据处理提出了明确的要求。每个实验后面都编写了思考题，以便学生进行预习和实验分析。书后附录给出了实验中常用的基本物理常量和一些常用物理数据。

本书由许敏、张晓春主编。许敏编写第 1 章和第 2 章，张晓春编写第 3 章和第 4 章，李晶编写第 5 章实验一、二、三、四、五、六，李海军编写第 5 章实验七、八、九、十、十一、十二及附录 A 和附录 B，薛永红编写第 6 章实验一、二、三，程勇编写第 6 章实验四、五、六、七，王野编写第 6 章实验八，周臻编写第 6 章实验九。

实验教学的发展是从事实验工作的科技工作者长期不懈努力的结晶，无论是实验教材的编写，还是具体实验的开设，都凝聚着全体实验教师和技术人员的智慧和劳动成果。由于编者水平有限，书中难免存在不妥之处，望使用者加以指正，以便进一步完善本书。

编 者

2010 年 6 月

目 录

第 1 章 绪论.....1

- 1.1 物理实验课的任务.....1
- 1.2 物理实验课的要求.....1
- 1.3 怎样写实验报告.....2
- 1.4 实验室规则.....3

第 2 章 测量误差和数据处理方法.....4

- 2.1 测量与误差.....4
 - 2.1.1 测量.....4
 - 2.1.2 误差.....4
 - 2.1.3 误差表示形式.....6
- 2.2 随机误差的高斯分布与标准误差.....6
 - 2.2.1 随机误差高斯分布律.....6
 - 2.2.2 标准误差的物理意义.....7
 - 2.2.3 极限误差.....7
 - 2.2.4 算术平均值.....7
 - 2.2.5 标准误差的估算——标准偏差.....8
- 2.3 间接测量误差的估算.....9
 - 2.3.1 误差的一般传递公式.....9
 - 2.3.2 标准误差的传递公式.....9
- 2.4 测量结果的有效数字及位数取舍规则.....10
 - 2.4.1 有效数字.....10
 - 2.4.2 间接测量量的有效数字.....11
 - 2.4.3 数字取舍规则.....12
- 2.5 测量结果的误差表示.....12
 - 2.5.1 直接测量结果的误差表示.....13
 - 2.5.2 间接测量结果的误差表示.....14
- 2.6 测量结果的不确定度评定.....16
 - 2.6.1 基本概念.....16
 - 2.6.2 直接测量量的不确定度估算.....17

- 2.6.3 间接测量量的不确定度.....18

2.7 实验数据处理方法.....20

- 2.7.1 列表法.....20
- 2.7.2 图解法.....20
- 2.7.3 逐差法.....21
- 2.7.4 最小二乘法（线性回归）.....22

第 3 章 物理实验的基本测量方法和基本技术.....25

- 3.1 物理实验的基本测量方法.....25
 - 3.1.1 比较测量法.....25
 - 3.1.2 平衡法.....25
 - 3.1.3 补偿法.....26
 - 3.1.4 放大测量法.....26
 - 3.1.5 转换测量法.....26
 - 3.1.6 模拟法.....27
- 3.2 物理实验的基本测量技术.....27
 - 3.2.1 非电量电测技术.....28
 - 3.2.2 磁测量技术.....29
 - 3.2.3 电磁测量动态显示技术.....30
 - 3.2.4 光学测量基本技术.....30
 - 3.2.5 计算机信息处理技术.....32
- 3.3 物理实验中的基本调整与操作技术.....32
 - 3.3.1 零位的调整.....32
 - 3.3.2 水平、垂直的调整.....32
 - 3.3.3 视差的消除.....32
 - 3.3.4 等高共轴调整.....33
 - 3.3.5 基本调整步骤.....33

第 4 章 物理实验基本仪器.....34

- 4.1 长度、质量和时间测量仪器.....34
 - 4.1.1 长度的测量.....34

4.1.2 质量的测量	38	实验七 霍尔效应及其应用	74
4.1.3 时间的测量	39	实验八 电位差计及其应用	82
4.2 温度、气压和湿度测量仪器	39	实验九 气体比热容比的测定	86
4.2.1 温度的测量	39	实验十 牛顿环和劈尖	89
4.2.2 气压的测量	40	实验十一 分光计测三棱镜玻璃折射率	95
4.2.3 湿度的测量	40	实验十二 分光计测光栅常数	102
4.3 电磁测量仪器	41	第 6 章 综合设计性实验	106
4.3.1 直流稳压电源	41	实验一 液体黏滞系数的测定	106
4.3.2 工作度量器	42	实验二 声速的测量	109
4.3.3 电磁测量仪表	43	实验三 单缝和单丝衍射光强分布测量	121
4.4 常用光源、光学元件和仪器	44	实验四 迈克尔逊干涉实验	126
4.4.1 常用光源	44	实验五 双棱镜干涉及光波波长测量	133
4.4.2 成像元件——透镜	45	实验六 密立根油滴法测定电子电荷	137
4.4.3 分光元件和滤光元件	46	实验七 利用光电效应测普朗克常数	145
4.4.4 显微镜和望远镜	46	实验八 夫兰克—赫兹实验	151
第 5 章 基础性实验	48	实验九 氢原子光谱实验	157
实验一 基本测量	48	附录 A 基本物理常数	162
实验二 杨氏模量的测定	50	附录 B 常用物理数据表	163
实验三 金属线膨胀系数的测定	54	参考文献	170
实验四 三线摆法测量物体的转动惯量	57		
实验五 示波器的使用	63		
实验六 电流场模拟静电场	69		

第 1 章

绪论

1.1 物理实验课的任务

物理学是一门实验科学，物理实验在物理学的发展中占有极其重要的地位。有许多物理学的理论规律是直接从大量实验事实中总结概括出来的，如万有引力定律、库仑定律、欧姆定律等。物理学中的争论要靠实验作出判断来解决，如对光的本质的认识，微粒说与波动说的争论持续了很长一段时间，最后通过实验事实说明光具有波粒二象性。物理实验也是修正错误的依据，并常常成为发展理论的新起点。所有理论的确立都依赖于实验验证。

大学物理实验是以一些基本物理量、基本仪器的基本测量方法与基本操作技能为主要内容进行教学训练的课程，是理工科各专业的一门必修的、独立设置的基础实验课程，是学生进入大学后，接受系统实验方法和实验技能训练的开端。通过本课程的学习，不仅可以加深对理论的理解，更重要的是使学生获得基本的实验知识，掌握一定的实验方法和技能。本课程也是素质教育的重要环节。它的主要任务有以下 3 个方面。

(1) 通过对实验现象的观察、分析和对物理量的测量，学习物理实验知识，加深对物理学原理的理解。在学习物理实验的一些典型方法时，尤其要注重思想方法，以培养学生的思维与创新能力。

(2) 培养与提高学生的科学实验能力。其中包括能够通过阅读实验教材或资料，做好实验前的准备；能够借助教材或仪器说明书正确使用常用仪器；能够运用物理学理论对实验现象进行初步的分析判断；能够正确记录和处理实验数据，绘制曲线，说明实验结果，撰写合格的实验报告；能够完成简单的具有设计性内容的实验。

(3) 培养与提高学生的科学实验素养。要求学生具有理论联系实际和实事求是的科学作风，严肃认真的工作态度，主动研究的探索创新精神、自主学习能力和科学研究方法，遵守纪律、团结协作和爱护公共财产的优良品德。

1.2 物理实验课的要求

1. 怎样学好物理实验

物理实验课的特点是学生在教师的指导下自己动手，独立完成实验任务。

(1) 要注意掌握实验方法,特别是基本量的测量方法。基本量的测量方法是复杂测量的基础,在日后工作中经常用到,学习时不仅要掌握原理,而且要知道它的适用条件及优、缺点,这些知识只有通过亲身实践才能真正体会到。

(2) 要有意识地培养良好的实验习惯。例如,正确地记录原始数据和处理数据,注意记录实验的客观条件(如温度、湿度、气压和日期等)。良好的习惯是经过许多实验总结出来的,它是保证实验安全、避免差错的基础。

(3) 要逐步学会分析、排除实验中出现的某些故障。实验结束时,会对获得的测量数据进行评估。评估应从多方面入手:即分析实验方法是否正确;分析实验仪器可能带来多大的误差;分析实验环境等因素对实验的影响。必要时请教师当场检查指导,实验中切忌拼凑数据、弄虚作假。

(4) 每次实验要掌握好重点。每一个实验往往涉及较多的理论和实验技能,要注意掌握重点。每个实验的实验目的都是该实验的学习重点,应把主要精力放在这些地方,以提高学习效率。

2. 物理实验课的要求

大学物理实验课一般可分实验前的预习、实验、完成实验报告3个阶段进行,各阶段的具体要求如下。

(1) 实验前的预习。实验前必须认真阅读教材和相应的参考资料,做好必要的预习,才能按要求、按时完成实验。预习时要写好预习报告,其内容为:实验名称、实验目的、实验仪器、实验简要原理、实验内容(简要写出实验步骤)、列出实验数据记录表格。以上预习报告的内容作为实验报告的前半部分。预习时还应完成预习思考题,明确实验注意事项等,对于预习中不清楚的问题在实验准备课和实验中解决。要明确实验始终是在理论指导下进行的。

为了进一步做好实验准备工作,安排了实验准备课。主要内容为教师重点讲解有关实验理论,使学生更好地理解实验原理,体会实验方法的思路和适用条件,以及教学具体要求等。同时教师对仪器设备进行介绍及操作示范,让学生在正式实验之前,有机会了解实验装置,学会仪器的使用。

(2) 实验。进入实验室,要注意遵守实验室规则,实验前应记录实验条件(如日期、实验人姓名、气压、湿度、温度等),然后按实验内容及步骤进行实验。主要包括仪器的安装与调整,观察实验现象与选择测试条件,读数与数据记录,数据处理及误差分析,最后写明实验结果。实验过程中,对观察到的现象和测得的数据进行判断,确定是否正常、合理。要如实正确地记录实验数据,不允许随意涂改数据,更不允许抄袭他人的数据。实验过程中可能会出现故障,在教师的指导下,分析故障原因,学会排除简单的故障。实验完毕,做好仪器设备的整理工作。

(3) 完成实验报告。实验报告是实验工作的总结,实现积累知识和得出学术研究成果,这是实验不可缺少的重要环节。同时,实验报告也是训练学生用书面汇报所取得的成果的手段。

1.3 怎样写实验报告

通常完整的实验报告包括下列几部分。

(1) 实验名称:所做实验的名称。

(2) 实验目的:说明本实验的目的和任务。

(3) 实验仪器:记录所用实验仪器的名称、规格,以利于必要时对实验进行复查。

(4) 实验原理:在理解的基础上简明扼要地介绍实验原理,即写出实验所用的主要公式,说明公式的适用条件,画出必要的原理图(电路图、光路图或实验装置示意图)。要按要求自行操

作，切忌整篇照抄。

(5) 实验内容：写出简要的实验步骤。

(6) 数据记录与处理：以有效数字记录数据添入表格，注明单位，数据不得任意涂改，确实测错而无用的数据，可在旁边注明“作废”字样，不要随意划去。

数据处理是根据原始数据进行计算或作图，误差计算要预先写出误差公式，按标准形式写出测量结果。对实验中出现的问题进行说明和讨论，完成教师指定的作业题。

其中(1)~(5)部分和数据记录表格在预习报告中完成。实验报告要求学生努力做到书写整洁，实验原理、实验步骤简明扼要，实验数据记录、数据处理及作图、测量结果表示力求规范，实验报告一律采用统一的专用物理实验报告纸。

1.4 实验室规则

为了保证实验正常进行，培养学生严肃认真的工作作风和良好的实验工作习惯，特制定下列规则，望同学们遵守执行。

(1) 学生在每次实验前对要做的实验应进行预习，并在预习的基础上按要求写出预习报告。无预习报告不得做实验，该次实验无成绩。

(2) 学生在课表规定时间内进行实验，不得无故缺席或迟到，如有变动，须经实验室人员同意。无故旷课两次，本学期实验课成绩不及格。

(3) 学生进入实验室后要保持安静，服从教师和工作人员的指导。将预习报告放在桌上由教师检查，并回答教师的提问，经教师检查认为合格后，方可进行实验。

(4) 进入实验室后，要在指定实验台上做实验，根据仪器清单核对自己使用的仪器是否缺少或损坏，若发现问题，应向教师提出。不得擅自调换仪器。

(5) 实验前应专心听取教师的讲解，仔细观察仪器构造，操作时动作应谨慎小心，严格遵守各种仪器仪表的操作规则及注意事项，尤其是电学实验，线路接好后，先经教师检查，经许可后才可接通电源，以免发生意外。

(6) 实验中应正确读数和记录，不得草率敷衍，拼凑数据。实验完毕后应将实验数据交给教师检查，教师予以签字通过，然后才能拆除线路与装置。数据记录不能用铅笔书写。实验完毕，应将仪器、桌椅恢复原状，放置整齐，并经教师检查。

(7) 实验课后按要求写出实验报告，由课代表收齐，与原始数据记录单一起交给教师。一学期累计3次无实验报告，实验课成绩不及格。

(8) 实验中如有损坏仪器，应及时报告教师或实验室工作人员。

(9) 保持实验室的整洁，实验后学生应打扫实验室的卫生。

2.1 测量与误差

2.1.1 测量

物理实验是用实验的方法研究各种物理现象及其规律，因此既要定性地观察物理现象的过程，又要定量地测出有关物理量的值，需要进行测量。测量是将待测的物理量与一个选取来作为标准的同类量进行比较，得出它们之间的倍数关系。选来作为标准的同类量称为单位，倍数称为测量数值。可见，一个物理量的测量值等于测量数值与单位的乘积。如在国际单位制中，选定质量的单位为千克(kg)，长度的单位为米(m)，时间的单位为秒(s)，电流强度的单位为安培(A)等。一个物理量的大小是客观存在的，选择不同的单位，相应的测量数值就有所不同。单位愈小，测量数值愈大，反之亦然。

测量可分为两类。一类是直接测量，就是把待测量直接与标准量(量具或仪表)进行比较，直接读数，直接得到数据。如用天平称质量，安培表测电流等。另一类是间接测量，就是根据直接测量所得到的数据，按照一定的公式进行计算，得出所需要的结果。例如，直接测出圆柱体的质量 m 、高度 h 、直径 d ，应用公式 $\rho = \frac{4m}{\pi d^2 h}$ 可以求出物体密度 ρ 。在物理量的测量中，绝大部分物理量还是间接测量，但对物理量的直接测量是一切间接测量的基础。无论直接测量还是间接测量，都需满足一定的实验条件，按照正确的方法使用仪器，这样才能得出应有的结果。

2.1.2 误差

在一定条件下，待测物理量客观实际存在的值称为真值，用 a 表示(它不会因测量方法的不同而改变)。下列几种情况可视为真值。

理论值：如三角形内角和为 180° 。

公认值：如普朗克常数。

计量学约定真值：计量部门约定的长度、时间、质量等，如当地重力加速度 g 。

相对真值：用准确度高一个数量级的仪器校准的测量值。

然而，由于实验条件、实验方法和仪器精度等的限制，实验人员的素质及环境的不稳定性等因素的影响，使得在实际测量时，测量结果和待测量的真值之间总会存在或多或少的偏差，测量

值 x_i 与真值 a 的差值称为测量误差 (简称误差), 表示为

$$\delta_i = \Delta x_i = x_i - a$$

任何测量都不可避免地存在误差, 一个完整的测量结果应该包括测量值和误差两部分。测量不能得到真值, 只能最大限度地减小测量误差并估算出误差的范围。为做到这一点, 首先要了解误差产生的原因及其性质。

测量误差按其产生的原因及性质可分为系统误差、随机误差和过失误差 3 类。

1. 系统误差

在相同条件下 (指人员、仪器、实验方法、实验条件等), 对同一物理量进行多次重复测量, 误差的大小和符号保持不变, 或在条件变化时, 误差按一定的规律变化, 这种误差称为系统误差。其表现有两种: 一种为可定的, 另一种为未定的。它们均是由于测量系统本身的不完善造成的。对于可定系统误差, 所表现出的性质具有确定性 (如仪器零点不准等); 对于未定系统误差, 所表现出的性质具有非确定性 (如刻度不准、天平不等臂等)。系统误差的来源有以下几方面。

(1) 仪器误差: 是由于仪器本身的缺陷或没有按规定要求使用仪器造成的。如仪器精度低、放大器非线性、仪器磨损、仪器未调整到位等。

(2) 测量方法误差: 是由于采用近似的理论公式或近似的测量方法带来的。例如, 单摆的周期公式 $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$ 的成立条件是摆角很小, 但实际上达不到。用伏安法测电阻时, 电表内阻对电路的影响; 用钢卷尺测量大轴的圆周长 s , 通过计算求出大轴的直径 $d = \frac{s}{\pi}$, 由于 π 取值精度的不同, 也会引起误差。

(3) 环境误差: 测量时的实际温度对标准温度的偏差, 测量过程中温度、湿度等按一定规律变化的误差 (不要视为客观环境的扰动)。

(4) 人为误差: 由于测量人员的个人特点, 在估读时, 习惯偏向刻度上某一方向; 动态测量时, 记录某一信号有滞后的倾向等。

系统误差一般可以通过实验分析的方法, 查明其变化的规律及产生的原因。系统误差的消除或减小是实验技能问题, 可在实验前、中、后采取各种措施把系统误差降低到最小程度。例如, 实验前仪器调零 (水平、铅直)、消除视差及回程差、培训操纵人员、使实验方法完善; 实验中采取适当测量方法加以补偿 (如对称法消除天平不等臂); 实验后对结果进行修正 (如千分尺读数减去零点读数) 等。从而得到更加准确的测量结果。

2. 随机误差 (又称偶然误差)

在相同条件下, 对同一物理量进行多次重复测量, 即使系统误差减小到最小程度之后, 测量值误差的绝对值和符号也在随机地变化着, 这种误差称为随机误差。其来源有以下几方面。

(1) 仪器误差: 零部件的配合不稳定、零部件的变形、摩擦等。

(2) 环境误差: 气压、温度、湿度、噪声、杂散电磁场的不稳定, 且无规律等。

(3) 人为误差: 瞄准、读数不稳定等。

有时, 随机误差是由于待测量本身没有明确的值而引起的, 如钢球不圆, 直径的真值就是不确定的。这时, 可用待测量的平均值作为真值, 而把各测量值与平均值的差视为随机误差。

随机误差是偶然的, 故又称为偶然误差。这种误差是无法控制的, 如果测量次数足够多的话, 就会发现随机误差遵循一定的统计规律, 可以用概率理论来估算它。

3. 过失误差

由于实验者使用仪器的方法不正确, 实验方法不合理, 数据读错、记错等引起的误差称为过

失误差。这种误差是人为的，只要实验者端正工作态度，严格工作方法，过失误差是可以避免的。也可运用异常数据剔除准则来判别因过失而引入的异常数据，并加以剔除。

系统误差和随机误差虽是两个截然不同的概念，但在实际测量中，误差既不会是单纯的系统误差，也不会是单纯的随机误差，而是两者兼而有之，并且两种误差之间没有严格的分界线。在实际测量中，有许多误差是无法准确判断其从属性的，并且在一定的条件下，随机误差的一部分可转化为系统误差。如电表的精度级别引起的误差就是既包括系统误差又包括随机误差的。

总之，系统误差和随机误差性质不同，来源不同，处理方法也不同，一般地，测量准确无误，正确度高，系统误差就小；测量精密度高，随机误差就小；而准确度是把两者都考虑进去了。测量结果的总误差是指系统误差和随机误差的总和。由此可见，误差分析的主要任务是限制和尽量消除系统误差，估算随机误差。只有系统误差可忽略或小于随机误差，实验才可靠。

2.1.3 误差表示形式

误差的表示形式有绝对误差和相对误差之分。仅仅根据绝对误差的大小还难以评价一个测量结果的可靠程度，还需要看测定值本身的大小，因此需要引入相对误差的概念。

绝对误差 = 测量值 - 真值（只入不舍取一位有效数字）

相对误差 = 绝对误差 / 真值 $\times 100\%$ （只入不舍最多取二位有效数字）

在相同条件下，对同一物理量多次测量，绝对误差 Δx 表示真值 a 以一定的概率出现在 $x - \Delta x$ 至 $x + \Delta x$ 区间内。

2.2 随机误差的高斯分布与标准误差

对同一物理量进行重复多次测量，每次测量值的随机误差的大小和正负都是偶然的，但多次测量的随机误差却遵循一定的统计规律，可以估算，这里只介绍高斯分布（正态分布）。

2.2.1 随机误差高斯分布律

随机误差的高斯分布规律可以用高斯分布曲线形象地表述出来，如图 2-1 (a) 所示。横坐标为随机误差 δ ，纵坐标为随机误差的概率密度分布函数 $f(\delta)$ 。其数学表达式为

$$f(\delta) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{\delta^2}{2\sigma^2}} \quad (2-1)$$

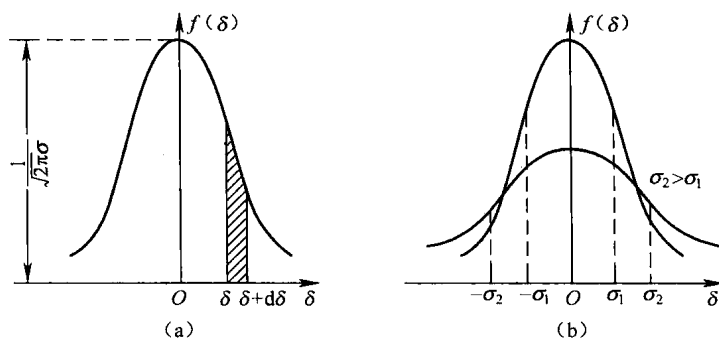


图 2-1 随机误差的正态分布曲线

σ 是一个与实验条件有关的常数,称为标准误差。其值为

$$\sigma = \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \delta_i^2} = \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - a)^2} \quad (2-2)$$

式中, n 为测量次数; a 为真值; x_i 为第 i 次测量值; δ_i 为第 i 次测量值的随机误差。

可见,标准误差是将各个测量值的随机误差平方后取平均值,再开方得到的。所以,标准误差又称为均方根误差。

服从高斯分布规律的随机误差,具有下列4个特征。

- (1) 单峰性。绝对值小的误差出现的概率大,绝对值大的误差出现的概率小。
- (2) 对称性。绝对值相等的正误差和负误差出现的概率相同,对称分布于真值的两侧。
- (3) 有界性。绝对值很大的误差出现的概率为零,即误差的绝对值不会超过一定的界限。
- (4) 抵偿性。当测量次数非常多时,正误差和负误差相互抵消,误差的代数和趋向于零。

2.2.2 标准误差的物理意义

随机误差正态分布曲线的形状取决于标准误差 σ 值的大小,如图2-1(b)所示。 σ 值愈小,分布曲线愈陡峭,峰值 $f(\delta)$ 愈高,说明绝对值小的误差占多数,且测量值的重复性好,分散性小;反之, σ 值愈大,曲线愈平坦,峰值 $f(\delta)$ 愈低,说明测量值的重复性差,分散性大。标准误差反映了测量值的离散程度。因此可以用标准误差表示测量的精密度。

若用 $f(\delta)d\delta$ 表示任一次测量值随机误差出现在小区间 $(\delta, \delta+d\delta)$ 的概率,大小等于图2-1(a)中的阴影面积,则任一次测量值随机误差出现在区间 $(-\sigma, +\sigma)$ 内的概率为

$$\int_{-\sigma}^{\sigma} f(\delta)d\delta \approx 68.3\%$$

这说明对某一物理量在相同条件下进行了1000次测量,测量值随机误差可能有683次落在 $-\sigma$ 到 $+\sigma$ 之间。要注意的是,标准误差是一个具有统计性质的特征量,它并不表示任一次测量值的误差就是 $\pm\sigma$,也不表示误差不会超出 $\pm\sigma$ 的界限。标准误差是用以表征测量值离散程度的一个特征量。

2.2.3 极限误差

在相同条件下对某一物理量进行多次测量,可以计算其任意一次测量值的误差落在 -2σ 到 $+2\sigma$ 之间的概率为

$$\int_{-2\sigma}^{2\sigma} f(\delta)d\delta = 95.4\%$$

落在 -3σ 到 $+3\sigma$ 之间的概率为

$$\int_{-3\sigma}^{3\sigma} f(\delta)d\delta = 99.7\%$$

可见,在1000次测量中,只可能有3次测量值的误差绝对值大于 3σ 。而在一般实验中的有限次测量情况下,测量次数很少超过几十次,因此测量值误差超出 $\pm 3\sigma$ 范围的情况几乎不会出现,所以将 3σ 称为极限误差。在较多测量次数情况下,如果某一测量值误差绝对值大于 3σ ,可以认为该数据为异常数据而加以剔除。

2.2.4 算术平均值

对某一物理量来讲,其真值是客观存在的。即使对测量值已经进行了系统误差的修正,但是

由于随机误差的存在, 最终还是得不到真值。根据误差理论可以证明, 对一个物理量进行了多次测量, 其算术平均值就是接近真值的最佳值。

在相同条件下对某一物理量进行了多次测量, 测量值分别为 $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$, 各次测量值的随机误差分别为 $\delta_1 = x_1 - a, \delta_2 = x_2 - a, \dots, \delta_n = x_n - a$, 将以上各式相加, 得

$$\sum_{i=1}^n \delta_i = \sum_{i=1}^n x_i - na \quad (2-3)$$

用 $\bar{x}$ 表示算术平均值, 则

$$\bar{x} = \frac{1}{n}(x_1 + x_2 + \dots + x_n) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$

所以式 (2-3) 可以写为

$$\bar{x} - a = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \delta_i \quad (2-4)$$

根据随机误差的抵偿性特征, 当测量次数 n 相当大时, 各个误差的代数和趋近于零, 即

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n \delta_i = 0$$

于是有

$$\bar{x} \approx a$$

由此可见, 测量次数较多时, 算术平均值最接近真值。

2.2.5 标准误差的估算——标准偏差

1. 任意一次测量值的标准偏差

实际上真值 a 是得不到的, 测量次数 n 也是有限的, 随机误差 $\delta_i = x_i - a$ 计算不出来, 所以标准误差 σ 也无从估算。由于算术平均值是近真值, 实际估算时用算术平均值 $\bar{x}$ 代替真值 a , 即用各次测量值与算术平均值的差值 $\delta'_i = x_i - \bar{x}$ 来估算各次的随机误差, 差值 δ'_i 又称为残差。所以用残差来估算标准误差时, 其计算公式为

$$\sigma_x = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n \delta_i'^2} = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \quad (2-5)$$

σ_x 称为任意一次测量值的标准偏差, 它是测量次数有限多时, 标准误差 σ 的一个估计值。其物理意义为: 如果多次测量的随机误差遵从高斯分布规律, 那么任意一次测量, 测量值误差落在 $-\sigma_x$ 到 $+\sigma_x$ 区域内的概率为 68.3%。或者说, 对某一测量列测量值的误差有 68.3% 的概率出现在 $-\sigma_x$ 到 $+\sigma_x$ 的区域内。

2. 平均值的标准偏差

同一物理量测量多组数据, $\bar{x}$ 也具有离散性, 由误差理论可以证明, 测量列 (n 次) 的算术平均值 $\bar{x}$ 的标准偏差为

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma_x}{\sqrt{n}} = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \quad (2-6)$$

由此可见, 平均值的标准偏差为 n 次测量中任意一次测量值标准偏差的 $\frac{1}{\sqrt{n}}$ 倍。 $\sigma_{\bar{x}}$ 小于 σ_x , 因为算术平均值是测量结果的最佳值, 它比任意一次测量值 x_i 更接近真值, 误差要小。 $\sigma_{\bar{x}}$ 的物理意义为: 在多次测量的随机误差遵从高斯分布的条件下, 真值 a 处于 $\bar{x} \pm \sigma_{\bar{x}}$ 区间的概率为 68.3%。

应用式(2-5)、式(2-6)估算随机误差,理论上要求测量次数相当多。实际的实验中重复测量的次数不可能很多,所以用上两式估算出来的随机误差带有相当程度的近似性。在测量次数较少时($n < 10$), $\sigma_{\bar{x}}$ 随着测量次数 n 的增加而明显减小,随着 n 的继续增加, $\sigma_{\bar{x}}$ 的减小愈来愈不明显而逐渐趋近于恒定值。因此,在一般的实验中测量次数取 5~10 次为宜。

2.3 间接测量误差的估算

直接测量值不可避免地存在着误差,由直接测量值根据一定的函数关系,经过运算而得到的间接测量值也一定有误差存在。间接测量的误差与各个直接测量误差有关,其关系式称为误差传递公式。

2.3.1 误差的一般传递公式

设间接测量量 y 与直接测量量的函数关系为

$$y = f(x_1, x_2, \dots, x_n) \quad (2-7)$$

且 $x_1, x_2, \dots, x_n$ 为彼此独立的变量。它的算术平均误差分别是 $\Delta x_1, \Delta x_2, \dots, \Delta x_n$, 间接测量的误差为 Δy 。

将式(2-7)求全微分,得

$$dy = \sum_{i=1}^n \frac{\partial f}{\partial x_i} dx_i \quad (2-8)$$

用 Δy 、 Δx_i 代替式(2-8)中的 dy 、 dx_i , 并将右端各项分别取绝对值相加,得

$$\Delta y = \sum_{i=1}^n \left| \frac{\partial f}{\partial x_i} \Delta x_i \right| \quad (2-9)$$

相对误差为

$$E = \frac{\Delta y}{y} = \frac{1}{f(x_1, x_2, \dots, x_n)} \sum_{i=1}^n \left| \frac{\partial f}{\partial x_i} \Delta x_i \right| \quad (2-10)$$

当式(2-7)中,各测量量是乘除关系,将函数两侧取对数后再求全微分,有

$$\begin{aligned} \ln y &= \ln f(x_1, x_2, \dots, x_n) \\ E = \frac{\Delta y}{y} &= \sum_{i=1}^n \frac{\partial \ln f}{\partial x_i} dx_i \end{aligned} \quad (2-11)$$

通常将式(2-9)~式(2-11)称为误差的一般传递公式。对于和、差的函数,先用式(2-9)求 Δy 较方便,对于积、商的函数,先用式(2-11)求 E 较方便。

2.3.2 标准误差的传递公式

各个直接量测量结果的随机误差是以一定方式合成的,若直接量的随机误差用标准偏差 σ_x 或 $\sigma_{\bar{x}}$ 表示,可以证明它们的合成方式是方和根合成,间接量 y 的标准误差估算公式为

$$\sigma_y = \sqrt{\sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} \sigma_{x_i} \right)^2} \quad (2-12)$$

$$E = \frac{\sigma_{\bar{y}}}{\bar{y}} = \frac{1}{f(x_1, x_2, \dots, x_n)} \sqrt{\sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} \sigma_{x_i} \right)^2} \quad (2-13)$$

或

$$E = \frac{\sigma_{\bar{y}}}{\bar{y}} = \sqrt{\sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial \ln f}{\partial x_i} \sigma_{x_i} \right)^2} \quad (2-14)$$

几种常用标准误差传递公式见表 2-1。

表 2-1 几种常用标准误差传递公式

函数关系	误差一般传递公式	相对误差 $\frac{\Delta y}{\bar{y}}$	标准误差 σ_y	相对标准误差 $\frac{\sigma_y}{\bar{y}}$
$y = x_1 + x_2$	$\Delta y = \Delta x_1 + \Delta x_2$	$\frac{\Delta y}{\bar{y}} = \frac{\Delta x_1 + \Delta x_2}{x_1 + x_2}$	$\sqrt{\sigma_{x_1}^2 + \sigma_{x_2}^2}$	$\frac{\sqrt{\sigma_{x_1}^2 + \sigma_{x_2}^2}}{x_1 + x_2}$
$y = x_1 - x_2$	$\Delta y = \Delta x_1 + \Delta x_2$	$\frac{\Delta y}{\bar{y}} = \frac{\Delta x_1 + \Delta x_2}{x_1 - x_2}$	$\sqrt{\sigma_{x_1}^2 + \sigma_{x_2}^2}$	$\frac{\sqrt{\sigma_{x_1}^2 + \sigma_{x_2}^2}}{x_1 - x_2}$
$y = x_1 x_2$	$\Delta y = x_1 \Delta x_2 + x_2 \Delta x_1$	$\frac{\Delta y}{\bar{y}} = \frac{\Delta x_1}{x_1} + \frac{\Delta x_2}{x_2}$	$x_1 x_2 \sqrt{\left(\frac{\sigma_{x_1}}{x_1} \right)^2 + \left(\frac{\sigma_{x_2}}{x_2} \right)^2}$	$\sqrt{\left(\frac{\sigma_{x_1}}{x_1} \right)^2 + \left(\frac{\sigma_{x_2}}{x_2} \right)^2}$
$y = \frac{x_1}{x_2}$	$\Delta y = \frac{x_2 \Delta x_1 + x_1 \Delta x_2}{x_2^2}$	$\frac{\Delta y}{\bar{y}} = \frac{\Delta x_1}{x_1} + \frac{\Delta x_2}{x_2}$	$\frac{x_1}{x_2} \sqrt{\left(\frac{\sigma_{x_1}}{x_1} \right)^2 + \left(\frac{\sigma_{x_2}}{x_2} \right)^2}$	$\sqrt{\left(\frac{\sigma_{x_1}}{x_1} \right)^2 + \left(\frac{\sigma_{x_2}}{x_2} \right)^2}$
$y = x^n$	$\Delta y = nx^{n-1} \Delta x$	$\frac{\Delta y}{\bar{y}} = n \frac{\Delta x}{x}$	$nx^{n-1} \sigma_x$	$n \frac{\sigma_x}{x}$
$y = \sin x$	$\Delta y = \cos x \Delta x$	$\frac{\Delta y}{\bar{y}} = \frac{ \cos x }{\sin x} \Delta x$	$ \cos x \sigma_x$	$\frac{ \cos x }{\sin x} \sigma_x$
$y = \ln x$	$\Delta y = \frac{\Delta x}{x}$	$\frac{\Delta y}{\bar{y}} = \frac{\Delta x}{x \ln x}$	$\frac{1}{x} \sigma_x$	$\frac{\sigma_x}{x \ln x}$

2.4 测量结果的有效数字及位数取舍规则

2.4.1 有效数字

实验所处理的数值有两种。一种是不确定度为零的准确值，如测量次数、公式中的纯数字等；另一种是测量值，测量值总有不确定度，因此它的数值就不应无止境地写下去。例如，测量值 $\rho = 1.19423 \text{ g/cm}^3$ ，其不确定度 $u_\rho = 0.003 \text{ g/cm}^3$ ，可见测量值小数点后第三位数字已是可疑的，所以测量值中这位数字“4”是不可靠的，在它后面的数字就没有必要表示出来。上面的测量结果应写成 $\rho = (1.194 \pm 0.003) \text{ g/cm}^3$ ，在测量值中前面的三位数字“1”、“1”和“9”称为可靠数字，而最后一位与不确定度对齐的数字“4”称为可疑数字。例如，在直接测量中，用最小刻度为 1mm 的米尺去测量一块铝板的宽度，其值为 26.3mm。这三位数字中，前面两位“2”、“6”是准确读出的，因此是可靠的，最后一位“3”是估读出来的，不同的测量人员也可能估读为“2”或“4”。

通常规定数值中的可靠数字与所保留的一位或两位可疑数字，统称为有效数字。上述例子中测量值 ρ 为四位有效数字，铝板宽度为三位有效数字。

如果用游标卡尺(游标精度值为 0.02mm)去测量上述铝板的宽度，得到的测量值为 26.30mm。